Cpt. CHIZITĂ I.

A. V. GORDEEV, S. G. ȘARUPICI

COMPENSAREA REȚELELOR GEODEZICE

(traducere din limba rusă)

EDITURA MILITARĂ
A MINISTERULUI FORȚELOR ARMATE ALE R. P. R.
București 1964

A. V. GORDEEV, S. G. ȘARUPICI

COMPENSAREA REȚELELOR GEODEZICE

(traducere din limba rusă)

BIBLIOTECA TEHNICĂ [redacted]
Nr. [redacted]
CLASIFICARE .....

EDITURA MILITARĂ
A MINISTERULUI FORȚELOR ARMATE ALE R. P. R.
București 1964

Scanned with OKEN Scanner

ADNOTAȚIE

In această carte sînt expuse procedeele de compensare a microrețelelor geodezice care servesc ca bază pentru ridicarea planimetriei și nivelmentului.

În general, cartea este destinată inginerilor și tehnicienilor geodezi din producție care lucrează în diferite departamente.

De asemenea, cartea mai poate servi ca îndrumător practic pentru specialiștii care se ocupă cu compensarea sistemelor de triangulație și aprecierea preciziei lor.

Scanned with OKEN Scanner

CUVÎNT ÎNAINTE

Cartea „Compensarea rețelelor geodezice" a fost scrisă avînd la bază manualul „Compensarea figurilor tipice de triangulație", editat în 1956.

Autorii au primit o serie de observații și propuneri din partea lucrătorilor din producție și recenzenților, observații care, în general, constau în următoarele:

1) Manualul trebuie să conțină prelucrarea tuturor felurilor de dispunere a bazei de ridicare, astfel ca geodezul care execută observații într-o zonă nu prea mare să aibă în teren instrucțiuni suficient de complete.

2) Este necesar ca problemele privind aprecierea preciziei rețelei geodezice să se redea într-o formă mai accesibilă, însă destul de completă și la nivelul actual.

3) Să se precizeze ce metode de compensare trebuie să se folosească în raport de scopurile și de scările ridicării și în particular să se indice în ce cazuri se folosesc metodele aproximative.

Luînd în considerare aceste propuneri, autorii au urmărit două scopuri principale: în primul rînd, expunerea procedeelor, exemplele de compensare și aprecierea preciziei microrețelelor geodezice (plane și de nivelment) să fie în măsură, să asigure necesitățile inginerului geodez, care execută prelucrarea rețelei în condiții de teren; în al doilea rînd, folosirea la maximum a procedeelor și a formulelor privind compensarea și aprecierea preciziei rețelelor geodezice elaborate de autori.

Referitor la aceasta, instrucțiunile anterioare în mare parte au fost prelucrate și conținutul lor a fost lărgit, lucru ce a dus la schimbarea denumirii cărții.

Procedeele și formulele autorilor ocupă o mare parte din carte: aici intră § 2, 3, 7, 10, capitolele III, IV, § 21, 27. Celelalte paragrafe care conțin cele mai generale și practice procedee cunoscute de prelucrare a rețelelor geodezice sînt scrise pentru completarea manualului (îndrumătorului).

Paragrafele 1, 4—7, 11—19, 22, 25, 27 sînt scrise de S. G. Șarupici, iar paragrafele 2, 3, 8—10, 20, 21, 23, 24, 26, 28 — de A. V. Gordeev.

În momentul de față se acordă o mare atenție aprecierii preciziei elementelor rețelei și influenței erorilor datelor inițiale.

Scanned with OKEN Scanner

Aceste probleme complicate, în condițiile existenței mașinilor de calcul pot fi rezolvate într-un volum destul de mare. Rezolvarea lor însă, în condiții de teren, se execută mai limitat.

În carte s-a făcut încercarea de lărgire a posibilităților aprecierii preciziei rețelelor în condiții de teren, fapt pentru care se propun procedeele, care se găsesc la § 2, 3 și 21.

În aceste paragrafe se dau formule și exemple asupra aprecierii preciziei poziției punctelor în raport de cele mai apropiate puncte inițiale.

Folosind succesiv aceleași formule pentru diferite genuri de rețele se poate obține mărimea erorii medii pătratice a poziției punctului ce se determină în raport de punctele de triangulație de ordin superior.

Capitolul IV prezintă rezultatul cercetării celor mai eficace procedee de compensare a rețelelor pe direcții. Acest capitol are caracter experimental, lucru ce face ca numărul exemplelor prezentate să nu fie mare.

În exemplele date la triangulația de ordinul 4 și a rețelei analitice, de regulă lungimile laturilor au cîte șase cifre semnificative (pentru calcularea lor cu precizia pînă la 0,01 m). În raport cu aceasta, calcularea laturilor și a coordonatelor s-a făcut după table cu șase zecimale. În cazul cînd este nevoie ca în triangulația de ordinul 4 lungimea laturilor și valorile coordonatelor să se obțină cu precizia pînă la 0,001 m, este necesar să se folosească table cu șapte zecimale. Termenii liberi ai ecuațiilor de condiție în care intră funcția sinus la triangulația de ordinul 4, sînt luați în unități de ordinul al șaptelea logaritmic, iar corecțiile sînt calculate pînă la 0'',1 ceea ce poate asigura precizia calculării coordonatelor între 0,003—0,006 m.

Figurile tipice, prezentate în anexa 4, au numerotații corespunzătoare cu numerotația figurilor de la titlul exemplelor, după compensare.

Deși unele procedee (§ 17, 18) sînt expuse sub formă generală, adică pot fi folosite pentru orice rețea, exemplele compensării triangulației (în particular pentru drumuirile cu teodolitul și de nivelment) sînt date numai pentru figurile tipice.

Față de acestea, autorii au plecat de la ideea că în cazul lucrului pe zone nu prea mari, structura rețelei de obicei se reduce la o figură de un anumit tip, pentru compensarea căreia pot fi folosite formule și scheme standard. Experiența arată că formulele și schemele de lucru standard ușurează chiar și munca unui calculator cu exeperiență și ajută la ridicarea productivității.

Pe lîngă aceasta, folosirea figurilor tipice are avantajul că permite calcularea dinainte a preciziei elementelor figurii, lucru care este necesar la proiectarea rețelei.

Autorii aduc mulțumiri recenzorului, candidatul în științe tehnice M. S. Ceremisin, pentru munca și observațiile sale care au contribuit la îmbunătățirea calității cărții.

AUTORII

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul I

GENERALITĂȚI

§ 1. EXPLICAȚII REFERITOARE LA FOLOSIREA PROCEDEELOR DE COMPENSARE

În carte sînt date diferite procedee riguroase și neriguroase de compensare a unor microrețele geodezice și aprecierea preciziei lor, incluzînd la calculul preciziei influența erorilor datelor inițiale.

Problema alegerii unui oarecare procedeu de compensare se stabilește în raport de cerințele care se pun preciziei (inclusiv influența erorilor datelor inițiale) rețelei ce se execută.

După instrucțiunile de triangulație în vigoare și după instrucțiunile pentru ridicările la scările 1 : 2000—1 :25 000 (vezi [59], [76], [60], [34]) se poate stabili că baza plană, care se execută în cazul ridicărilor topografice, se împarte în raport de precizie în patru grupe: triangulația de ordinul IV sau (în cazul cînd ea lipsește la ridicările pentru scările 1 : 25 000 și 1 : 10 000) rețeaua analitică de categoria întîi și rețeaua de ridicare de precizie, care cuprinde următoarele trei grupe:

1) rețeaua analitică de categoria a II-a (în microtriangulație);
2) intersecțiile pe baza rețelei analitice și drumuirile cu teodolitul;
3) intersecțiile din punctele drumuirilor cu teodolitul și rețeaua geometrică — în cazul ridicărilor la scara 1 : 10 000 (vezi [60]).

Rețeaua analitică de categoria I are lungimea laturilor de 4—15 km, iar eroarea medie pătratică a unghiurilor, $m_\beta = \pm 3''$.

Pentru rețeaua analitică de categoria a II-a s-au stabilit: $m_\beta = \pm 7'',5$ în cazul ridicărilor la scara 1 : 25 000 și 1 : 10 000 și

$m_\beta = \pm 15''$ în cazul ridicărilor la scara 1 : 5000 și 1 : 2000.

În locul triangulației de ordinul IV și a rețelei analitice de categoria I se poate executa o rețea poligonometrică cu eroarea relativă de închidere egală cu aceea a drumuirii la scara 1 :25 000, iar în locul rețelei analitice de categoria a II-a drumuiri poligonometrice cu eroarea relativă egală cu aceea a drumuirilor la scara 1 : 10 000.

În conformitate cu instrucțiunile indicate mai înainte se face compensarea riguroasă a triangulației de ordinul IV, a rețelei analitice de categoria I și a drumuirilor poligonometrice executate în locul lor,—rețeaua analitică de categoria a II-a în locul rețelelor poligonometrice și drumuirile cu teodolitul (în care unghiurile și coordonatele se compensează separat) se compensează neriguros.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul cînd reţeaua analitică de categoria a II-a serveşte ca bază pentru determinarea unui număr mare de puncte de ordinul următor şi se compune din figuri tipice, este bine ca şi ea să fie compensată riguros.

Calculul influenţei erorilor datelor iniţiale trebuie să se facă pentru elementele reţelei analitice de categoria I şi a reţelei poligonometrice ce o înlocuieşte în locurile cele mai slabe, după cum şi în cazul cînd se analizează vechea reţea, atunci cînd se cere să se tragă concluzii asupra posibilităţilor de folosire a ei, în cazul ridicărilor la scara 1 : 5000 şi 1 : 2000 ([34]), § 14).

În reţeaua de nivelment se compensează riguros drumuirile de nivelment geometric şi nivelmentul trigonometric al lanţurilor de triangulaţie (în general pentru ridicarea la scara 1 : 10 000).

§. 2. CALCULUL APROXIMATIV AL INFLUENŢEI ERORILOR DATELOR INIŢIALE ASUPRA MĂRIMILOR COMPENSATE

Influenţa erorilor datelor de bază asupra erorilor mărimilor compensate, depinde de structura reţelei, iar pentru majoritatea reţelelor geodezice mai depinde şi de procedeul de compensare.

În carte sînt prezentate două metode de compensare: riguroasă şi neriguroasă. Cea riguroasă, foloseşte metoda celor mai mici pătrate; cea neriguroasă permite determinarea corecţiilor prime şi secunde. Corecţiile secunde se obţin din cîte o singură ecuaţie de condiţie de sinus, în cazul condiţiei suplimentare. În acest caz trebuie ca pentru unghiurile intermediare, corecţiile să fie egale cu zero, iar pentru cele compensate, corecţiile să fie egale între ele ca valoare absolută, însă diferite ca semn ([88], [21]).

La compensarea masurătorilor prin procedeul riguros, influenţa erorilor datelor iniţiale se poate calcula după formule corespunzătoare, existente în literatura geodezică. De elaborarea metodei influenţei erorilor datelor iniţiale şi deducerea formulelor pentru cazul compensării măsurătorilor prin procedeul celor mai mici pătrate s-au ocupat mulţi savanţi sovietici (A. S. Cebotarev [79]), I. Pranis Pranievici [64], P. I. Şilov [89], D. A. Larin ([42], V. G. Selihanovici ([72], [73], [74], M. H. Muzafarov [57], I. A. Gordeev [20]).

În general, problema influenţei erorilor datelor iniţiale în cazul compensării neriguroase nu a fost abordată.

Expunem pe scurt deducerea formulei influenţei erorilor datelor iniţiale pentru funcţia mărimilor compensate prin metoda riguroasă, pentru cazul simplu, cînd se execută o singură serie de compensare şi erorile datelor iniţiale sînt independente între ele.

Trebuie avut în vedere că pătratul erorii medii pătratice a funcţiilor mărimilor compensate se poate examina din două puncte de vedere; unul din aceste puncte de vedere exprimă influenţa erorilor de măsurare, al doilea punct de vedere exprimă influenţa erorilor datelor iniţiale.

Eroarea totală a elementului reţelei (cu influenţa erorilor datelor iniţiale) se determină după formula:

$$\tilde{m} = \sqrt{m^2 + \overset{\circ}{m}^2}, \qquad (I.1)$$

unde:

m — eroarea medie pătratică a elementului reţelei, care apare ca urmare a influenţei erorilor de măsurare (neglijînd influenţa erorilor datelor iniţiale);

$\mathring{m}$ — eroarea medie pătratică a aceluiaşi element, care apare ca urmare numai a influenţei erorilor datelor iniţiale;

$\tilde{m}$ — eroarea medie pătratică totală (considerînd şi erorilor datelor iniţiale).

O formulă analogă va fi şi pentru eroarea medie pătratică a poziţiei punctului ce se determină:

$$\tilde{M} = \sqrt{M^2 + \mathring{M}^2}. \qquad (I.2)$$

În acest paragraf examinăm numai influenţa erorilor datelor iniţiale ($\mathring{m}$, $\mathring{M}$), considerînd în mod convenţional că erorile de măsurare lipsesc.

Această funcţie pentru toate mărimile, care depind de erorile datelor iniţiale, ca şi pentru erorile medii pătratice, o însemnăm cu un cerculeţ deasupra mărimii obişnuite.

Fie

$$u = \Phi\ (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_t, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_\tau) \qquad (I.3)$$

— funcţia mărimilor compensate η_1, $\eta_2 \ldots, \eta_t$ şi a datelor iniţiale ζ_1, $\zeta_2 \ldots \zeta_\tau$. Dar mărimile compensate pot singure să depindă de erorile datelor iniţiale.

Scriem expresia erorilor funcţiei u prin erorile argumentelor lor, adică:

$$\Delta\mathring{u} = [f' \Delta\mathring{\eta}] + [f'_\zeta \Delta\zeta],$$

unde f'_i, f'_{ζ_i} sînt derivatele parţiale ale funcţiei u după argumentele corespunzătoare.

Avînd $\eta_i = l_i + v_i$,

unde l_i — valoarea măsurată a mărimii, iar v_i — corecţia pentru ea, atunci

$$\mathring{\Delta}\eta_i = \mathring{v}_i,$$

$$\mathring{\Delta}u = [f'\mathring{v}] + [f'_\zeta \Delta\zeta].$$

Mai departe se va arăta (§ 21, V.14) că

$$[f'\mathring{v}] = [q\mathring{w}],$$

unde $q_a, q_b, \ldots q_r$ sînt coeficienţii de transformare ([89] pag. 231), determinaţi din rezolvarea sistemelor de ecuaţii normale, în care termenii liberi $\mathring{w}_a$, $w_b \ldots \mathring{w}_r$, sînt înlocuiţi corespunzător ($[af']$, $[bf']$, ... $[rf']$).

De aceea

$$\Delta\mathring{u} = [q\mathring{w}] + [f'_\zeta \Delta\zeta].$$

Nu este greu de arătat că termenii liberi ai ecuaţiilor de condiţie au forma

Scanned with OKEN Scanner

$$\left.\begin{aligned} \overset{\circ}{w}_a &= [a_\zeta \, \Delta\zeta] \\ \overset{\circ}{w}_b &= [b_\zeta \, \Delta\zeta] \\ &\cdots\cdots \\ \overset{\circ}{w}_r &= [r_\zeta \, \Delta\zeta] \end{aligned}\right\}, \tag{I.4}$$

unde a_{ζ_i}, b_{ζ_i} ....., r_{ζ_i} — derivatele parțiale de la termenii liberi corespunzători din datele inițiale ζ_i ($i = 1,2, \ldots\ldots, \tau$).

Înlocuim în egalitatea pentru $\Delta\overset{\circ}{u}$ mărimile $\overset{\circ}{w}$ cu relațiile lor din (I.4) și obținem:

$$\Delta\overset{\circ}{u} = [f_\zeta \, \Delta\zeta], \tag{I.5}$$

unde: $f_{\zeta_i} = f'_{\zeta_i} + a_{\zeta_i} q_a + b_{\zeta_i} q_b + \ldots + r_{\zeta_i} q_r$. (I.6)

Avînd f_{ζ_i} și ponderea p_{ζ_i} a mărimilor ζ_i se poate obține cu ușurință inversul ponderii funcției.

$$\frac{1}{\overset{\circ}{p}_u} = \left[\frac{f_\zeta \, f_\zeta}{p_\zeta}\right]. \tag{I.7}$$

Înmulțind ambele părți ale ultimei egalități cu pătratul erorii medii pătratice a unității de pondere, obținem:

$$\overset{\circ}{m}{}^2_u = [f_\zeta^2 \, m_\zeta^2], \tag{I.8}$$

unde m_{ζ_i} ($i = 1,2\ldots\ldots, \tau$) sînt erorile medii pătratice ale datelor inițiale.

Procedeul de determinare a influenței erorilor datelor inițiale expus, este riguros cînd aceste erori sînt independente între ele. Aplicarea formulelor date în cazul existenței dependenței între erorile datelor inițiale, lucru care de obicei se întîmplă la rețelele geodezice, dă un rezultat apropiat. Deși procedeul expus este unul din procedeele simple, este greu de aplicat în practică.

Tabelul 1

Ordinul	Lungimea medie a laturilor (km)	Eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului	Eroarea medie pătratică în cel mai slab loc al sistemului		
			Erorile relative ale laturilor	Eroriile absolute ale laturilor în m	Eroarea M în poziția punctului față de punctele alăturate avînd în vedere ca $\frac{m_a}{\rho} = \frac{m_s}{s}$ (m)
1	2	3	4	5	6
Triangulația					
2	13	$\pm 1''$	1 : 120 000	0,11	0,16
3	8	1,5	1 : 80 000	0,10	0,14
4	1,5—6	2,0	1 : 50 000	0,03—0,12	0,04—0,17
Poligonometria					
4	0,5	3,0	1 : 50 000	0,01	În medie pentru triangulația de ordinul 2—4
			$\mu = 0,0003$		$M = 0,15$ m.

$$\lambda = \frac{1}{40}\mu \approx 0{,}00001$$

Greutatea și complexitatea acestui procedeu depinde de felul cum este expus, iar pentru rezolvarea problemelor practice va trebui să se folosească formule complexe, generale pentru toate rețelele geodezice.

Rezolvarea acestor probleme se simplifică, dacă se trece de la formulele generale la cele particulare, corespunzătoare cu diferitele tipuri de sisteme geodezice.

În manualul de față se prezintă formule speciale privind influența erorilor datelor inițiale pentru tipuri și grupe de sisteme separate, alese după criteriile generale.

Față de acestea în cazurile mai complicate se admit unele simplificări ale formulelor în dauna preciziei lor, ceea ce face ca ele să fie aproximative.

În toate cazurile, formulele sînt aduse la forma simplă, convenabilă pentru folosirea practică.

Pentru sistemele simple, unele și aceleași formule pot fi folosite atît la compensarea riguroasă, cît și la cea neriguroasă.

În scopul obținerii celor mai simple formule, în carte sînt luate ca argumente în majoritatea cazurilor erorile laturilor și ale direcțiilor de sprijin și nu erorile coordonatelor punctelor de sprijin.

Aspectul formulelor de calcul a influenței erorilor datelor inițiale, depinde atît de tipul rețelei, cît și de scopul pentru care a fost compensată această rețea.

Pentru calculul cu aceste formule a problemelor practice, dăm în tabelul 1 precizia triangulației și a poligonometriei, cerută de instrucțiuni [33].

Examinăm influența erorilor datelor inițiale pentru diferite tipuri de rețele.

1. Rețeaua de triangulație liberă cu o singură latură (bază) inițială AB și un singur unghi de orientare

Rețelelor de tip asemănător le aparțin figurile 1—6, 43—45, 53 (anexa 4), lanțul de triangulație suspendat (în caz special, cel compus dintr-un singur triunghi), intersecțiile înainte și laterale, calculate din două puncte.

Pentru astfel de rețele, formulele de calcul a influenței datelor inițiale se obțin la fel.

Ele au o formă foarte simplă, corespunzătoare ca precizie și sînt juste atît pentru rețelele necompensate, cît și pentru cele compensate (prin orice procedeu). Aceasta se referă, în general, la toate rețelele, pentru care nici unul din termenii liberi ai ecuațiilor de condiție nu depinde de erorile datelor inițiale.

În aceste cazuri, erorile datelor inițiale nu deformează forma rețelei, ci schimbă numai scara și rotesc întreaga rețea.

Din această cauză, pentru astfel de rețele, eroarea relativă a oricăreia din laturi va fi egală cu eroarea relativă a laturii inițiale s:

$$\frac{\overset{\circ}{m}_{s_i}}{S_i} = \frac{m_s}{S}, \qquad (I.9)$$

iar eroarea unghiului de orientare α_i a oricărei laturi din rețea este egală cu eroarea unghiului de orinentare inițial:

$$\overset{\circ}{m}_{\alpha_i} = m_\alpha . \tag{I.10}$$

Întrucît

$$m_{lg\, s} = \text{Mod}\,\frac{m_s}{S}\ ;\ (\text{Mod.} = 0{,}4343),$$

atunci din egalitatea (I. 9) rezultă:

$$\overset{\circ}{m}_{lg\, s_i} = m_{lg\, s}.$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului B în raport cu punctul A se determină după formula:

$$M_{B(A)} = \sqrt{m^2_{\Delta x_{AB}} + m^2_{\Delta y_{AB}}}, \tag{I.11}$$

sau după formula:

$$M_{B(A)} = \sqrt{m^2_{x_B - x_A} + m^2_{y_B - y_A}} \tag{I.12}$$

însă este indiferent dacă coordonatele punctelor A și B depind sau nu unele de altele.

Este ușor de arătat că aceste formule pot fi înlocuite prin formula:

$$M_{B(A)} = \sqrt{m_s{}^2 + s^2\frac{m^2_\alpha}{\rho^2}}\ , \tag{I.13}$$

unde $s = AB$ și $\alpha = (AB)$, mai mult decît atît, s și α pot să depindă și să nu depindă unele de altele.

Dacă coordonatele punctelor A și B sînt independente, atunci formula (I.12) poate fi adusă la forma:

$$M_{B(A)} = \sqrt{M_A{}^2 + M_B{}^2}, \tag{I.14}$$

unde M_A, M_B reprezintă eroarea medie pătratică a poziției punctelor A și B.

Nu este greu de observat că în toate cazurile

$$M_{B(A)} = M_{A(B)}. \tag{I.15}$$

Influența erorilor datelor inițiale în poziția oricărui punct K ce se determină pentru orice rețea liberă depinde de formele și dimensiunile triunghiului ce se determină ABK, a cărui latură AB este latura inițială (fixă) a acestei rețele.

Notăm în acest triunghi laturile:

$$AK = s_A,\quad BK = s_B,\quad AB = s.$$

În raport de diferitele condiții, se pot întîlni diferite tipuri de probleme de determinare a influenței datelor inițiale în poziția punctului ce se determină.

1. Determinarea erorii medii pătratice $\overset{\circ}{M}_{K(A)}$ a poziției punctului K față de punctul A și unghiul de orientare fix, este în funcție de erorile

datelor inițiale: a) latura $s = AB$ și unghiul de direcție α al ei; b) coordonatele punctelor A și B.

2. Determinarea erorii medii pătratice $\mathring{M}_K$, a poziției punctului K față de poziția sistemului de coordonate adoptat este în funcție de erorile datelor inițiale: a) coordonatele punctului A, latura $s = AB$ și unghiul ei de orientare α; b) coordonatele punctelor A și B, ale căror poziții au fost determinate independent.

Examinăm rezolvarea acestor probleme.

1. Să se determine eroarea medie pătratică $\mathring{M}_{K(A)}$ a poziției punctului K față de punctul A și unghiul de orientare dacă datele inițiale conțin erori:

a) latura inițială $s = AB$ și unghiul ei de orientare α;

b) coordonatele punctelor A și B.

a. În conformitate cu formula (I.13) se poate scrie

$$\mathring{M}_{K(A)} = \sqrt{\mathring{m}^2_{AK} + \left(s_A \frac{\mathring{m}_{(AK)}}{\rho}\right)^2}.$$

Întrucît pentru tipul rețelei ce se examinează

$$\frac{\mathring{m}_{AK}}{s_A} = \frac{m_s}{s}$$

și

$$\mathring{m}_{(AK)} = m_\alpha ,$$

atunci

$$\mathring{M}_{K(A)} = s_A \sqrt{\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2} = \frac{s_A}{s} M_{B(A)}. \qquad (I.16)$$

Formula (I.16) este justă atît în cazul cînd erorile datelor inițiale s și α sînt independente între ele, cît și în cazul cînd acestea depind unele de altele:

b. Pe baza formulei (I.16) și (I.12) găsim:

$$\mathring{M}_{K(A)} = \frac{s_A}{s} \sqrt{m^2_{x_B - x_A} + m^2_{y_B - y_A}}. \qquad (I.17)$$

Dacă erorile punctelor A și B sînt independente, atunci, avînd în vedere formulele (I.16) și (I.14), găsim:

$$\mathring{M}_{K(A)} = \frac{s_A}{s} \sqrt{M^2_A + M^2_B}. \qquad (I.18)$$

Formulele pentru $\mathring{M}_{K(B)}$ au aceeași formă, ca și formulele pentru $\mathring{M}_{K(A)}$, numai că ele conțin în loc de litera A litera B.

2. Să se determine eroarea medie pătratică $\mathring{M}_k$ a poziției punctului K, față de originea sistemului de coordonate adoptat.

Drept sistem de coordonate se poate lua sistemul de coordonate polar, de exemplu, punctul și direcția unui ordin superior, ca precizie, a căror erori de deterimare pot fi neglijate *, sau sistemul de coordonate rectangular, față de care se determină poziția tuturor punctelor.

* Uneori un astfel de sistem față de orice erori ale poziției polului și ale axei polare se ia convențional, ca fiind fără erori.

Scanned with OKEN Scanner

Să examinăn rezolvarea acestei probleme, cînd datele inițiale conțin erori:

a) coordonatele punctului inițial A, ale laturii inițiale $s = AB$ și unghiul ei de orientare $\alpha = (AB)$, iar erorile punctului A nu depind de alte erori ale datelor inițiale și invers; b) coordonatele punctelor inițiale A și B, a căror poziție sînt determinate independent.

a. În acest caz este ușor să obținem:

$$\mathring{M}_K^2 = M_A^2 + \mathring{M}^2_{K(A)}, \tag{I.19}$$

unde $\mathring{M}_{K(A)}$ se determină cu formula (I.16).

Dacă

$$M_A = 0,$$

atunci

$$\mathring{M}_K = \mathring{M}_{K(A)}. \tag{I.20}$$

Problema se rezolvă la fel, dacă în ecuație în locul punctului A va fi punctul B. Atunci este necesar ca în formulele date să se schimbe litera A litera B, iar celelalte litere rămîn neschimbate.

b) Notăm în triunghiul ce se determină, unghiurile interioare vîrfurilor A, B și K respectiv prin β_1, β_2 și γ.

Problema dată nu este greu de rezolvat, dacă se folosesc formulele pentru determinarea coordonatelor punctelor prin intersecție înainte:

$$x_K = \frac{x_A \operatorname{ctg} \beta_2 - y_A + x_B \operatorname{ctg} \beta_1 + y_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2},$$

$$y_K = \frac{x_A + y_A \operatorname{ctg} \beta_2 - x_B + y_B \operatorname{ctg} \beta_1}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Luînd ca eronate numai coordonatele punctelor A și B și ținînd cont de faptul că $m_{x_A} = m_{y_A}$ și $m_{x_B} = m_{y_B}$, conform teoriei erorilor obținem:

$$\mathring{m}_{x_K} = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 \, m_{x_A}^2 + \sin^2 \beta_2 \, m_{x_B}^2},$$

$$\mathring{m}_{y_K} = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 \, m_{y_A}^2 + \sin^2 \beta_2 \, m_{y_B}^2}$$

Prin urmare:

$$\mathring{m}_{x_K} = \mathring{m}_{y_K}.$$

Deoarece

$$\mathring{M}_K^2 = \mathring{m}_{x_K}^2 + \mathring{m}_{y_K}^2,$$

atunci de aici aflăm:

$$\mathring{M}_K = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 \, M_A^2 + \sin^2 \beta_2 \, M_B^2} \tag{I.21}$$

și

$$\mathring{M}_K = \frac{1}{s} \sqrt{(s_B M_A)^2 + (s_A M_B)^2}. \tag{I.22}$$

În cazul egalității erorilor $M_A = M_B = M$

$$\mathring{M}_K = \frac{M}{\sin \gamma}\sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2} \qquad (I.23)$$

și

$$\mathring{M}_K = \frac{M}{s}\sqrt{s_A^2 + s_B^2}\,. \qquad (I.24)$$

Formula (I.22) poate fi obținută și astfel. Ținînd cont că este greșit numai punctul B, după formula (I.16) obținem:

$$\mathring{M}'_K = \frac{s_A}{s} M_B\,.$$

Ținînd cont că este greșit numai punctul A, la fel putem obține:

$$\mathring{M}''_K = \frac{s_B}{s} M_A\,.$$

Influența comună a erorilor ambelor puncte A și B în poziția punctului K va fi:

$$\mathring{M}_K = \sqrt{\mathring{M}'^2_K + \mathring{M}''^2_K}\,.$$

Introducînd în această formulă valorile $\mathring{M}'_K$ și $\mathring{M}''_K$, obținem (I.22).

Exemplu. Să se determine influența erorilor datelor inițiale în rețeaua analitică, construită în formă de patrulater geodezic, avînd diagonala de plecare AB (vezi fig. 43), care aparține triangulației de ordinul 4, pentru următoarele patru variante *.

1. Se dau: $s=2400\ m$, $m_s = \pm \frac{1}{50\,000} \cdot s = \pm 0{,}048$ m, $\frac{m_\alpha}{\rho} = \frac{1}{50\,000}$ $(m_\alpha = \pm 4'',1)$.

Găsim $\mathring{m}_{AI}$, $\mathring{m}_{(AI)}$, $\mathring{M}_{I(A)}$, adică erorile medii pătratice ale laturii AI, ale unghiului de orientare (AI) și ale poziției punctului I față de punctul A.

Din calcule sau grafic determinăm distanța $s_A = 1720$ m. Atunci după formulele (I.9), (I.10), (I.16) găsim:

$$\mathring{m}_{AI} = s_A \frac{m_s}{s} = \pm\ 1720 \cdot \frac{1}{50\,000} = \pm\ 0{,}034\ m \approx \pm 0{,}03\ m.$$

$$\mathring{m}_{(AI)} = m_\alpha = \pm 4'',1 \approx \pm 4'',$$

$$\mathring{M}_{I(A)} = s_A \sqrt{\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2} = 1720 \cdot \frac{1}{50\,000}\sqrt{2} = 0{,}049 \text{ m} \approx 0{,}05 \text{ m}.$$

2. Pentru aceleași date, știind că $M_A = 0{,}15$ m, iar erorile în poziția punctului A sînt independente de erorile lui s și α, să se calculeze eroarea medie pătratică M_I (în raport de sistemul de coordonate stabilit).

Cu formula (I.19) găsim:

$$\mathring{M}_I = \sqrt{M_A^2 + \mathring{M}^2_{I(A)}} = \sqrt{0{,}15^2 + 0{,}05^2} = 0{,}16 \text{ m}.$$

---

* La rezolvarea exemplelor, erorile inițiale se iau din tabelul 1. În cazul calculelor de proiect este necesar să se folosească normativele din „Instrucțiunile privind construirea rețelei geodezice de stat a U.R.S.S." — 1961.

Scanned with OKEN Scanner

3. Se dau $M_A = 0{,}15$ m, $M_B = 0{,}10$ m, iar erorile în poziția punctelor A și B sînt independente. Să se determine eroarea medie pătratică $\mathring{M}_{I(A)}$ a poziției punctului I față de punctul A (și axa de orientare).

Determinînd $s_A = 1720$ m, găsim:

$$\mathring{M}_{I(A)} = \frac{s_A}{s}\sqrt{M_A^2 + M_B^2} = \frac{1720}{2400}\sqrt{0{,}15^2 + 0{,}10^2} = 0{,}13 \text{ m}.$$

4. Pentru aceleași condiții să se determine eroarea medie pătratică $\mathring{M}_I$ a poziției punctului I față de sistemul de coordonate stabilit.

Determinînd $s_A = 1720$ m și $s_B = 1060$ m, după formula (I.22) găsim:

$$\mathring{M}_I = \frac{1}{s}\sqrt{(s_B M_A)^2 + (s_A M_B)^2} = \frac{1}{2400}\sqrt{(1060 \cdot 0{,}15)^2 + (1720 \cdot 0{,}10)^2} = 0{,}10\, m.$$

2. Lanțul de triangulație cuprins între două baze și avînd un unghi fix de orientare (vezi fig. 7)

Examinăm cazul cînd toate unghiurile de legătură ale lanțului sînt egale între ele.

Corecțiile prime (pentru condiția de figură) nu depind de erorile datelor inițiale și de aceea cînd lipsesc erorile de măsurare, ele sînt egale cu zero.

Corecțiile secunde pentru unghiurile intermediare ale cazului ce se examinează sînt egale cu zero, iar pentru unghiurile de legătură φ_v și ψ_v se determină din egalitatea:

$$\mathring{v}_{\varphi_v} = -\mathring{v}_{\psi_v} = -\frac{1}{2N\delta}\mathring{w} = -\frac{1}{2N\delta}(\Delta_{\lg a} - \Delta_{\lg b}), \quad (v = 1,2 \ldots N),$$

unde N — numărul de triunghiuri din lanț, $\delta = \delta_{\varphi_v} = \delta_{\psi_v}$ este diferența tabulară a logaritmului funcției sinus pentru creșterea unghiului cu 1″, iar a și b sînt bazele.

Pentru latura de legătură s_k

$$\mathring{\Delta}_{\lg s_k} = \Delta_{\lg a} + \delta \sum_{v=1}^{k} (\mathring{v}_{\varphi_v} - \mathring{v}_{\psi_v}).$$

Introducînd expresiile corecțiilor $\mathring{v}_{\varphi_v}$ și $\mathring{v}_{\psi_v}$ în ultima egalitate, obținem:

$$\mathring{\Delta}_{\lg s_k} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)\Delta_{\lg a} + \frac{k}{N}\Delta_{\lg b}. \qquad (I.25)$$

Aceeași egalitate se obține plecînd de la aceea că, valoarea lg s_k compensată este media ponderată din cele două valori ale ei, obținute de la baze diferite a și b, unde ponderile p' și p'' s-au determinat cu formulele:

$$\frac{1}{p'} = \frac{2}{3}\sum_{v=1}^{k} R_v = 2k\delta^2, \quad \frac{1}{p''} = \frac{2}{3}\sum_{v=k+1}^{N} R_v = 2\,(N-k)\,\delta^2,$$

$$(R_v = \delta^2_{\varphi_v} + \delta^2_{\psi_v} + \delta_{\varphi_v}\delta_{\psi_v} = 3\,\delta^2).$$

Scanned with OKEN Scanner

La o astfel de determinare a valorii lg s_k, eroarea $\mathring{\Delta}_{\lg s_k}$, va fi:

$$\mathring{\Delta}_{\lg s_k} = \frac{p' \Delta_{\lg a} + p'' \Delta_{\lg b}}{p' + p''} \tag{I.26}$$

Introducînd aici expresiile pentru ponderile p' și p'', obținem formula anterioară (I.25).

Trecînd în egalitate (I.25) de la erorile inițiale la cele medii pătratice, obținem:

$$\mathring{m}^2_{\lg s_k} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 m^2_{\lg a} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 m^2_{\lg b} \tag{I.27}$$

sau

$$\frac{\mathring{m}^2_{s_k}}{s_k^2} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 \frac{m_a^2}{a^2} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 \frac{m_b^2}{b^2}. \tag{I.28}$$

Pentru unghiul de orientare α_k a laturii de legătură, ca urmare a faptului că corecțiile secunde ale unghiurilor intermediare, după care se obține α_k, sînt egale cu zero, eroarea este:

$$\mathring{\Delta}_{\alpha_k} = \Delta_{\alpha_{a'}} \tag{I.29}$$

pe această bază:

$$\mathring{m}_{\alpha_k} = m_{\alpha_a}. \tag{I.30}$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului final Z al lanțului față de punctul inițial A, pentru cazul cînd A și Z se găsesc pe una și aceeași latură a lanțului, iar numărul de triunghiuri N este impar, se obține în felul următor.

Lungimea diagonalei în acest caz este:

$$AZ = L = a_1 + a_3 + \ldots + a_N,$$

(a_1, a_3 ...., a_N — laturile intermediare ale triunghiurilor).

Eroarea diagonalei va fi:

$$\mathring{\Delta}_L = \mathring{\Delta}_{a_1} + \mathring{\Delta}_{a_3} + \ldots\ldots + \mathring{\Delta}_{a_N}.$$

De aici se poate obține:

$$\mathring{\Delta}_{\lg L} = \frac{1}{n}(\mathring{\Delta}_{\lg a_1} + \mathring{\Delta}_{\lg a_3} + \ldots. + \mathring{\Delta}_{\lg a_N}),$$

unde n — numărul termenilor din paranteză: Luînd în considerație că:

$$\mathring{\Delta}_{\lg a_i} = \Delta_{\lg a} - \frac{2i-1}{2N}(\Delta_{\lg a} - \Delta_{\lg b}),$$

găsim:

$$\mathring{\Delta}_{\lg L} = \frac{1}{2}(\Delta_{\lg a} + \Delta_{\lg b}).$$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea medie pătratică a logaritmului diagonalei L va fi:

$$\overset{\circ}{m}_{\lg L} = \frac{1}{2}\sqrt{m^2_{\lg a} + m^2_{\lg b}}.$$

De unde:

$$\frac{\overset{\circ}{m}_L}{L} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_b^2}{b^2}}.$$

Atunci eroarea longitudinală a capătului lanțului este:

$$\overset{\circ}{m}_t = \overset{\circ}{m}_L = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2}. \qquad (I.31)$$

Pentru cazul ce se examinează, satisfacerea condiției de acord baze provoacă rotirea diagonalei L în raport de bază cu unghiul $\overset{\circ}{v}_{\varphi_1}$, care ținînd cont de ordinul de mărime poate fi neglijat: eroarea Δ_{α_a} a unghiului de orientare α_a rotește întregul lanț.

De aceea se poate considera că la compensarea aproximativă:

$$\overset{\circ}{m}_{\alpha_L} = m_{\alpha_a},$$

iar eroarea transversală a capătului lanțului va fi:

$$\overset{\circ}{m}_u = L\,\frac{m_{\alpha_a}}{\rho}. \qquad (I.32)$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului final Z în raport de punctul A se obține după formula:

$$\overset{\circ}{M}_{Z(A)} = \sqrt{m_t^2 + m_u^2} \qquad (I.33)$$

sau

$$\overset{\circ}{M}_{Z(A)} = L\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_b^2}{b^2}\right) + \left(\frac{m_{\alpha_a}}{\rho}\right)^2}. \qquad (I.34)$$

În cazul cînd erorile în poziția punctului A nu depind de erorile datelor inițiale, care iau parte la determinarea lui $\overset{\circ}{M}_{Z(A)}$, găsim în raport de sistemul de coordonate că:

$$\overset{\circ}{M}_Z = \sqrt{\overset{\circ}{M}^2_{Z(A)} + M_A^2}. \qquad (I.35)$$

Exemplu. Rețeaua analitică în formă de lanț formată din șase triunghiuri ($N = 6$) este construită pe baza triangulației de ordinul patru.

Să se afle influența erorilor datelor inițiale în cel mai slab loc al lanțului după ce acesta a fost compensat. Dacă se ia ca latură de plecare latura triangulației de ordinul patru, pe care se sprijină lanțul și baza de la capătul lui, eroarea relativă de măsurare a bazei corespunde cu eroarea relativă a laturii triangulației de ordinul patru.

Dintre toate laturile de legătură, cea mai slabă este cea de la mijlocul lanțului ($k=3$).

Cu formulele (I.30) și (I.28) obținem:

$$\overset{\circ}{m}_{\alpha_k} = \pm 4'',$$

$$\frac{\mathring{M}_{s_k}}{s_k} = \sqrt{\left(1-\frac{3}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{50\,000^2} + \left(\frac{3}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{50\,000^2}} \approx \frac{1}{70\,000}.$$

Dintre toate punctele cel mai slab este punctul de la capătul lanțului Z.

Pentru determinarea lui $\mathring{M}_{Z(A)}$ folosim formulele (I.31), (I.32) și (I.33). După aceste formule găsim că eroarea longitudinală calculată cu formula (I.31) este:

$$\mathring{m}_t = \frac{6200}{2}\sqrt{\frac{1}{50\,000^2} + \frac{1}{50\,000^2}} = \pm 0{,}087 \text{ m} \approx \pm 0{,}09 \text{ m},$$

iar eroarea transversală obținută cu formula (I.32) este

$$\mathring{m}_u = \pm 6200 \cdot \frac{1}{50\,000} = \pm 0{,}124 \text{ m} \approx \pm 0{,}12 \text{ m}.$$

La fel eroarea medie pătratică a poziției punctului Z în raport de punctul inițial A, calculată cu formula (I.33) este:

$$\mathring{M}_{Z(A)} = \sqrt{0{,}087^2 + 0{,}124^2} = 0{,}151 \text{ m} \approx 0{,}15 \text{ m}.$$

3. Lanțul de triangulație cuprins între o latură și o bază orientată (fig. 8)

Ca și la punctul 2 examinăm lanțul format din triunghiuri isoscele și egale între ele.

Pentru unghiul de orientare α_k a laturii de legătură este justă formula:

$$\mathring{\Delta}_{a_k} = \frac{p'\Delta_{a_a} + p''\Delta_{a_b}}{p' + p''},$$

unde

$$p' = \frac{1}{k}, \qquad p'' = \frac{1}{N-k}.$$

Această formulă se obține analog cu formula (I.26), dacă se ține cont că la compensare condiția de acord bază nu schimbă unghiurile intermediare ale triunghiurilor.

Trecînd la erorile medii pătratice, obținem:

$$\mathring{m}^2_{a_k} = \left(1-\frac{k}{N}\right)^2 m^2_{a_a} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 m^2_{a_b}. \qquad \text{(I.36)}$$

Pentru latura de legătură s_k rămîne valabilă formula (I.28), deoarece compensarea pentru condiția de orientare nu schimbă laturile de legătură.

Pentru capătul lanțului Z în raport de punctul inițial A în același caz și pe aceeași cale, ca și la punctul 2, găsim:

eroarea logitudinală

$$\mathring{m}_t = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2}, \qquad \text{(I.37)}$$

eroarea transversală

$$\mathring{m}_u = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_{a_a}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{m_{a_b}}{\rho}\right)^2}. \qquad \text{(I.38)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea medie pătratică a poziției punctului Z față de punctul A va fi:

$$\mathring{M}_{Z(A)} = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(m_{a_a}^2 + m_{a_b}^2\right)}. \qquad (I.39)$$

Exemplu. Datele sînt aceleași ca și în exemplul anterior, însă ca plecare servește latura triangulației de ordinul patru și baza orientată, între care este constrîns lanțul.

Locul cel mai slab în ceea ce privește determinarea laturii de legătură și a unghiului ei de orientare este mijlocul rețelei ($k = 3$).

Cu ajutorul formulelor (I.36) găsim:

$$\mathring{m}_{a_k} = \sqrt{\left(1 - \frac{3}{6}\right)^2 \cdot 4{,}1^2 + \left(\frac{3}{6}\right)^2 \cdot 4{,}1^2} = \pm 2''{,}9.$$

$\mathring{m}_{s_k}$ se calculează în mod analog ca în exemplul dat în fig. 7.

În ceea ce privește poziția punctului, locul cel mai slab va fi capătul Z al lanțului.

Pentru capătul lanțului de triangulație găsim că eroarea longitudinală (I.37) este:

$$\mathring{m}_t = \pm 0{,}087\ m \approx \pm 0{,}09\ m\ ;$$

eroarea transversală (I.38) este:

$$\mathring{m}_u = \frac{6200}{2}\sqrt{\frac{1}{50\,000^2} + \frac{1}{50\,000^2}} = \pm 0{,}087\ m \approx \pm 0{,}09\ m.$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului Z în raport de punctul A va fi:

$$\mathring{M}_{Z(A)} = \sqrt{0{,}087^2 + 0{,}087^2} = 0{,}123\ m \approx 0{,}12\ m.$$

4. Lanțurile de triangulație cuprinse între puncte de ordin superior (fig. 9 — 11)

Avînd în vedere existența ecuațiilor de condiție de coordonate pentru aceste sisteme, influența erorilor datelor inițiale este foarte greu să se ia în considerație. Din această cauză pentru simplificarea rezolvării problemei și pentru obținerea de formule mult mai simple, ca date de plecare nu vom lua erorile în coordonate, ci erorile laturilor de plecare a și b, diagonalei L a lanțului și a unghiurilor de orientare α_a, α_b, α_L.

Din cercetarea acestei probleme s-a stabilit că asupra laturilor de legătură și unghiurilor lor de orientare, de regulă, erorile laturilor de plecare și ale unghiurilor de orientare au o influență mai mare decît erorile diagonalei și ale unghiului ei de orientare, tocmai de aceea, în cazul calculelor aproximative, se pot folosi formulele date mai înainte:

pentru fig. 9

$$\frac{\mathring{m}_{s_k}}{s_k} = \frac{m_a}{a}\ ; \qquad \mathring{m}_{a_k} = m_{a_a}\ ; \qquad (I.40)$$

pentru fig. 10

$$\frac{\mathring{m}_{s_k}}{s_k} = \frac{m_a}{a}\ ; \qquad \mathring{m}_{a_k}^2 = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 m_{a_a}^2 + \left(\frac{k}{N}\right)^2 m_{a_b}^2\ ; \qquad (I.41)$$

pentru fig. 11

$$\frac{\mathring{m}^2_{s_k}}{s_k^2} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 \frac{m_a^2}{a^2} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 \frac{m_b^2}{b^2}; \quad \mathring{m}^2_{a_k} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 m^2_{a_a} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 m^2_{a_b}. \tag{I.42}$$

Pentru eroarea medie pătratică $M_{K(A)}$ a poziției punctului K situat aproximativ la mijlocul lanțului în raport de punctul de plecare A, care este dispus la capătul lanțului, se poate trage o concluzie asemănătoare cu cea examinată la punctul 2 și se pot obține următoarele formule aproximative: pentru fig. 9

$$\mathring{M}_{K(A)} = \frac{AK}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_L}{L}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(m^2_{a_a} + m^2_{a_b}\right)}; \tag{I.43}$$

pentru fig. 10

$$\mathring{M}_{K(A)} = AK\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_L^2}{L^2}\right) + \frac{1}{9\rho^2}\left(m^2_{a_a} + m^2_{a_b} + m^2_{a_L}\right)}, \tag{I.44}$$

unde L este diagonala lanțului de triangulație dintre punctele de ordin superior, dispuse pe una și aceeași latură a lanțului.

Pentru fig. 11: $AB = a$ și $CD = b$ — laturile fixe, $AD = L$ — diagonala fixă, K — punctul ce se determină, dispus în apropierea mijlocului lanțului.

Știind că lungimea segmentului AK, precum și unghiul lui de orientare, după compensarea lanțului pentru toate condițiile aproximative, sînt egale cu media aritmetică obținută din cele trei rezultate ale rezolvării; luînd pe rînd lungimea, apoi unghiurile de orientare ale laturilor AB, AD și CD, obținem:

$$\frac{\mathring{\Delta}_{AK}}{AK} = \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta_a}{a} + \frac{\Delta_b}{b} + \frac{\Delta_L}{L}\right),$$

$$\mathring{\Delta}_{(AK)} = \frac{1}{3}\left(\Delta_{a_a} + \Delta_{a_b} + \Delta_L\right).$$

Pe baza acestor egalități obținem:

$$\mathring{M}_{K(A)} = \frac{AK}{3}\sqrt{\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_b^2}{b^2} + \frac{m_L^2}{L^2} + \frac{1}{\rho^2}\left(m^2_{a_a} + m^2_{a_b} + m^2_{a_L}\right)} \tag{I.45}$$

Exemplu. Fie rețeaua analitică în formă de lanț, formată din opt triunghiuri ($N = 8$) încadrată între două laturi AB și CD ale triangulației de ordinul 4 (fig. 11), unde AD este o latură a triangulației de ordinul 3.

Să se afle influența erorilor datelor inițiale, în locul cel mai slab al rețelei compensate.

Locul cel mai slab după compensare va fi mijlocul lanțului ($K = 4$).

Pentru latura de legătură, dispusă la mijlocul lanțului, cu ajutorul formulei (I.42) obținem:

$$\frac{\mathring{m}_{s_k}}{s_k} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{50000^2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{50000^2}} = \frac{1}{70000},$$

$$\mathring{m}_{a_k} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot 4{,}1^2 + \frac{1}{4}\cdot 4{,}1^2} = \pm 2''{,}9.$$

Aflăm pe M pentru vîrful mediu III. De asemenea găsim pe desenul rețelei pe A III $= 4200\ m$, pe baza formulei (I.45), unde în cazul dat

$$\frac{m_a}{a} = \frac{m_{a_a}}{\rho} = \frac{m_b}{b} = \frac{m_{a_b}}{\rho} = \frac{1}{50\,000}$$

și

$$\frac{m_L}{L} = \frac{m_{a_L}}{\rho} = \frac{1}{80\,000},$$

avem în final:

$$\mathring{M}_{III(A)} = \frac{4200}{3}\sqrt{4 \cdot \frac{1}{50\,000^2} + 2 \cdot \frac{1}{80\,000^2}} = 0{,}059\ m \approx 0{,}06\ m.$$

5. Cele mai simple corecții ale punctelor (fig. 12 — 14)

Fig. 12

Acesta este un caz particular al celui prezentat în fig. 8, de aceea se folosesc formulele (I.28), (I.36) și (I.39).

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathring{m}_{BI}}{BI} &= \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2} \\ \mathring{m}_{(BI)} &= \frac{1}{2}\sqrt{m^2_{(BA)} + m^2_{(BC)}} \\ \text{și} \\ \mathring{M}_{I(B)} &= \frac{BI}{2}\sqrt{\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(m^2_{(BA)} + m^2_{(BC)}\right)} \end{aligned}\right\} \quad (I.46)$$

Fig. 13

Și acesta este un caz particular al celui prezentat în fig. 8 și de aceea se folosesc formulele (I.28), (I.36) și (I.39), pe baza cărora obținem:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathring{m}_{BI}}{BI} &= \frac{1}{3}\sqrt{4\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2} \\ \mathring{m}_{(BI)} &= \frac{1}{3}\sqrt{4m^2_{a_a} + m^2_{a_b}} \\ \mathring{M}_{I(B)} &= \frac{BI}{3}\sqrt{4\left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(4m^2_{a_a} + m^2_{a_b}\right)} \end{aligned}\right\} \quad (I.47)$$

În mod analog se obțin formulele pentru erorile medii pătratice ale mărimilor, referitoare la punctul II.

Fig. 14

Pentru calcule aproximative se pot folosi formulele date pentru fig. 12.

Exemple.

1. În fig. 12 (în fig. 14), punctul I al triangulației de ordinul 4 se determină din punctele A, B, C, ale triangulației de ordinul 3.

Scanned with OKEN Scanner

Să se calculeze $\frac{\mathring{m}_{BI}}{BI}$, $\mathring{m}_{(BI)}$ și $\mathring{M}_{I(B)}$.

Folosim formula (I.46)

$$\frac{\mathring{m}_{BI}}{BI} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{80000^2}\cdot 2} = \frac{1}{110\,000},$$

$$\mathring{m}_{(BI)} = \frac{1}{2}\sqrt{1{,}5^2\cdot 2} = \pm 1'',1.$$

Determinînd după desenul rețelei pe $BI = 5600$ m, după formula (I.16) avem pentru $\mathring{M}_{I(B)}$

$$\mathring{M}_{I(B)} = 5600\sqrt{\frac{1^2}{110\,000^2} + \frac{1{,}1^2}{206\,000^2}} = 0{,}06 \text{ m}.$$

2. În fig. 13, punctul I al triangulației de ordinul 4 se determină din punctele A, B, C, ale triangulației de ordinul 3.

Să se determine:

$\frac{\mathring{m}_{BI}}{BI}$, $\mathring{m}_{(BI)}$ și $\mathring{M}_{I(B)}$. Folosim formula (I.47).

$$\frac{\mathring{m}_{BI}}{BI} = \frac{1}{3}\sqrt{5\cdot\frac{1}{80\,000^2}} = \frac{1}{110\,000},$$

$$\mathring{m}_{(BI)} = \frac{1}{3}\sqrt{5\cdot 1{,}5^2} = \pm 1'',1.$$

Determinăm după desenul rețelei pe $BI = 4800$ m. Atunci după formula pentru $\mathring{M}_{I(B)}$ obținem:

$$\mathring{M}_{I(B)} = 4800\sqrt{\left(\frac{1}{110\,000}\right)^2 + \left(\frac{1{,}1}{206\,000}\right)^2} = 0{,}05 \text{ m}.$$

6. Drumuirea poligonometrică

Unghiul de orientare k al laturii drumuirii, calculat după unghiurile corectate numai pentru condiția de orientare, se poate obține cu ponderea medie din două valori, calculate după unghiurile de orientare inițiale, măsurate.

De aceea, avînd în vedere numai influența erorilor datelor inițiale avem:

$$\mathring{\Delta}_{\alpha_k} = \frac{p'\Delta_{\alpha_a} + p''\Delta_{\alpha_b}}{p' + p''},$$

unde $p' = \frac{1}{k}$, $p'' = \frac{1}{N-k}$ (N — numărul unghiurilor din drumuire), Δ_{α_a} , Δ_{α_b} — erorile unghiurilor de orientare inițiale (primul și ultimul).

Scanned with OKEN Scanner

Trecînd la erorile medii pătratice în cazul independenței erorilor datelor inițiale, găsim:

$$\overset{\circ}{m}{}^2_{\alpha_k} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)^2 m^2_{\alpha_a} + \left(\frac{k}{N}\right)^2 m^2_{\alpha_b}. \qquad (I.48)$$

Pe urmă examinăm influența erorilor datelor inițiale asupra preciziei drumuirii poligonometrice, compensată pentru toate condițiile, socotind drumuirea lungă și cu laturile aproximativ egale. Examinăm separat ce se întîmplă în cazul compensării riguroase și neriguroase a drumuirii.

În cazul compensării riguroase

Se vede că:

$$\overset{\circ}{\Delta}_{\alpha_k} = \Delta_{\alpha_a} + \overset{\circ}{v}'_{\alpha_k} + \overset{\circ}{v}''_{\alpha_k},$$

unde $\overset{\circ}{v}_{\alpha_k}$ — corecția pentru condiția de orientare;

$\overset{\circ}{v}''_{\alpha_k}$ — corecția pentru condiția de coordonate.

Nu este greu de observat că:

$$\overset{\circ}{v}'_{\alpha_k} = -\frac{\Delta_{\alpha_a} - \Delta_{\alpha_b}}{N} k.$$

Folosind formulele cunoscute pentru compensarea drumuirii întinse ([80], pag. 306), se poate scrie:

$$\overset{\circ}{v}''_{\alpha_k} = -\left[\overset{\circ}{v}''_{\beta}\right]^k_1 = \overset{\circ}{u}\frac{[\xi]^k_i}{[\xi^2]}\rho,$$

unde $\overset{\circ}{u}$ — eroarea transversală de închidere a drumuirii, iar ξ_i — abscisa punctului i din drumuire față de centrul de greutate al tuturor punctelor.

Asupra preciziei drumuirii mai influențează în afară de erorile Δ_{α_a} și Δ_{α_b} și erorile coordonatelor datelor inițiale A și B. Influența acestora este egală cu influența erorilor Δ_L și Δ_{α_L} a laturii de închidere a drumuirii $L = AB$ și a unghiului ei de orientare.

Pentru eroarea transversală de închidere $\overset{\circ}{u}$ este ușor să vedem că:

$$\overset{\circ}{u} = \frac{L}{\rho}\left(\frac{1}{2}\Delta_{\alpha_a} + \frac{1}{2}\Delta_{\alpha_b} - \Delta_{\alpha_L}\right).$$

De aceea, obținînd $[\xi]^k_1$ și $[\xi^2]$ și introducînd expresia lui $\overset{\circ}{u}$ în egalitatea pentru $\overset{\circ}{v}''_{\alpha_k}$, obținem:

$$\overset{\circ}{v}''_{\alpha_k} = -\frac{6k(N-k)}{N(N+1)}\left(\frac{1}{2}\Delta_{\alpha_a} + \frac{1}{2}\Delta_{\alpha_b} - \Delta_{\alpha_L}\right).$$

În felul acesta:

$$\overset{\circ}{\Delta}_{\alpha_k} = \left(1 - \frac{k}{N}\right)\Delta_{\alpha_a} + \frac{k}{N}\Delta_{\alpha_b} - \frac{6k(N-k)}{N(N+1)}\left(\frac{1}{2}\Delta_{\alpha_a} + \frac{1}{2}\Delta_{\alpha_b} - \Delta_{\alpha_L}\right). \qquad (I.49)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru latura medie a drumuirii (cînd N este par) avem aproximativ:

$$\mathring{m}_{a\,\text{mediu}} \approx \frac{1}{4}\sqrt{m_{a_a}^2 + m_{a_b}^2 + 36\,m_{a_L}^2} \approx 1{,}5\,m_{a_L}. \qquad (I.50)$$

Examinăm influenţa erorilor datelor iniţiale asupra poziţiei vîrfului $(k+1)$ al drumuirii.

Eroarea longitudinală:

$$\mathring{\Delta}_{t_{k+1}} = -\frac{\mathring{t}}{L}\,ks = -\frac{\mathring{t}}{L}\,S,$$

unde $\mathring{t} = -\Delta_L$ — eroarea de neînchidere longitudinală a drumuirii,

$s = ks$ — distanţa de la capătul drumuirii pînă la vîrful $(k+1)$

sau

$$\mathring{\Delta}_{t_{k+1}} = \frac{k}{n}\,\Delta_L$$

şi

$\mathring{m}_{t_{k+1}} = S\dfrac{m_L}{L} = \dfrac{k}{n}\,m_L$ ($n = N - 1$ — numărul de laturi ale drumuirii).

Pentru mijlocul drumuirii (n este par)

$$\mathring{m}_{\text{mediu}} = \frac{L}{2}\cdot\frac{m_L}{L} = \frac{1}{2}\,m_L. \qquad (I.51)$$

Eroarea transversală:

$$\mathring{\Delta}_{u_{k+1}} = \frac{s}{\rho}\left\{k\,\Delta_{a_a} + \left[v'_a\right]_1^k + \left[v''_a\right]_1^k\right\},$$

unde

$$\left[v'_a\right]_1^k = -\frac{k\,(k+1)}{2\,(n+1)}\,(\Delta_{a_a} - \Delta_{a_b}),$$

$$\left[v''_a\right]_1^k = -\frac{k\,(k+1)\,(3n-2k+2)}{(n+1)\,(n+2)}\left(\frac{1}{2}\,\Delta_{a_a} + \frac{1}{2}\,\Delta_{a_b} - \Delta_{a_L}\right),$$

sau

$$\mathring{\Delta}_{u_{k+1}} = \frac{S}{\rho}\left\{\Delta_{a_a} - \frac{k+1}{2(n+1)}\,(\Delta_{a_a} - \Delta_{a_b}) - \right.$$

$$\left. - \frac{(k+1)\,(3n-2k+2)}{(n+1)\,(n+2)}\left(\frac{1}{2}\,\Delta_{a_n} + \frac{1}{2}\,\Delta_{a_b} - \Delta_{a_L}\right)\right\}.$$

Pentru mijlocul drumuirii (n este par)

$$\mathring{m}_{u\,\text{mediu}} = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_{a_L}}{\rho}\right)^2 + \frac{1}{16}\left\{\left(\frac{m_{a_a}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{m_{a_b}}{\rho}\right)^2\right\}} =$$

$$= \frac{L}{2\rho}\sqrt{m_{a_L}^2 + \frac{1}{16}\left(m_{a_a}^2 + m_{a_b}^2\right)}. \qquad (I.52)$$

Scanned with OKEN Scanner

Aproximativ :

$$\mathring{m}_{u\text{mediu}} = \frac{L}{2} \cdot \frac{m_{a_L}}{\rho} = \frac{L}{2\rho} \cdot m_{a_L}. \tag{I.53}$$

Pentru vîrful mediu al drumuirii (n este par) în raport de punctul A.

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_L}{L}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left\{m^2_{a_L} + \frac{1}{16}\left(m^2_{a_a} + m^2_{a_b}\right)\right\}} \tag{I.54}$$

Aproximativ:

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \frac{L}{2}\sqrt{\left(\frac{m_L}{L}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}}\, m_{a_L} = \frac{1}{2} M_{B(A)}. \tag{I.55}$$

Dacă erorile coordonatelor punctelor A și B sînt independente între ele, atunci :

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \frac{1}{2}\sqrt{M^2_A + M^2_B}, \tag{I.56}$$

iar cînd erorile sînt egale :

$$M_A = M_B = M,$$

pentru vîrful mediu vom avea :

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \frac{M}{\sqrt{2}}. \tag{I.57}$$

Așa cum s-a obținut și la rețeaua liberă de triangulație,

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \mathring{M}_{\text{mediu}}, \tag{I.58}$$

unde $\mathring{M}_{\text{mediu}}$ — eroarea medie pătratică a poziției punctului mediu față de sistemul de coordonate adoptat.

În cazul compensării neriguroase

În mod analog ca și în cazul compensării riguroase, găsim :

$$\mathring{M}^2_{k+1} = \left(1 - \frac{k}{n}\right)^2 M^2_A + \left(\frac{k}{n}\right)^2 M^2_B + \mathring{m}^2, \tag{I.59}$$

unde

$$\mathring{m} = \frac{k\,(n-k)}{2\rho\,(n+1)}\, s\sqrt{m^2_{a_a} + m^2_{a_b}}.$$

Referitor la punctul A, eroarea medie pătratică este :

$$\mathring{M}_{k+1(A)} = \sqrt{\left(\frac{k}{n}\right)^2 M^2_{B(A)} + \mathring{m}^2}.$$

La fel se poate scrie că :

$$\mathring{M}_{k+1(A)} = ks\sqrt{\left(\frac{m_L}{L}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left\{m^2_{a_L} + \left(\frac{n-k}{2\rho\,(n+1)}\right)^2 (m^2_{a_a} + m^2_{a_b})\right\}}. \tag{I.60}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru vîrful mediu al drumuirii (cînd n este par) obţinem aceeaşi formulă (I. 51), ca şi în cazul compensării riguroase.

Exemple

1. Fie drumuirea poligonometrică întinsă de ordinul 4, dispusă între punctele (şi laturile) triangulaţiei de ordinul 3. Să se determine influenţa erorilor datelor iniţiale la mijlocul drumuirii — locul cel mai slab al ei după compensare; lungimea drumuirii $L = 9000$ m, numărul unghiurilor $N = 6$.

Pentru rezolvarea acestei probleme ne folosim de formulele expuse mai înainte pentru mijlocul drumuirii întinse cu laturi egale. După cum se ştie, aceste formule sînt juste pentru ambele cazuri de compensare, riguroasă şi neriguroasă, a drumuirii.

Formulele (I.51), (I.52), (I.54), în cazul rezolvării problemei respective, dau un rezultat aproximativ, deoarece în cazul lui $N = 6$ vor fi două vîrfuri slabe, apropiate de mijlocul drumuirii, care nu se suprapun.

Eroarea medie pătratică în unghiul de orientare al liniei medii ($k = 3$) după formula (I.50) va fi:

$$\mathring{m}_{\alpha_{\text{mediu}}} = \pm 1{,}5 \cdot 1'',5 = \pm 2'',2.$$

Eroarea longitudinală (I.51) pentru două vîrfuri ale drumuirii, apropiate de mijlocul ei.

$$\mathring{m}_{l_{\text{mediu}}} = \pm \frac{9000}{2} \cdot \frac{1}{80\,000} = \pm 0{,}056\ m \approx \pm 0{,}06\ m.$$

Eroarea transversală (I.53)

$$\mathring{m}_{u_{\text{mediu}}} = \pm \frac{9000}{2} \cdot \frac{1}{80\,000} = \pm 0{,}056\ m = \pm 0{,}06\ m.$$

Eroarea medie pătratică a poziţiei acestor vîrfuri faţă de începutul drumuirii A.

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \sqrt{\mathring{m}^2_{l_{\text{mediu}}} + \mathring{m}^2_{u_{\text{mediu}}}} = 0{,}056\sqrt{2} = 0{,}079\ m \approx 0{,}08\ m.$$

2. În cazul aceloraşi condiţii să se afle eroarea medie pătratică $\mathring{M}_{\text{mediu}(A)}$ a poziţiei celor mai slabe vîrfuri ale drumuirii dacă se cunoaşte că $M_A = M_B = 0{,}12\ m$ şi erorile acestor puncte sînt independente.

Pe baza formulelor (I.57) şi (I.58), obţinem:

$$\mathring{M}_{\text{mediu}(A)} = \mathring{M}_{\text{mediu}} = \frac{0{,}12}{\sqrt{2}} = 0{,}09\ m.$$

7. Intersecţii

Intersecţia înainte şi liniară (de laturi) din două puncte (*fig. 57, 59, 60*).

În cazurile intersecţiilor înainte şi liniare din două puncte A şi B, erorile medii pătratice ale laturilor AI şi BI ale unghiurilor de orientare (AI), (BI) şi ale poziţiei punctului ce se determină I se află după formulele (I.9), (I.10), (I.16), (I.24) care au fost date pentru reţeaua de triangulaţie liberă.

Singura modificare ce se aduce este că pentru punctul ce se determină numărul K trebuie schimbat cu I.

Intersecţia înainte din trei puncte (*fig. 58, 61*)

Examinăm cazul, cînd rezultatul definitiv se obţine ca media aritmetică din două rezultate, calculate pentru două perechi de direcţii AI, BI

Scanned with OKEN Scanner

și AI, CI spre punctul ce se determină I din trei puncte date A, B și C, măsurîndu-se unghiurile.

$$\beta_1 = < BAI,\ \beta_2 = < ABI,\ \beta_1' = < ACI,\ \beta_2' = < CAI.$$

Dacă unghiurile de la punctul A pentru condiția sumelor nu se compensează, atunci:

$$\mathring{M}_{I(A)} = \frac{1}{2}\sqrt{\mathring{M}'^2_{I(A)} + \mathring{M}''^2_{I(A)}}, \tag{I.61}$$

unde $\mathring{M}'_{I(A)}$, $\mathring{M}''_{I(A)}$ — erorile medii pătratice ale punctului I, corespunzătoare cu rezultatele a două determinări ale acestui punct, din două triunghiuri ABI și ACI. Mărimile $\mathring{M}'_{I(A)}$, $\mathring{M}''_{I(A)}$ se calculează după formula (I.16). Dacă unghiurile de la punctul A se compensează, atunci formula (I.61) va fi aproximativă.

Dacă punctul A are coordonate, ale căror erori nu depind de erorile altor date inițiale, care fac parte din determinarea punctului I, atunci în raport de sistemul de coordonate adoptat avem:

$$\mathring{M}_I = \sqrt{\mathring{M}^2_{I(A)} + M^2_A}. \tag{I.62}$$

Intersecția înapoi din trei puncte (fig. 62, 63)

Dacă pentru punctele inițiale $m_x = m_y$, atunci influența erorilor datelor inițiale asupra preciziei poziției punctului, determinat prin intersecția înapoi, poate fi evidențiată prin următoarele formule:

Eroarea medie pătratică a poziției punctului I față de punctul B (și axele de orientare):

$$\mathring{M}_{I(B)} = \frac{s_B}{\sqrt{2}\ ac \sin(\varphi + \psi)}\sqrt{a^2 M^2_{A(B)} + c^2 M^2_{C(B)}}.* \tag{I.63}$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului I:

$$\mathring{M}_I = \frac{s_B}{\sqrt{2}\ ac \sin(\varphi + \psi)}\sqrt{a^2 M^2_A + b^2 M^2_B + c^2 M^2_C}.* \tag{I.64}$$

Cînd erorile sînt egale $M_A = M_B = M_C = M$

$$\mathring{M}_I = \frac{s_B M}{\sqrt{2}\, ac \sin(\varphi + \psi)}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.* \tag{I.65}$$

Intersecția liniară (fig. 64)

Pentru determinarea erorii unghiului de orientare (AI) scriem pentru triunghiul ABI.

$$s_B^2 = s_A^2 + s^2 - 2\, s_A s \cos A,$$

unde

$$s_A = AI,\ s_B = BI,\ s = AB.$$

* Vezi [20].

Diferențiind această expresie, după transformare obținem:

$$\mathring{\Delta}_A = -\rho \operatorname{ctg} B \frac{\Delta_s}{s} .$$

De aceea:

$$\mathring{\Delta}_{(AI)} = \Delta_{(AB)} + \mathring{\Delta}_A = \Delta_{(AB)} - \rho \operatorname{ctg} B \frac{\Delta_s}{s} .$$

În cazul cînd erorile $\Delta_{(AB)}$ și Δ_S sînt independente.

$$\mathring{m}_{(AI)} = \sqrt{\left(\rho \operatorname{ctg} B \frac{m_s}{s}\right)^2 + m^2_{(AB)}} . \qquad (I.66)$$

În mod analog obținem:

$$\mathring{m}_{(BI)} = \sqrt{\left(\rho \operatorname{ctg} A \frac{m_s}{s}\right)^2 + m^2_{(AB)}} . \qquad (I.67)$$

Pentru aflarea influenței erorilor datelor inițiale ale punctelor A și B asupra punctului ce se determină I, folosim următorul procedeu.

Luăm formula, care exprimă lungimea segmentului prin coordonatele, capetelor lui și a diferențierii după coordonate.

Printr-un astfel de procedeu formăm sistemul de două ecuații în care prima ecuație conține erorile coordonatelor punctelor I și A, iar a doua, erorile punctului I și B.

Din rezolvarea acestui sistem de ecuații găsim expresia pentru erorile reale Δx_I și Δy_I . Aplicînd teoria erorilor, în cazul influenței erorilor datelor inițiale independente, obținem m_{x_I}, m_{y_I} . Ținînd seama că:

$$m_{x_A} = m_{y_A} = \frac{M_A}{\sqrt{2}} \text{ și } m_{x_B} = m_{y_B} = \frac{M_B}{\sqrt{2}} ;$$

găsim că:

$$\mathring{M}_I = \frac{\sqrt{M_A^2 + M_B^2}}{\sqrt{2} \sin \gamma} . \qquad (I.68)$$

Cînd $M_A = M_B = M$

$$\mathring{M}_I = \frac{M}{\sin \gamma} . \qquad (I.69)$$

Exemple

1. Să se determine influența erorilor datelor inițiale pentru punctul I al rețelei analitice, care a fost obținut prin intersecția din trei puncte A, B și C din triangulația de ordinul 4, în raport de punctul A, iar drept coordonate definitive ale punctului I s-au luat valorile medii aritmetice din două determinări ale punctului obținute din două puncte perechi A, B și A, C, știindu-se că: $s_A = 1600$ m.

După formula (I.16) găsim erorile medii pătratice ale poziției punctului I, determinat din două puncte inițiale.

$$\mathring{M}'_{I(A)} = \mathring{M}''_{I(A)} = 1600 \sqrt{\frac{1}{50\,000^2} \cdot 2} = 0{,}045 \ m \approx 0{,}04 \ m.$$

Pentru punctul I, determinat din trei puncte, cu ajutorul formulei (I.61), găsim:

$$\mathring{M}_{I(A)} = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}045^2 \cdot 2} = 0{,}032\ m \approx 0{,}03\ m.$$

2. Să se afle erorile medii pătratice $\mathring{M}_{I(B)}$ și $\mathring{M}_I$ ale poziției punctului I determinat din trei puncte A, B și C prin intersecție înapoi, dacă se cunoaște că $a = BC = 2100\ m$, $b = AC = 5400\ m$, $c = BA = 4200\ m$, $S_B = IB = 1600\ m$, $\varphi + \psi = 60°$, $M_A = 0{,}12\ m$, $M_B = M_C = 0{,}16\ m$, iar erorile punctelor A, B, și C sînt independente între ele.

În cazul cînd erorile datelor inițiale sînt independente:

$$M^2_{A(B)} = M^2_A + M^2_B$$

și

$$M^2_{C(B)} = M^2_C + M^2_B.$$

De aceea după formula (I.63) găsim:

$$\mathring{M}_{I(B)} = \frac{1600}{\sqrt{2} \cdot 2100 \cdot 4200 \cdot \sin 60°}\sqrt{2100^2 \cdot (0{,}12^2 + 0{,}16^2) + 4200^2\,(0{,}16^2 + 0{,}16^2)} = 0{,}15\ m.$$

După formula (I.64) obținem:

$$\mathring{M}_I = \frac{1600}{\sqrt{2} \cdot 2100 \cdot 4200 \cdot \sin 60°}\sqrt{(2100 \cdot 0{,}12)^2 + (5400 \cdot 0{,}16)^2 + (4200 \cdot 0{,}16)^2} = 0{,}16\ m.$$

3. Să se determine eroarea medie pătratică $\mathring{M}_I$ a poziției punctului I, care a fost determinat prin intersecție liniară din două puncte A și B, dacă erorile acestor puncte sînt independente și $M_A = M_B = M = 0{,}14\ m$, iar unghiul sub care e intersectat punctul $\gamma = 45°$.

Găsim după formula (I.69).

$$\mathring{M}_I = \frac{0{,}14}{\sin 45°} = 0{,}20\,m.$$

§ 3. FORMULE PENTRU CALCULE PRELIMINARE A PRECIZIEI REȚELEI GEODEZICE

În cazul proiectării rețelei geodezice este necesar să se facă calculul preliminar al preciziei. În acest caz se pot folosi formulele aproximative pentru determinarea preciziei de așteptat a rețelei compensate. Lucrul cel mai important este ca eroarea ce se așteaptă să se cunoască în locul cel mai slab al rețelei și totodată să se țină cont de influența aproximativă a erorilor datelor inițiale.

În acest paragraf sînt date formulele referitoare la aprecierea preciziei rețelelor geodezice, obținute fără să se țină cont de erorile datelor inițiale.

Se obțin cu aceste formule erorile m_{s_k} și m_{a_k} pentru latura cea mai slabă și cu formulele din paragraful anterior pentru aceeași latură erorile $\mathring{m}_{s_k}$ și $\mathring{m}_{a_k}$, cu ajutorul cărora găsim de asemenea erorile medii pătratice ale acestor mărimi, ținînd cont de influența erorilor datelor inițiale:

$$\tilde{m}_{s_k} = \sqrt{m^2_{s_k} + \mathring{m}^2_{s_k}}, \tag{I.70}$$

$$\tilde{m}_{a_k} = \sqrt{m^2_{a_k} + \mathring{m}^2_{a_k}}. \tag{I.71}$$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea medie pătratică a poziției capătului acestei linii în raport de origine se obține cu formula:

$$\widetilde{M}_{K(A)} = s_k \sqrt{\left(\frac{\widetilde{m}_{s_k}}{s_k}\right)^2 + \left(\frac{\widetilde{m}_{\alpha_k}}{\rho}\right)^2}. \qquad (I.72)$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului k cînd se ține cont de erorile datelor inițiale, după cum știm deja din paragraful anterior, se poate determina la fel după formula:

$$\widetilde{M}_{K(A)} = \sqrt{M^2_{K(A)} + \overset{\circ}{M}{}^2_{K(A)}},$$

dacă în prealabil s-au obținut $M_{K(A)}$ și $\overset{\circ}{M}_{K(A)}$.

Formulele date în acest paragraf au o formă simplă.

Unele dintre aceste formule, datorită simplificării lor, sînt aproximative, însă simplificarea lor este făcută în așa fel ca ele să dea valoarea erorii medii pătratice a mărimii ce se apreciază mai exagerată și nu micșorată.

Să examinăm pe urmă formulele privind aprecierea preciziei a cîtorva figuri simple de triangulație.

1. Lanțul de triangulație (fig. 7—11, 46—50)

Examinăm la început lanțul de triangulație, avînd în vedere ca aprecierea preciziei lui să fie folosită pe urmă la alte rețele de triangulație.

Considerăm că se măsoară și se compensează unghiurile. Examinăm trei cazuri:

a) compensarea lanțului de triangulație punînd condițiile de figură;

b) compensarea lanțului de triangulație punînd condițiile de figură și de orientare;

c) compensarea lanțului de triangulație punînd condițiile de figură și de acord baze.

a. Pentru aprecierea preciziei laturii de legătură s_k și a unghiului ei de orientare α_k, în cazul cînd prima latură a lanțului este de plecare, se aplică formulele:

$$q = \frac{1}{p_{lg\, s_k}} = \frac{2}{3} \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu, \qquad (I.73)$$

$$r = \frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3} k, \qquad (I.74)$$

unde:

$$R_\nu = \delta^2_{\varphi_\nu} + \delta^2_{\psi_\nu} + \delta_{\varphi_\nu} \delta_{\psi_\nu}$$

k — numărul de triunghiuri dintre laturile inițiale și de legătură.

b. În acest caz:

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = \frac{2}{3} \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu - \frac{1}{6N} \left\{ \sum_{\nu=1}^{k} (-1)^\nu (\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu}) \right\}^2 \qquad (I.75)$$

$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3} \frac{k(N-k)}{N}, \qquad (I.76)$$

unde N — numărul triunghiurilor din lanț.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru triunghiurile isoscele și egale între ele, cînd

$$\delta_{\varphi_\nu} = \delta_{\psi_\nu} = \delta$$

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = 2k\,\delta^2 \tag{I.77}$$

c. În acest caz pentru latura s_k:

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = \frac{q_1 q_2}{q_1 + q_2}, \tag{I.78}$$

unde q_1, q_2 — inversele ponderilor obținute după formulele (I.73) pentru logaritmul aceleiași laturi s_K, calculată din două baze. Luînd în considerare expresiile pentru q_1 și q_2 obținem:

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = \frac{2}{3} \frac{\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu \cdot \sum_{\nu=k+1}^{N} R_\nu}{\sum_{\nu=1}^{N} R_\nu}. \tag{I.79}$$

Pentru unghiul de orientare α_k

$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3}k - \frac{\left\{\sum_{\nu=1}^{k} (-1)^\nu (\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu})\right\}^2}{6 \sum_{\nu=1}^{N} R_\nu} \tag{I.80}$$

În cazul particular, cînd triunghiurile sînt isoscele și egale între ele ($\delta_{\varphi_\nu} = \delta_{\psi_\nu} = \delta$),

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = 2\frac{k(N-k)}{N}\delta^2, \tag{I.81}$$

$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3}k. \tag{I.82}$$

Dacă lanțul de triangulație a fost compensat și în alte condiții în afara celor arătate, atunci formulele pentru aprecierea preciziei se vor obține destul de complicat și vor fi mai puțin utile pentru practică.

În aceste cazuri ne putem folosi de formulele aproximative pe care le cunoaștem:

$$\frac{1}{p_{lg\, s_k}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu \cdot \sum_{\nu=k+1}^{N} R_\nu}{\sum_{\nu=1}^{N} R_\nu}, \tag{I.83}$$

$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3}k, \tag{I.84}$$

și care dau o valoare mai mare ponderilor inverse.

Aprecierea preciziei laturii intermediare $\bar{s}_k$ și a orientării ei $\bar{\alpha}_k$ se poate face după formulele pentru latura de legătură s_k și a orientării α_k, executîndu-se cu ele unele schimbări mici.

Scanned with OKEN Scanner

Examinăm două cazuri.

Cînd lanțul de triangulație este compensat punînd numai condițiile de figură. Dacă prima latură a lanțului este cunoscută, atunci pentru calculul $\frac{1}{p_{lg\,\bar{s}_k}}$ ne putem folosi de formula (I.73), însă pentru triunghiul de ordinul k trebuie să aflăm pe R după unghiurile X_k și Ψ_k; pentru determinarea lui $\frac{1}{p_{\bar{a}_k}}$ rămîne valabilă formula (I.74), cînd lanțul de triangulație este compensat funcție de condițiile de figură și de alte condiții.

În acest caz:

1) cînd în rețea există o singură bază, inversul ponderii $\frac{1}{p_{lg\,\bar{s}_k}}$ se obține aproximativ cu formula (I.73), ținîndu-se cont de observațiile făcute mai sus;

2) cînd există două baze $\frac{1}{p_{lg\,\bar{s}_k}}$, se obține aproximativ după formula (I.78); în acest caz, triunghiul de ordinul k va fi inclus în calcule de două ori.

3) în cazul cînd în rețea există un unghi de orientare fix, inversul ponderii $\frac{1}{p_{\bar{a}_k}}$ se poate obține aproximativ cu formula (I.74);

4) cînd există două unghiuri de orientare fixe, avem aproximativ

$$\frac{1}{p_{\bar{a}_k}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, \qquad (I.85)$$

unde r_1, r_2 — inversele ponderilor pentru unghiul de orientare de ordinul k calculate cu formula (I.74) pentru valoarea respectivă, obținută din două unghiuri de orientare fixe; în acest caz, triunghiul de ordinul k va fi introdus în calcule de două ori.

Pe urmă examinăm formulele pentru aprecierea preciziei pozițiilor punctelor ce se determină.

Aprecierea riguroasă a preciziei punctelor din lanțul de triangulație este foarte complicată și este mai puțin utilă pentru practică. Din această cauză vom examina numai formulele care corespund lanțului format din triunghiurile echilaterale.

Dăm formulele pentru deplasările longitudinale și transversale ale capetelor lanțului.

Luăm cazul cînd lanțul format din k triunghiuri este compensat funcție de condițiile de figură.

Atunci eroarea longitudinală a capătului lanțului

$$m_L = L\frac{m}{\rho}\sqrt{\frac{4k^2 \pm 3k + 5}{9k}} \quad \left\{\begin{array}{l}\text{semnul } + \text{ cînd } k \text{ este par}\\ \text{semnul } - \text{ cînd } k \text{ este impar}\end{array}\right\} \qquad (I.86)$$

eroarea transversală a capătului lanțului

$$m_Q = L\frac{m}{\rho}\sqrt{\frac{2(k^2+ak+b)}{15k}} \quad \left\{\begin{array}{l}a = b = 2{,}5 \text{ cînd } k \text{ este par}\\ a = 1,\ b = 3 \text{ cînd } k \text{ este impar}\end{array}\right\} \qquad (I.87)$$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea medie pătratică a poziției punctului final k al lanțului se determină după formula:

$$M_K = \sqrt{m_L^2 + m_Q^2}.$$

În aceste formule: L — lungimea diagonalei lanțului, care corespunde cu distanța dintre vîrfurile cele mai îndepărtate și care se găsesc pe una și aceeași latură a lanțului; m — eroarea medie pătratică de măsurare a unui unghi.

Fără să se calculeze m_L și m_Q, se poate obține M cu formula:

$$M_k = L\frac{m}{3\rho}\sqrt{5k + a + \frac{9}{k}} \begin{cases} a = 6 \text{ cînd } k \text{ este par} \\ a = -2 \text{ cînd } k \text{ este impar} \end{cases}. \quad (I.88)$$

Dacă lanțul de triangulație este compensat funcție de toate condițiile care pot fi în lanț (condițiile de figură, de orientare, de baze și de coordonate), atunci pentru aprecierea aproximativă a preciziei poziției oricărui vîrf al lanțului de triangulație se poate folosi formula:

$$m_L = \frac{m_{L_1} \cdot m_{L_2}}{\sqrt{m_{L_1}^2 + m_{L_2}^2}}, \quad (I.89)$$

$$m_Q = \frac{m_{Q_1} \cdot m_{Q_2}}{\sqrt{m_{Q_1}^2 + m_{Q_2}^2}} \quad (I.90)$$

și

$$M = \frac{M_1 \cdot M_2}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2}}, \quad (I.91)$$

unde m_{L_i}, m_{Q_i}, M_i $(i = 1, 2)$ se obține conform formulelor (I.86), (I.87), (I.88) pe două porțiuni ale lanțului, în care el este împărțit de latura ce se determină.

Pentru punctul mediu al lanțului, cînd $L_1 = L_2$ și $k_1 = k_2$,

$$m_L = \frac{m_{L_1}}{\sqrt{2}}, \; m_Q = \frac{m_{Q_1}}{\sqrt{2}}, \; M = \frac{M_1}{\sqrt{2}}. \quad (I.92)$$

Este necesar să arătăm că în cazul calculului după formulele (I.89) — (I.92) unul din triunghiuri (cel de la mijloc) nu se ia în considerație.

Exemplu. Să se afle eroarea medie pătratică a laturilor de legătură și intermediare și a orientărilor lor, precum și poziția punctului de determinat în locul cel mai slab al lanțului de triangulație compensat, folosindu-se datele expuse în exemplul compensării fig.50

După aspectul rețelei se poate presupune că laturile cele mai slabe ca precizie vor fi I—II, I—III și punctul II.

Pentru această figură $N = 5$.

In anexă 2 găsim:

$$R_1 = 12; \quad R_2 = 5; \quad R_3 = 10; \quad R_4 = 9; \quad R_5 = 6.$$

După formulele (I.83) și (I.76) calculăm că:

$$\frac{1}{p_{lgI-II}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{17 \cdot 25}{42} = 6{,}8; \quad \frac{1}{p_{(I-II)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2(5-2)}{5} = 0{,}80.$$

Luînd în considerație unghiurile care participă la determinarea laturilor I—III de la diferite baze (laturi), cu formula (I.78) găsim:

$$\frac{1}{p_{lgI-III}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{24 \cdot 17}{41} = 6{,}6,$$

iar după formula (I.85):

$$\frac{1}{p_{(I-III)}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3}{\frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{2}{3} \cdot 3} = 1 .$$

Avînd aceste valori ale inverselor ponderilor și știind că în conformitate cu instrucțiunile [34] pentru rețeaua analitică $m = \pm 15''$, găsim:

$$m_{lgI-II} = 15\sqrt{6{,}8} = \pm 39 \text{ unități de ordinul 6 logaritmi};$$

$$\frac{m_{I-II}}{I-II} = \frac{m_{lgI-II}}{Mod} = 2{,}30 \cdot 39 \cdot 10^{-6} \approx \frac{1}{11\,000};$$

$$m_{(I-II)} = 15\sqrt{0{,}80} = \pm 13'';$$

$$m_{lgI-III} = 15\sqrt{6{,}6} = \pm 39 \text{ unitate de ordinul 6 logaritmic};$$

$$\frac{m_{I-III}}{I-III} = \frac{1}{11\,000};$$

$$m_{(I-III)} = 15\sqrt{1} = \pm 15''.$$

Calculăm pe M_1 și M_2 cu formula (I.88):

$$M_1 = 1050 \frac{15}{3 \cdot 206\,000} \sqrt{5 \cdot 2 + 6 + \frac{9}{2}} = 0{,}11\, m;$$

$$M_2 = 1370 \frac{15}{3 \cdot 206\,000} \sqrt{5 \cdot 2 + 6 + \frac{9}{2}} = 0{,}15\, m.$$

Apoi conform formulei (I.91):

$$M_{II} = \frac{0{,}11 \cdot 0{,}15}{\sqrt{0{,}11^2 + 0{,}15^2}} = 0{,}09\, m.$$

2. Sistemul central (fig. 5 și 44)

În acest caz pentru aprecierea preciziei se pot folosi formulele (I.79) — (I.85) date pentru lanțurile de triangulație, deoarece sistemul central este compus din două lanțuri de triangulație care încep de la o latură cunoscută și se termină pe elemente cunoscute (latură sau punct). Dacă m_s și m_α sînt calculate prin acest procedeu pentru latura care are în unul din capete punct de înaltă precizie, atunci eroarea medie pătratică a poziției capătului acestei laturi se poate calcula după formula:

$$M = \sqrt{m_s^2 + s^2 \frac{m_\alpha^2}{\rho^2}} . \qquad (I.93)$$

Exemplu. Să se afle erorile medii pătratice ale laturilor B—II, II—III și ale unghiurilor lor de orientare, precum și poziția punctului II al sistemului central compensat dat în exemplul 30 pentru sistemul compensat. La fel, ca și în exemplul anterior pentru lanțurile de triangulație cu ajutorul aceleiași formule, găsim:

$$\frac{1}{p_{lgB-II}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sum_{\nu=1}^{2} R_\nu \cdot \sum_{\nu=3}^{5} R_\nu}{\sum_{\nu=1}^{5} R_\nu} = \frac{2}{3} \frac{(7+8)(7+17+4)}{43} = 6{,}5;$$

$$\frac{m_{B-II}}{B-II} = 2{,}30 \cdot 15 \sqrt{6{,}5} \cdot 10^{-6} = \frac{1}{11\,000};$$

$$\frac{1}{p(B-II)} = \frac{2}{3} \frac{k(N-k)}{N} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2(5-2)}{5} = 0{,}8; \quad m_{(B-II)} = 15\sqrt{0{,}8} = \pm 13'';$$

$$\frac{1}{p_{lgII-III}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(7+8+4)\cdot(4+17+4)}{44} = 7{,}2;$$

$$\frac{m_{II-III}}{II-III} = 2{,}30 \cdot 15 \sqrt{7{,}2} \cdot 10^{-6} = \frac{1}{11\,000};$$

$$\frac{1}{p_{(II-III)}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{\frac{2}{3}\cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3}{\frac{2}{3}\cdot 3 + \frac{2}{3}\cdot 3} = 1;$$

$$m_{(II-III)} = 15\sqrt{1} = \pm 15''.$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului II o determinăm cu formula:

$$M_{II} = B-II \sqrt{\left(\frac{m_{B-II}}{B-II}\right)^2 + \left(\frac{m_{(B-II)}}{\rho}\right)^2} = 2\,000 \sqrt{\left(\frac{1}{11\,000}\right)^2 + \left(\frac{13}{206\,000}\right)^2} = 0{,}19\ m.$$

3. Figurile 1—4, 43, 12, 13

Pentru aprecierea aproximativă a preciziei se pot folosi formulele date în tabelul 13, neglijînd termenii care conțin coeficienții A_i.

Pentru aprecierea preciziei logaritmilor laturilor acestor figuri este mai simplu să se folosească formulele date în tabelul 2, luînd ca definitivă valoarea antilogaritmului laturii.

$$q = \frac{q_1 q_2}{q_1 + q_2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2

Nr. figurii	Mărimile ce se determină	Inversul ponderii q_1	Inversul ponderii q_2
1	I-II	$\delta_2^2 + \delta_6^2 + 2\delta_{1+8}^2 + 2\delta_{4+5}^2$	$\delta_1^2 + \delta_5^2 + 2\delta_{2+3}^2 + 2\delta_{6+7}^2$
2	I-II	$2\delta_{1+8}^2 + 2\delta_{2+3}^2 + \delta_4^2 + \delta_7^2$	$2\delta_{4+5}^2 + 2\delta_{6+7}^2 + \delta_3^2 + \delta_8^2$
3,4	I-II	$\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_{3+6}^2 + \delta_8^2$	$\delta_4^2 + \delta_6^2 + 2\delta_{1+5}^2 + 2\delta_{2-7}^2$
12	(B-I)	$r = \frac{1}{3}$	
	B-I	$\frac{2}{3} R_{1,2}$ *	$\frac{2}{3} R_{4,5}$
13	(I-II)	$r = \frac{2}{3}$	
	I-II	$\frac{2}{3}(R_{1,2} + R_{5,6})$	$\frac{2}{3}(R_{4,6} + R_{7,8})$

Cunoscînd erorile laturii al cărei capăt este un punct de sprijin și unghiul ei de orientare, eroarea în punctul I se poate determina cu formula (I.93).

Pentru aprecierea aproximativă a preciziei poziției punctului (fig. 12) se poate folosi formula:

$$M = \frac{M_1 M_2}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2}}, \qquad (I.94)$$

unde

$$M_1 = \frac{m}{\rho\sqrt{3}\sin\gamma_1}\sqrt{s_A^2 + s_B^2 + C^2},$$

$$M_2 = \frac{m}{\rho\sqrt{3}\sin\gamma_2}\sqrt{s_B^2 + s_C^2 + a^2}.$$

Exemplu. Să se calculeze erorile medii pătratice $m_{(BI)}$, $\frac{m_{BI}}{BI}$ și M_I pentru fig. 12 compensată ale cărei date au fost luate din exemplul 10. Pentru compensarea acestei figuri folosim tabelul 2 și găsim:

$$\frac{1}{p_{(BI)}} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33;$$

$$q_1 = \frac{2}{3} R_{1,2}; \quad q_2 = \frac{2}{3} R_{4,5}.$$

Determinînd din anexa 2 pe $R_{1,2}$ și $R_{4,5}$ găsim:

$$q_1 = \frac{2}{3}\,17 = 11; \quad q_2 = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2{,}7;$$

* Aici și mai departe s-a folosit notarea $R_i = \delta_i^2 + \delta^2 + \delta_i \delta_j$, unde i și j sînt numerele unghiurilor.

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{1}{p_{1gBI}} = \frac{q_1 \cdot q_2}{q_1 + q_2} = 2{,}2; \quad \frac{m_{BI}}{BI} = \frac{1}{\text{Mod}} \cdot m \sqrt{\frac{1}{p_{1g\ BI}}} \cdot 10{-}6 =$$

$$= 2{,}3 \cdot 2{,}0 \sqrt{2{,}2}.10{-}6 = \frac{1}{145\,000};$$

$$m_{(BI)} = m \sqrt{\frac{1}{p_{(BI)}}} = 2{,}0 \sqrt{0{,}33} = \pm 1'',2;$$

$$M_I = BI \sqrt{\left(\frac{m_{BI}}{BI}\right)^2 + \left(\frac{m_{(BI)}}{\rho}\right)^2} = 4\,700 \sqrt{\left(\frac{1}{145\,000}\right)^2 + \left(\frac{1{,}2}{210\,000}\right)^2} =$$

$$= 0{,}042\ m \approx 0{,}04\ m.$$

Mărimea M_1 se calculează de asemenea cu formula (I.94). Pentru aceasta aflăm:

$$M_1 = \frac{2{,}0}{210\,000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}79} \sqrt{5600^2 + 4700^2 + 9300^2} = 0{,}085\ m;$$

$$M_2 = \frac{2{,}0}{210\,000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}96} \sqrt{4700^2 + 3600^2 + 6800^2} = 0{,}055\ m.$$

După aceasta obținem:

$$M_1 = \frac{0{,}085 \cdot 0{,}055}{\sqrt{0{,}085^2 + 0{,}055^2}} = 0{,}046\ m \approx 0{,}05\ m.$$

4. Punctul este în interiorul triunghiului (fig. 14)

Pentru aprecierea aproximativă a preciziei laturii ce se determină și a unghiului ei de orientare se pot folosi formulele expuse în tabelul 13, în care se neglijează termenii care conțin coeficienții A_i. Atunci eroarea în poziția punctului se poate determina după formula (I.93).

La fel se poate folosi una din următoarele formule:

$$M = \frac{m}{2\rho} \sqrt{\frac{(s_A\, s_B)^2 + (s_A\, s_C)^2 + (s_B\, s_C)^2 + (as_A)^2 + (bs_B)^2 + (cs_C)^2}{(D_A^2 + D_B^2 + D_C^2) + (D_A + D_B + D_C)^2}} \quad * \qquad \text{(I.95)}$$

și

$$M = \frac{m}{\rho} \sqrt{\frac{2\{(s_A\, s_B)^2 + (s_A\, s_C)^2 + (s_B\, s_C)^2\} + (as_A)^2 + (bs_B)^2 + (cs_C)^2}{10\,(D_A^2 + D_B^2 + D_C^2) + 5\,(D_A + D_B + D_C)^2}}, \qquad \text{(I.96)}$$

unde

$$D_A = s_A \sin \alpha; \quad D_B = s_B \sin \beta; \quad D_C = s_C \sin \gamma;$$

a, b, c, — laturile fixe ale triunghiului fix ABC;

s_A, s_B, s_C — distanțele de la punctul I ce se determină, pînă la vîrfurile A, B, C;

α, β γ, — unghiurile din punctul I, opuse laturilor a, b, c.

Prima din aceste formule corespunde cazului cînd în figura 14 sînt măsurate direcțiile, iar unghiurile sînt compensate; a doua formulă — cînd unghiurile sînt măsurate și compensate.

---

* Vezi [65] pag. 138.

Expunem pe scurt deducerea formulei a doua. Luăm ecuațiile de erori sub forma:

$$v_1 = (a_1 - a_3)\,\delta x + (b_1 - b_3)\,\delta y + l_1;$$
$$v_2 = (a_2 - a_1)\,\delta x + (b_2 - b_1)\,\delta y + l_2;$$
$$v_3 = (a_3 - a_1)\,\delta x + (b_3 - b_1)\,\delta y + l_3;$$

$$v_4 = a_1\,\delta x + b_1\,\delta y + l_4; \qquad v_5 = -a_1\,\delta x - b_1\,\delta y + l_5;$$
$$v_6 = a_2\,\delta x + b_2\,\delta y + l_6; \qquad v_7 = -a_2\,\delta x - b_2\,\delta y + l_7;$$
$$v_8 = a_3\,\delta x + b_3\,\delta y + l_8; \qquad v_9 = -a_3\,\delta x - b_3\,\delta y + l_9,$$

unde

$$a_i = \frac{\rho \sin \alpha_i}{s_i}; \quad b_i = -\frac{\rho \cos \alpha_i}{s_i}$$

și α_i, s_i — unghiuri de orientare și lungimea laturii, care leagă punctul I ce se determină cu unul din punctele tari A, B, C.

Notăm coeficienții δx prin A_i, iar δy — cu B_i.

Se arată ușor că:

$$M = m\sqrt{\frac{[AA] + [BB]}{[AA]\,[BB] - [AB]^2}}.$$

Însă

$$[AA] = 4\,(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) - 2\,(a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3);$$
$$[BB] = 4\,(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - 2\,(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3);$$
$$[AB] = 4\,(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) - (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_1 b_3 + a_3 b_1 + a_2 b_3 + a_3 b_2).$$

Ținînd cont de ultimele șase egalități, putem obține formula (I.96).

Valoarea aproximativă M_I (fig. 14) se poate afla cu ajutorul formulei pentru intersecția înainte din trei puncte A, B, C, cînd acestea au măsurate ambele unghiuri interioare.

$$M = \frac{m}{\rho\sqrt{2}}\sqrt{\frac{(s_A s_B)^2 + (s_A s_C)^2 + (s_B s_C)^2}{D_A^2 + D_B^2 + D_C^2}} \qquad (I.97)$$

Exemplu. Să se afle $m_{(CI)}$, $\frac{m_{CI}}{CI}$ și M_I pentru figura compensată 14. Datele numerice în cazul din exemplul 12 sînt luate după compensarea acestei figuri.

Pentru rezolvarea aproximativă a problemei, folosim formulele din tabelul 13 și lăsăm la o parte termenii care conțin coeficienții A_i

$$\frac{1}{p_{(CI)}} = 0{,}30; \quad \frac{1}{p_{lg\ CI}} = 0{,}1\ (2\,\delta_1 + \delta_4)^2 + 0{,}2\,\delta_4^2.$$

Întrucît $\delta_1 = -1{,}5$; $\delta_4 = +5{,}5$, atunci

$$\frac{1}{p_{lg\ CI}} = 0{,}1 \cdot (-3{,}0 + 5{,}5)^2 + 0{,}2 \cdot 5{,}5^2 = 6{,}7.$$

Luînd pe $m = \pm 1''{,}5$, găsim:

$$m_{(CI)} = 1{,}5\sqrt{0{,}30} = \pm 0''{,}82 \approx \pm 0''{,}8;$$

$$\frac{m_{CI}}{CI} = 2{,}3 \cdot 1{,}5\sqrt{6{,}7} \cdot 10^{-6} = \frac{1}{110\,000}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Pe această bază obținem:

$$M_I = CI \sqrt{\left(\frac{m_{CI}}{CI}\right)^2 + \left(\frac{m_{(CI)}}{\rho}\right)^2} =$$

$$= 3600 \sqrt{\left(\frac{1}{110\,000}\right)^2 + \left(\frac{0{,}82}{210\,000}\right)^2} = 0{,}036\ m \approx 0{,}04\ m.$$

Aflăm încă o dată pe M_I cu formula (I.97) care pentru cazul respectiv este aproximativ:

$$M_I = \frac{1{,}5}{210\,000\ \sqrt{2}} \sqrt{\frac{(5600 \cdot 4700)^2 + (5600 \cdot 3600)^2 + (4700 \cdot 3600)^2}{(5600 \cdot 0{,}96)^2 + (4700 \cdot 0{,}82)^2 + (3600 \cdot 0{,}79)^2}} =$$

$$= 0{,}028\ m \approx 0{,}03\ \text{m}.$$

Ambele formule dau o valoare a lui M_I exagerată. Valoarea M_I, calculată cu formula precisă (vezi exemplul pentru compensarea fig. 14), este egală cu 0,02 m.

5. Intersecții

Examinăm diferite cazuri de intersecții.

a) *Intersecția înainte.*

Pentru această intersecție:

$$M = \frac{m}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_A^2 + s_B^2}, \qquad (I.98)$$

unde m — eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului;
s_A, s_B — distanțele de la punctul tare pînă la punctul ce se determină;
γ — unghiul în punctul ce se determină.

b) *Intersecția liniară.*

În acest caz:

$$M = \frac{m}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_A^2 + s^2}, \qquad (I.99)$$

unde s_A — distanța pînă la punctul fix în care se măsoară unghiul;
s — distanța dintre punctele fixe;
γ — unghiul în punctul ce se determină.

c) *Triunghiul suspendat*

Este triunghiul care are două vîrfuri tari, iar al treilea — un punct ce se determină și în care sînt măsurate toate unghiurile. După compensarea unghiurilor avem:

$$M = \frac{m}{\rho \sqrt{3} \sin \gamma} \sqrt{s_A^2 + s_B^2 + s^2}, \qquad (I.100)$$

unde m, γ, s_A, s_B, s — sînt la fel ca și mai sus.

Scanned with OKEN Scanner

d) Intersecția înainte, liniară sau combinată din trei puncte date.

Stabilim condiția ca intersecțiile înainte sau liniară din două puncte să o numim intersecție simplă.

Să examinăm cazul de determinare a punctului I din trei puncte date A, B și C, cînd coordonatele definitive ale punctului I se calculează ca medie aritmetică a coordonatelor obținute în cazul rezolvării a două intersecții simple, din punctele date, de exemplu, din punctele $(A\,;\,B)$ și $(A\,;\,C)$. O astfel de intersecție o vom numi intersecție simplă din trei puncte.

Luăm două variante de determinare a unui punct prin intersecție din trei puncte.

Aceste variante sînt legate de rezolvarea a două intersecții simple, cînd acestea se determină:

1) din două perechi de direcții independente $\{(AI)', (AB)\}$ și $\{(AI)'', (AC)\}$;

2) din două perechi de direcții dependente $\{(AI), (AB)\}$ și $\{(AI), (AC)\}$, cînd în ambele perechi există o singură direcție comună (AI).

Examinăm aceste variante separat.

1. Două intersecții simple se determină din două perechi de direcții independente între ele $\{(AI)', (AB)\}$ și $\{(AI)'' (AC)\}$.

Este ușor de arătat că în acest caz pentru intersecția din trei puncte:

$$M = \frac{1}{2}\sqrt{M_1^2 + M_2^2}, \tag{I.101}$$

unde M_1, M_2 corespund cu două intersecții simple (cu două intersecții înainte, două liniare sau una înainte și una liniară).

2. Două intersecții simple din două perechi de direcții dependente între ele $\{(AI), (AB)\}$ și $\{(AI), (AC)\}$.

În acest caz, formula pentru M va fi ceva mai complicată. Așa, de exemplu, în cazul de față unei intersecții din trei puncte îi corespunde distanța:

$$s_A = \frac{1}{2}(s'_A + s''_A),$$

unde s'_A și s''_A — distanțele care corespund ca două intersecții simple.

Introducînd această expresie în formula cunoscută,

$$M = \sqrt{m_{s_A}^2 + \left(s_A \frac{m_{(AI)}}{\rho}\right)^2},$$

unde $m_{(AI)} = m$,

după transformare, cu o precizie suficientă obținem pe

$$M = \frac{1}{2}\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2\left(s_A \frac{m}{\rho}\right)^2}, \tag{I.102}$$

unde M_1, M_2 au aceleași expresii ca și în formula (I.101).

Scanned with OKEN Scanner

e) *Intersecția înapoi*

Cînd sînt măsurate două unghiuri $\alpha = < BIC$ și $\beta = < CIA$ pentru determinarea punctului I (între direcții, la punctele de sprijin B, C, A).

$$M = \frac{ms_c}{\rho \sin (C + \alpha + \beta)} \sqrt{\left(\frac{s_B}{a}\right)^2 + \left(\frac{s_A}{b}\right)^2}. \qquad (I.103)$$

Aici m este eroarea de măsurare a unghiului,

$$s_A = IA,\ s_B = BI,\ s_C = IC,\ a = BC,\ b = CA,\ C = < BCA.$$

Cînd la punctul ce se determină sînt măsurate toate cele trei unghiuri α, β și γ și ele sînt compensate pentru condiția de tur de orizont sau sînt măsurate direcțiile la punctele de sprijin, atunci

$$M^2 = \frac{1}{6}(M_1^2 + M_2^2 + M_3^2), \qquad (I.104)$$

unde M_1, M_2, M_3 sînt erorile medii pătratice ale poziției punctului I, determinate după formula (I.103), corespunzător cu trei combinații ale unghiurilor măsurate: (α, β), (β, γ) și (γ, α).

În cazul egalității $M_1 = M_2 = M_3$ vom avea:

$$M = \frac{M_i}{\sqrt{2}} (i = 1, 2, 3).$$

În cazul cînd toate cele trei unghiuri α, β, γ sînt măsurate, iar pe urmă sînt compensate ținînd cont de condiția de tur de orizont sau de măsurare a direcțiilor se poate folosi de asemenea formula:

$$M = \frac{m S_C}{\sqrt{1{,}5}\,\rho \sin (\gamma - C)} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{s_B}{a}\right)^2 + \left(\frac{s_A}{b}\right)^2 - \left(\frac{s_B}{a}\right)\left(\frac{s_A}{b}\right) \cos (\gamma - C)}. \qquad (I.105)$$

Formula (I.104) are o importanță mare. Ea este reală pentru toate cazurile, cînd cele trei mărimi α, β și γ sînt legate printr-o singură ecuație de condiție.

$$\alpha + \beta + \gamma - Q = 0,$$

iar mărimea ce se determină poate fi obținută ca funcție a oricărei din aceste trei combinații ale mărimilor măsurate (α^0, β^0), (β^0, γ^0) și (γ^0, α^0).

Fie

$$u = F(\alpha, \beta, \gamma).$$

— funcția mărimilor compensate.

Inversul ponderii acestei funcții se determină după formula

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[f]^2}{3}.$$

Pentru aceeași funcție obținută dintr-o singură pereche de mărimi măsurate, de exemplu, pentru

$$u_1 = F\ (\alpha',\ \beta^0,\ \gamma^0),$$

unde

$$\alpha' = Q - \beta^0 - \gamma^0.$$

Inversul ponderii este:

$$\frac{1}{p_{u_1}} = (f_2 - f_1)^2 + (f_3 - f_1)^2.$$

Formulele analoge ale inversului ponderii pentru valorile funcției u_2 și u_3 se obțin după alte două perechi de mărimi măsurate: (γ^0, α^0) și (β^0, γ^0).

Ca rezultat după transformare găsim că:

$$\frac{1}{p_{u_1}} + \frac{1}{p_{u_2}} + \frac{1}{p_{u_3}} = 6\left\{[ff] - \frac{[f]^2}{3}\right\},$$

adică

$$\frac{1}{p_u} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{p_{u_i}}.$$

De aici obținem formula (I.104).

Pe baza acestei relații generale se pot obține formulele expuse mai înainte (I.97) și (I.100).

f) *Intersecția înainte* *

Pentru aprecierea preciziei intersecției liniare formula generală va avea următoarea formă:

$$M = \frac{1}{\sin\gamma}\sqrt{m_{s_A}^2 + m_{s_B}^2}, \qquad (I.106)$$

unde m_{s_A}, m_{s_B} sînt erorile medii pătratice ale distanțelor de la punctele definitive pînă la cele care se determină; γ este unghiul dintre direcțiile de la punctele definitive la cele care se determină.

Dacă erorile m_{s_A} și m_{s_B} sînt proporționale cu distanțele s_A și s_B, atunci:

$$M = r\frac{1}{\sin\gamma}\sqrt{s_A^2 + s_B^2}, \qquad (I.107)$$

unde coeficientul de proporționalitate

$$r = \frac{m_{s_A}}{s_A} = \frac{m_{s_B}}{s_B}.$$

Dacă m_{s_A} și m_{s_B} sînt proporționale cu rădăcina pătrată din distanță, atunci

$$M = \mu\frac{1}{\sin\gamma}\sqrt{s_A + s_B}, \qquad (I.108)$$

* Pentru deducerea neriguroasă a formulelor date vezi [16].

unde $\mu = \frac{m_{s_A}}{\sqrt{s_A}} = \frac{m_{s_B}}{\sqrt{s_B}}$ este coeficientul influenței accidentale a măsurătorilor liniare.

Exemple

1. Să se calculeze eroarea medie pătratică a poziției punctului I, determinat din două puncte A și B prin intersecția înainte; datele sînt luate din exemplul 42 pentru calcularea coordonatelor punctelor rețelei analitice, obținută prin intersecția înainte.

Aplicînd formula (I.98), avem:

$$M_I = \frac{15}{210\,000 \cdot 1{,}00}\sqrt{1800^2 + 2100^2} = 0{,}20\ m.$$

2. În cazul aceloraşi date să se calculeze M_I în cazul intersecției laterale, cînd sînt măsurate unghiurile din punctele A și I.

Aplicînd formula (I.99), avem:

$$M_I = \frac{15}{210\,000 \cdot 1{,}00}\sqrt{1800^2 + 2800^2} = 0{,}24\ m.$$

3. În cazul aceloraşi date să se calculeze M_I, cînd toate cele trei unghiuri ale triunghiului sînt măsurate şi pe urmă compensate.

Aplicînd formula (I.100), avem:

$$M_1 = \frac{15}{210\,000 \cdot 1{,}73 \cdot 1{,}00}\sqrt{1800^2 + 2100^2 + 2800^2} = 0{,}16\ m.$$

4. Să se afle M_I pentru un punct determinat din trei puncte A, B, C, ale cărui coordonate se calculează ca în exemplul de rezolvare a intersecției înainte (fig. 38).

Calculăm din nou pe M_1 şi M_2 după formula (I.98):

$$M_1 = 0{,}20\ m$$

şi

$$M_2 = \frac{15}{210\,000 \cdot 0{,}97}\sqrt{1800^2 + 2100^2} = 0{,}21\ m.$$

Apoi cu formula (I.102) obținem:

$$M = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}20^2 + 0{,}21^2 + 2 \cdot \left(1800 \cdot \frac{15}{210\,000}\right)^2} = 0{,}34\ m.$$

5. Să se afle eroarea medie pătratică a poziției punctului I, determinat din trei puncte date A, B şi C prin intersecția înapoi, dacă sînt măsurate toate cele trei unghiuri $\alpha = \sphericalangle CIB$, $\beta = \sphericalangle AIC$ şi $\gamma = \sphericalangle BIA$, care pe urmă se compensează. Datele sînt luate din exemplul 47 pentru calcularea coordonatelor prin intersecția înapoi.

Pentru sistemul dat $\sphericalangle A = 54°15'$, $\sphericalangle B = 72°17'$, $\sphericalangle C = 53°28'$, $\alpha = 118°00'$, $\beta = 131°47'$, $\gamma = 110°13'$, $b = 2900\ m$.

Calculăm valorile lui M_1, M_2 şi M_3.

$$M_1 = \frac{ms_A}{\rho \sin(A + \beta + \gamma)}\sqrt{\left(\frac{s_B}{c}\right)^2 + \left(\frac{s_C}{B}\right)^2} = \frac{15 \cdot 1660}{210\,000 \cdot 0{,}90} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{1\,350}{2\,500}\right)^2 + \left(\frac{1\,550}{2\,900}\right)^2} = 0{,}10\ m;$$

Scanned with OKEN Scanner

$$M_2 = \frac{ms_B}{\rho \sin (B + \alpha + \gamma)} \sqrt{\left(\frac{s_A}{c}\right)^2 + \left(\frac{s_C}{a}\right)^2} = \frac{15 \cdot 1\,350}{210\,000 \cdot 0{,}86} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{1\,660}{2\,500}\right)^2 + \left(\frac{1\,550}{2\,500}\right)^2} = 0{,}10 \ m;$$

$$M_3 = \frac{ms_C}{\rho \sin (C + \alpha + \beta)} \sqrt{\left(\frac{s_A}{b}\right)^2 + \left(\frac{s_B}{a}\right)^2} = \frac{15 \cdot 1550}{210\,000 \cdot 0{,}84} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{1\,660}{2\,900}\right)^2 + \left(\frac{1\,350}{2\,500}\right)^2} = 0{,}10 \ m.$$

Pe urmă după formula (I.100) aflăm pe

$$M_I = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{0{,}10^2 \cdot 3} = 0{,}07 \ m.$$

6. Să se calculeze eroarea medie pătratică a poziției punctului I, determinat prin intersecția liniară, dacă $m_{s_A} = m_{s_B} = \pm 0{,}05$ m, iar unghiul din punctul ce se determină este egal cu 30°.

După formula (I.106) găsim:

$$M_I = 2 \cdot 0{,}05 \sqrt{2} = 0{,}14 \ m.$$

Lanțul format din triunghiuri echilaterale cu laturile măsurate

Fie lanțul format din triunghiuri echilaterale, a căror vîrfuri sînt A, B, 1, 2, 3, 4, 5, ... (fig. 1, a și b), care se sprijină pe două puncte definitive. Determinăm erorile (medii pătratice) longitudinală și transversală ale punctului final K al lanțului, avînd în vedere ca punctele inițiale A și B să fie fără erori.

Notăm erorile laturilor a_i și b_i corespunzător cu δ_i și ε_i. Atunci pentru vîrful K avem deplasarea longitudinală

$$t_K = \delta_1 + \delta_3 + \ldots + \delta_k \text{ cînd } k \text{ este impar}$$

și

$$t_K = \delta_2 + \delta_4 + \ldots + \delta_k \text{ cînd } k \text{ este par,}$$

iar deplasarea transversală (fig. 1, a și 1, b)

$$u_k = u'_k + u''_k = -\frac{k}{\sqrt{3}} \delta_1 + \frac{k-1}{\sqrt{3}} \delta_2 - \ldots \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_k +$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_2 + \ldots \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_k.$$

Trecînd de la erorile inițiale la cele medii pătratice și luînd pe $m_a = m_b = m_s$, obținem că eroarea medie pătratică longitudinală este:

$$m_{t_K} = \sqrt{\frac{k+1}{2}} \cdot m_s \text{ pentru } k \text{ impar} \qquad (I.109)$$

$$m_{t_K} = \sqrt{\frac{k}{2}} \cdot m_s \text{ pentru } k \text{ par,} \qquad (I.110)$$

iar eroarea medie pătratică transversală

$$m_{u_K} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{k(2k^2+3k+25)}{2}} \cdot m_s . \qquad (I.111)$$

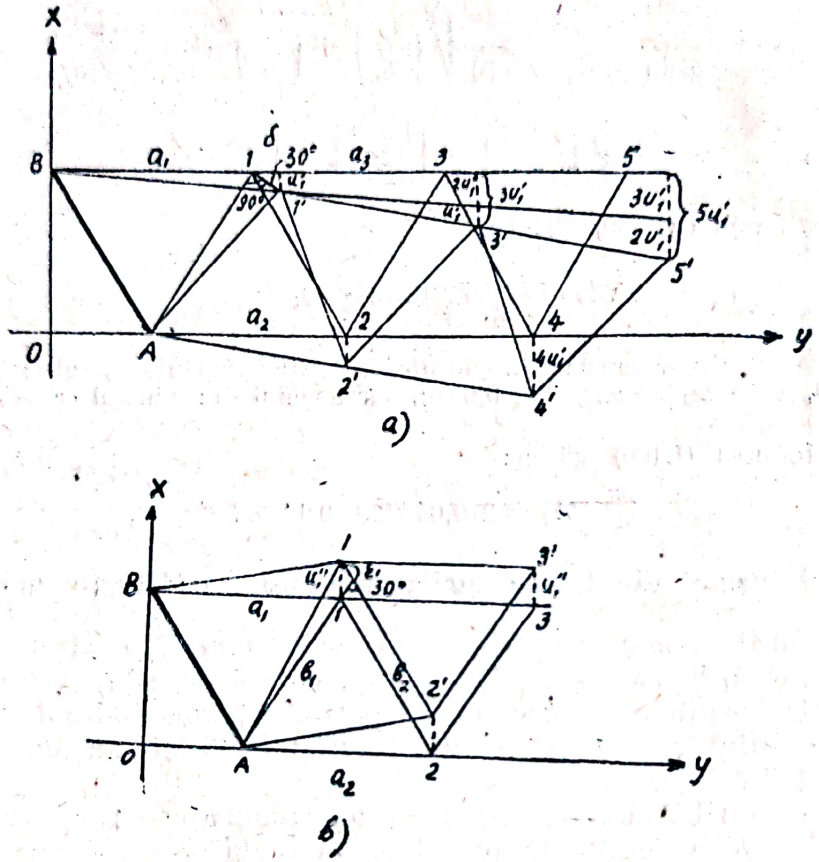


Fig. 1

Eroarea medie pătratică a poziției punctului va fi:

$$M_K = \sqrt{m_{t_K}^2 + m_{u_K}^2} . \qquad (I.112)$$

E x e m p l u. Să se calculeze eroarea medie pătratică a poziției punctului final al lanțului de triunghiuri echilaterale cu laturile măsurate, dacă numărul triunghiurilor din lanț $k = 4$, iar $m_s = \pm 0{,}05$ m.

Cu ajutorul formulelor (I.110), (I.111) și (I.112) găsim:

$$m_{t_k} = \sqrt{2} \cdot 0{,}05 = 0{,}07 \ m;$$

$$m_{u_k} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{4(2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 25)}{2}} \cdot 0{,}05 = \pm 0{,}20 \ m;$$

$$M_K = \sqrt{0{,}07^2 + 0{,}20^2} = 0{,}21 \ m.$$

Lanțul de pătrate ale căror vîrfuri sînt determinate prin intersecții liniare

Considerăm că lanțul de pătrate se sprijină pe două puncte definitive A și B. Coordonatele punctelor A_1, B_1, A_2, B_2 ..... se determină după laturile măsurate, dispuse de-a lungul lanțului și diagonalele pătratelor. Laturile $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ ..... servesc pentru control (fig. 2).

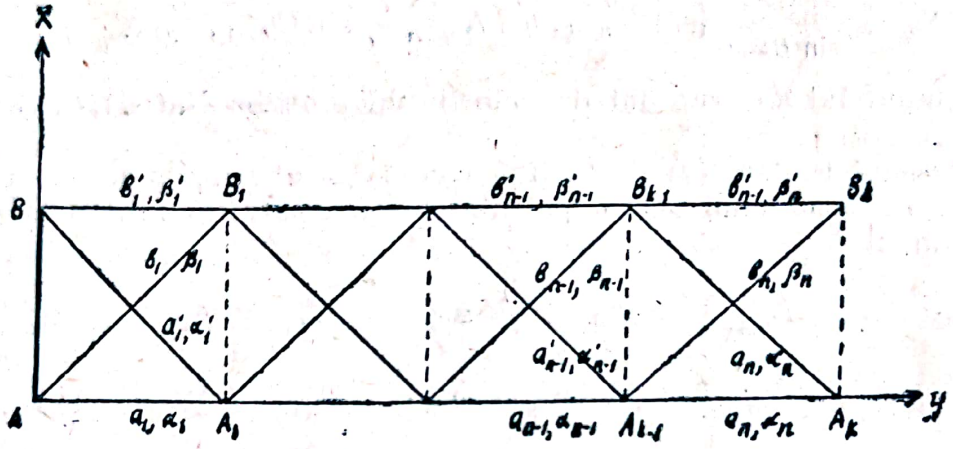


Fig. 2

Aflăm erorile longitudinale și transversale ale punctelor finale din lanț.

La fel ca și pentru intersecția liniară simplă găsim că:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta x_{A_k} &= \frac{1}{\sin A_k}(-\sin \alpha'_k \bar{\Delta}_{a_k} + \sin \alpha_k \bar{\Delta}_{a'_k}) \\
\Delta y_{A_k} &= \frac{1}{\sin A_k}(\cos \alpha'_k \bar{\Delta}_{a_k} - \cos \alpha_k \bar{\Delta}_{a'_k}) \\
\Delta x_{B_k} &= \frac{1}{\sin B_k}(-\sin \beta'_k \bar{\Delta}_{b_k} + \sin \beta_k \bar{\Delta}_{b'_k}) \\
\Delta y_{B_k} &= \frac{1}{\sin B_k}(\cos \beta'_k \bar{\Delta}_{b_k} - \cos \beta_k \bar{\Delta}_{b'_k})
\end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

unde

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\Delta}_{a_k} &= \Delta_{a_k} + \cos \alpha_k \Delta_{x_{Ak-1}} + \sin \alpha_k \Delta_{y_{Ak-1}} \\
\bar{\Delta}_{a'_k} &= \Delta_{a'_k} + \cos \alpha_k \Delta_{x_{Bk-1}} + \sin \alpha'_k \Delta_{y_{Bk-1}} \\
\bar{\Delta}_{b_k} &= \Delta_{b_k} + \cos \beta_k \Delta_{x_{Ak-1}} + \sin \beta_k \Delta_{y_{Ak-1}} \\
\bar{\Delta}_{b'_k} &= \Delta_{b'_k} + \cos \beta'_k \Delta_{x_{Bk-1}} + \sin \beta_k \Delta_{y_{Bk-1}}
\end{aligned}\right\} \qquad (b)$$

Avînd în vedere pe (a) pentru expresia (b) obținem:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\Delta}_{a_k} &= \Delta_{a_k} + \frac{1}{\sin A_{k-1}}\{\sin(a'_{k-1}, a_k)\,\bar{\Delta}_{a_{k-1}} - \sin(a_{k-1}, a_k)\,\bar{\Delta}_{a'_{k-1}}\}\\
\bar{\Delta}_{a'_k} &= \Delta_{a'_k} + \frac{1}{\sin B_{k-1}}\{\sin(b'_{k-1}, a'_k)\,\bar{\Delta}_{b_{k-1}} - \sin(b_{k-1}, a'_k)\,\bar{\Delta}_{b'_{k-1}}\}\\
\bar{\Delta}_{b_k} &= \Delta_{b_k} + \frac{1}{\sin A_{k-1}}\{\sin(a'_{k-1}, b_k)\,\bar{\Delta}_{a_{k-1}} - \sin(a_{k-1}, b_k)\bar{\Delta}_{a'_{k-1}}\}\\
\bar{\Delta}_{b'_k} &= \Delta_{b'_k} + \frac{1}{\sin B_{k-1}}\{\sin(b'_{k-1}, b'_k)\,\bar{\Delta}_{b_{k-1}} - \sin(b_{k-1}, b'_k)\,\bar{\Delta}_{b'_{k-1}}\}
\end{aligned}\right\}. \qquad (c)$$

Aici semnul lui sin este dat de valorile unghiurilor dintre laturile indicate în paranteză.

Formulele date (a) și (b) sînt comune pentru orice formă a patrulaterelor. În cazul cînd aceste patrulatere sînt pătrate, formulele (a) și (b) iau forma:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{x_{A_k}} &= -\bar{\Delta}_{a_k} + \sqrt{2}\,\bar{\Delta}_{a'_k}, & \Delta_{y_{A_k}} &= \bar{\Delta}_{a_k}\\
\Delta_{x_{B_k}} &= -\sqrt{2}\,\bar{\Delta}_{b_k} + \Delta_{b'_k}, & \Delta_{y_{B_k}} &= \bar{\Delta}_{b'_k}
\end{aligned}\right\}, \qquad (d)$$

unde

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\Delta}_{a_k} &= \Delta_{a_k} + \bar{\Delta}_{a_{k-1}}, & \bar{\Delta}_{a'_k} &= \bar{\Delta}_{a'_k} - \bar{\Delta}_{b_{k-1}} + \sqrt{2}\,\bar{\Delta}_{b'_{k-1}}\\
\bar{\Delta}_{b_k} &= \Delta_{b_k} + \sqrt{2}\,\bar{\Delta}_{a_{k-1}} - \bar{\Delta}_{a'_{k-1}}, & \bar{\Delta}_{b'_k} &= \Delta_{b'_k} + \bar{\Delta}_{b'_{k-1}}
\end{aligned}\right\}. \qquad (e)$$

Folosind formulele de recurență (e), găsim expresia $\bar{\Delta}_{a_K}$, $\bar{\Delta}_{a'_k}$ prin erorile măsurătorilor directe. Pentru $\bar{\Delta}_{a_k}$ obținem:

$$\bar{\Delta}_{a_k} = \Delta_{a_k} + \Delta_{a_{k-1}} + \ldots + \Delta_{a_1} \qquad (f)$$

Formulele pentru $\bar{\Delta}_{a'_k}$ vor fi diferite pentru k par și k impar.

Cazul cînd k este impar:

$$\bar{\Delta}_{a'_k} = (\Delta_{a'_k} + \Delta_{a'_{k-2}} + \ldots\ldots + \Delta_{a'_1}) - (\Delta_{b_{k-1}} + \Delta_{b_{k-3}} + \ldots\ldots + \Delta_{b_2}) +$$

$$+ \sqrt{2}\left\{(\Delta_{b'_{k-1}} + \Delta_{b'_{k-2}}) + 2(\Delta_{b'_{k-3}} + \Delta_{b'_{k-4}}) + \ldots\ldots + \frac{n-1}{2}(\Delta_{b'_2} + \Delta_{b'_1})\right\} -$$

$$- \sqrt{2}\left\{(\Delta_{a_{k-2}} + \Delta_{a_{k-3}}) + 2(\Delta_{a_{k-4}} + \Delta_{a_{k-5}}) + \ldots\ldots +\right.$$

$$\left. + \frac{k-3}{2}(\Delta_{a_3} + \Delta_{a_2}) + \frac{n-1}{2}\Delta_{a_1}\right\} \qquad (g)$$

Avînd în vedere formulele (d), (f) și (g), găsim:

$$\Delta_{x_{A_k}} = \sqrt{2}(\Delta_{a'_k} + \Delta_{a'_{k-2}} + \ldots + \Delta_{a'_1}) - \sqrt{2}(\Delta_{b_{k-1}} + \Delta_{b_{k-3}} + \ldots + \Delta_{b_2}) +$$

$$+ 2\left\{(\Delta_{b'_{k-1}} + \Delta_{b'_{k-2}}) + 2(\Delta_{b'_{k-3}} + \Delta_{b'_{k-4}}) + \ldots + \frac{k-1}{2}(\Delta_{b'_2} + \Delta_{b'_1})\right\} -$$

$$-\{(\Delta_{a_k}+\Delta_{a_{k-1}})+3(\Delta_{a_{k-2}}+\Delta_{a_{k-3}})+\ldots+(k-2)(\Delta_{a_3}+\Delta_{a_2})+k\Delta_{a_1}\}. \tag{h}$$

Cazul cînd k este par. Atunci pe baza formulei (e) avem:

$$\bar{\Delta}_{a'_k}=(\Delta_{a'_k}+\Delta_{a'_{k-2}}+\ldots+\Delta_{a'_2})-(\Delta_{b_{k-1}}+\Delta_{b_{k-3}}+\ldots+\Delta_{b_1})+$$
$$+\sqrt{2}\left\{(\Delta_{b'_{k-1}}+\Delta_{b'_{k-2}})+2(\Delta_{b'_{k-3}}+\Delta_{b'_{k-4}})+\ldots+\frac{k-2}{2}(\Delta_{b'_3}+\Delta_{b'_2})+\right.$$
$$\left.+\frac{k}{2}\Delta_{b'_1}\right\}-\sqrt{2}\left\{(\Delta_{a_{k-2}}+\Delta_{a_{k-3}})+2(\Delta_{a_{k-4}}+\Delta_{a_{k-5}})+\right. \tag{i}$$
$$\left.+\ldots+\frac{k-2}{2}(\Delta_{a_2}+\Delta_{a_1})\right\}.$$

Avînd în vedere formulele (d), (f) și (i), obținem:

$$\Delta_{x_{A_k}}=\sqrt{2}(\Delta_{a'_k}+\Delta_{a'_{k-2}}+\ldots+\Delta_{a'_2})-\sqrt{2}(\Delta_{b_{k-1}}+\Delta_{b_{k-3}}+\ldots+\Delta_{b_1})+$$
$$+2\left\{(\Delta_{b'_{k-1}}+\Delta_{b'_{k-2}})+2(\Delta_{b'_{k-3}}+\Delta_{b'_{k-4}})+\ldots+\frac{k-2}{2}(\Delta_{b'_3}+\Delta_{b'_2})+\frac{k}{2}\Delta_{b'_1}\right\}-$$
$$-\{(\Delta_{a_k}+\Delta_{a_{k-1}})+3(\Delta_{a_{k-2}}+\Delta_{a_{k-3}})+\ldots+(k-1)(\Delta_{a_2}+\Delta_{a_1})\}. \tag{j}$$

Trecînd la erorile medii pătratice considerăm că în acest caz:

$$m_a=m_b,=m_1 \quad \text{și} \quad m_a,=m_b=m_2,$$

pe baza formulelor (h) și (j) obținem pentru k impar și k par, că eroarea transversală în poziția punctului A_k (sau B_k) va fi:

$$m_{u_k}=\sqrt{\frac{1}{3}k(2k^2+1)m_1^2+2km_2^2}. \tag{I.113}$$

Eroarea longitudinală în poziția punctului A_k (sau B_k) pe baza formulelor (d) și (f) se obține:

$$m_{t_k}=m_1\sqrt{k}. \tag{I.114}$$

Cu tot aspectul complex s-au obținut formule de lucru foarte simple (I.113) și (I.114).

Eroarea medie pătratică a poziției punctului k va fi:

$$M_k=\sqrt{m_{u_k}^2+m_{t_k}^2}.$$

Exemplu. Să se calculeze eroarea medie pătratică a poziției punctului final al lanțului de pătrate cu laturile măsurate, dacă numărul pătratelor $k=4$, iar erorile medii pătratice de măsurare a laturilor și a diagonalelor pătratelor sînt egale cu:

$$m_1=\pm 0{,}05\ m,\quad m_2=\pm 0{,}07\ m.$$

Eroarea transversală (formula I.113) este egală cu:

$$m_{u_k}=\sqrt{\frac{1}{3}\cdot 4\cdot(2\cdot 4^2+1)0{,}05^2+2\cdot 4\cdot 0{,}07^2}=\pm 0{,}39\ m.$$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea longitudinală (formula (I.114):

$$m_{t_k} = 0{,}05\sqrt{4} = \pm 0{,}10\ m.$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului final al lanțului va fi:

$$M_K = \sqrt{0{,}39^2 + 0{,}10^2} = 0{,}40\ m.$$

Sistemul liniar central

Considerăm ca latură fixă (inițială) latura AB iar celelalte, ca laturi măsurate pentru calcularea succesivă a coordonatelor punctelor I, II, III, ... (fig. 3, a și b).

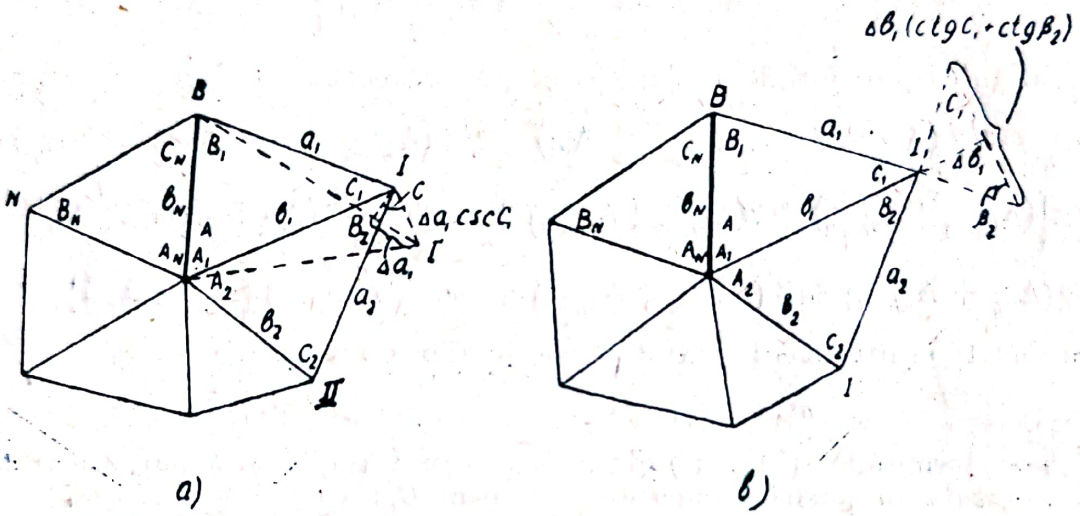


Fig. 3

Determinăm eroarea medie pătratică a poziției punctului ce se determină k (I, II, III, ...), socotind punctele A și B fără erori.

Să clarificăm prima dată intluența erorilor laturilor a_1, a_2 ..... a_k și b_1, b_2, ... b_k asupra unghiului de orientare (AK).

Astfel:

$$(AK) = (AB) + A_1 + A_2 + \ldots + A_k,$$

iar

$$\Delta_{(AK)} = \Delta_{A_1} + \Delta_{A_2} + \ldots . \Delta_{A_k},$$

Din construcțiile geometrice (fig. 3 a) se vede că eroarea Δ_{a_1} dă naștere unei erori în unghiul A_1, care este egală cu:

$$\Delta_{A_1}^{a_1} = \frac{\rho}{b_1} \csc C_1\ \Delta_{a_1}, \qquad (I.115)$$

iar eroarea Δ_{b_1} dă naștere la erori în cele două unghiuri A_1 și A_2 (fig. 3, b). care vor fi:

$$\Delta_{A_1}^{b_1} = -\frac{\rho}{b_1} \operatorname{ctg} C_1\ \Delta_{b_1} \qquad (I.116)$$

și

$$\Delta_{A_2}^{b_1} = -\frac{\rho}{b_1} \operatorname{ctg} B_2 \ \Delta_{b_1} \qquad (I.116)$$

Formule analoge vor fi și pentru erorile în unghiurile A, care sînt create de erorile celorlalte laturi a_i și b_i.

Exprimăm în egalitate pentru $\Delta_{(AK)}$ erorile unghiurilor prin erorile laturilor măsurate; după trecerea la erorile medii pătratice obținem:

$$m_{(AK)}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\rho^2}{b_i^2} \operatorname{csc}^2 C_i \, m_{a_i}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\rho^2}{b_{i+1}^2} (\operatorname{ctg} C_i + \operatorname{ctg} B_{i+1})^2 \, m_{bi}^2 +$$

$$+ \frac{\rho^2}{b_k^2} \operatorname{ctg}^2 C_k \, m_{b_k}^2. \qquad (I.117)$$

Eroarea medie pătratică a poziției punctului K va fi:

$$M_K = \sqrt{m_{b_k}^2 + \left(b_k \frac{m_{(AK)}}{\rho}\right)^2}. \qquad (I.118)$$

Pentru cazul cînd sistemul central este un poligon regulat și cînd valorile $m_{a_i} = m_a$ și $m_{b_i} = m_b$, formula pentru $m_{(AK)}$ se simplifică astfel:

$$m_{(AK)}^2 = \frac{\rho^2}{b^2} \left\{ k \operatorname{sec}^2 \frac{A}{2} \, m_a^2 + (4k - 3) \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2} \, m_b^2 \right\} \qquad (I.119)$$

Vom socoti că eroarea medie pătratică poziției celui mai slab punct în urma compensării sistemului (chiar și neriguros) se micșorează de $\sqrt{2}$ ori.

Atunci sistemul central care are forma unui hexagon regulat ($A = 60°$), cînd $m_a = m_b = m_s$ eroarea medie pătratică în poziția celui mai slab punct III ($k=3$) după compensare, pe baza formulelor (I.119) și (I.118) va fi:

$$M_{III} = 2\sqrt{2}\, m_s = 2{,}8\, m_s. \qquad (I.120)$$

Să admitem că $m_s = 0{,}05$ m. Atunci după formula (I.120)

$$M_{III} = 0{,}14 \ m.$$

§ 4. DESPRE TRANSCALCULAREA COORDONATELOR ÎNTR-UN SISTEM UNIC

În cazul cînd punctele triangulației de stat lipsesc, se admite să se creeze rețele independente (locale) în care coordonatele punctelor se determină în sisteme arbitrare.

În raport de scara și de suprafața ridicării, după instrucțiuni s-au stabilit următoarele feluri de rețele independente:

a) rețeaua analitică de categoria a II-a sau drumuirile cu teodolitul de înaltă precizie în cazul ridicărilor la scara 1 : 10 000, pe o suprafață de 40—200 km²; rețeaua drumuirilor cu teodolitul (vezi (60), pag. 6) în cazul ridicării cu o suprafață pînă la 40 km²;

b) rețeaua independentă de ordinul 4 în cazul ridicărilor la scara 1 : 5000 pe o suprafață pînă la 1000 km², rețeaua analitică de categoria a II-a în cazul ridicărilor pe o suprafață pînă la 20 km²;

c) rețeaua independentă de ordinul 4 în cazul ridicărilor la scara 1 : 2000, pe o suprafață pînă la 200 km²; rețeaua analitică de categoria a II-a (vezi [34], § 16, 17, 168) în cazul ridicării pe o suprafață pînă la 6 km².

Este bine să fie alese coordonatele inițiale ale rețelei independente, în așa fel ca abscisele și ordonatele tuturor punctelor să fie pozitive.

Dacă rețelele independente se fac pentru construcții inginerești, atunci linia absciselor se alege din ultimele sectoare și atunci ordonatele vor avea semne pozitive și negative.

Rețelele independente se leagă de triangulația de stat și se compensează.

Totuși există cazuri (de exemplu, la întocmirea planurilor asamblate, [45]) cînd rețelele independente trebuie unite cînd lipsesc punctele rețelei de stat.

Uneori, după ce rețeaua independentă a fost legată de cea de stat, este necesar ca înainte de compensare să se obțină coordonatele ei provizorii sau de lucru în sistemul de coordonate 1942. În asemenea cazuri apare necesitatea de transcalculare a coordonatelor dintr-un sistem vechi în altul nou.

Coordonatele noi se obțin printr-o rototranslație a sistemului de axe.

Efectuînd legarea unui oarecare punct P la noua rețea, se obțin noile lui coordonate.

Diferențele:

$$\begin{aligned} a &= x_p^H - x_p^c \\ b &= y_P^H - y_P^c \end{aligned} \qquad \text{(I.121)}$$

vor da mărimea deplasării originii coordonatelor. Noile coordonate ale celorlalte puncte se obțin în raport de coordonatele noi ale punctului P prin adăugarea la ele a noilor creșteri.

De aceea, principala sarcină practică constă în găsirea noilor creșteri ale coordonatelor care depind de rotirea axelor de coordonate. Ele se calculează după formulele:

$$\begin{aligned} \Delta x_H &= \Delta x_c \cos \delta\alpha - \Delta y_c \sin \delta\alpha \\ \Delta y_H &= \Delta x_c \sin \delta\alpha + \Delta y_c \cos \delta\alpha \end{aligned} \qquad \text{(I.122)}$$

sau după formulele

unde

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_H &= \Delta x_c + \delta x \\ \Delta y_H &= \Delta y_c + \delta y \\ \delta x &= -\Delta y_c \frac{\delta\alpha}{\rho} - \Delta x_c \frac{1}{2}\left(\frac{\delta\alpha}{\rho}\right)^2 \\ \delta y &= +\Delta x_c \frac{\delta\alpha}{\rho} - \Delta y_c \frac{1}{2}\left(\frac{\delta\alpha}{\rho}\right)^2 \\ \delta\alpha &= \alpha_H - \alpha_c . \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I.123)}$$

În tabelele 3 și 4 se dă un exemplu de transcalculare a coordonatelor punctelor patrulaterului geodezic, în sistemul nou (fig. 3).

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 3

Transcalcularea coordonatelor în noul sistem după formulele (I.122)

Date inițiale : $\alpha^{H}_{AB} = 133°18'43'',4$;
$\alpha^{c}_{AB} = 134\ 10\ 00\ ,0$
$\delta_{\alpha} = -0\ 51\ 16\ ,6$.

Noile coordonate ale punctului A : $x = 6\ 112\ 772,15$;
$y = 5\ 564\ 427,26$.

Punctele	Coordonatele vechi		Diferențe de coordonate				Coordonatele noi	
	x_c	y_c	$\frac{\Delta x_c}{\cos\delta\alpha = +0,999889}$	$\frac{\Delta y_s}{= \sin\delta\alpha = +0,014915}$	Δx_H	Δy_H	x_H	y_H
A	10000,00	10000,00					6 112 772,15	5 564 427,26
			—1214,95	+4822.87	—1142,88	+4840,45		
I	8785,05	14822,87					6 111 629,27	5 569 267,71
			—4395,36	+ 953,07	—4380,66	+1018,52		
B	4389,69	15775,94					6 107 248,61	5 570 286,23
			+ 981,61	—3912,20	+ 923,15	—3926,41		
II	5371,30	11863,74					6 108 171,76	5 566 359,83
			+4628,70	—1863,74	+4600,39	—1932,57		
A								

$\sin\delta\alpha = -0,014915$ $\cos\delta\alpha = +0,999889$

Tabelul 4

Recalcularea coordonatelor în noul sistem după formula (I.123)

Punctele	Coordonatele vechi		Diferențe de coordonate		Corecțiile		Creșterile noi		Coordonatele noi	
	x_c	y_c	Δx_c	Δy_c	δx	δy	Δx_H	Δy_H	x_H	y_H
A	10000,00	10000,00							6 112 772,15	5 564 427,26
			—1214,95	+4822,87	+72,07	+17,58	—1142,88	+4840,45		
I	8785,05	14822,87							6 111 629,27	5 569 267,71
			—4395,36	+ 953,07	+14,70	+65,45	—4380,66	+1018,52		
B	4389,69	15775,94							6 107 248,61	5 570 286,23
			+ 981,61	—3912,20	—58,46	—14,21	+ 923,15	—3926,41		
II	5371,30	11863,74							6 108 171,76	5 566 359,83
A			+4628,70	—1863,74	—28,31	—68,83	+4600,39	—1932,57		

Scanned with OKEN Scanner

Transcalcularea coordonatelor drumuirilor cu teodolitul, cînd $\delta\alpha \leqslant 2°$, corecțiile coordonatelor se calculează după formulele:

$$\left.\begin{aligned} \delta x &= -\Delta y \frac{\delta\alpha'}{3438'} \\ \delta y &= +\Delta x \frac{\delta\alpha'}{3438'}. \end{aligned}\right\} \qquad (I.124)$$

De aici se vede că cu cît unghiurile de rotire $\delta\alpha$ sînt mai mici, cu atît corecțiile sînt mai mici și cu atît calculul lor va fi mai ușor. De aceea la rețelele independente mari și la rețelele din drumuirile cu teodolitul este util să se determine în diferite locuri, pe porțiuni, două la trei azimute (A) după Soare sau după Polară. Obținem apoi unghiurile de orientare după formula: $\alpha = a - \gamma$, care sînt folosite la legarea rețelei.

În acest caz, corecțiile δx, δy chiar în cazurile laturilor lungi de triangulație vor fi mici și pot fi calculate cu ajutorul riglei de calcul după formulele (I.124).

Convergența meridianelor se determină cu formula:

$$\gamma = (L_p - L_o) \sin B_p, \qquad (I.125)$$

unde L_p — longitudinea punctului P (în cazul determinării unghiului de orientare al liniei PT);

L_0 — longitudinea meridianului axial;

B_p — latitudinea punctului P.

După cum se vede din formula (I.125), semnul lui γ depinde de dispunerea punctului P. Dacă longitudinea punctului este mai mare decît longitudinea meridianului axial, adică punctul P este dispus la est de meridianul axial, atunci se ia cu semnul plus. Pentru punctele care se găsesc la vest de meridianul axial, unghiul γ are semnul minus.

Cînd lipsesc observațiile azimutale, este necesar să se determine unghiul de orientare cu busola, ținîndu-se cont de declinația acului magnetic și de convergența meridianelor după formula:

$$\alpha = a_M + \delta - \gamma, \qquad (I.126)$$

unde δ — declinația acului magnetic (estică se ia cu semnul plus, vestică — cu semnul minus).

Mărimile B, L, δ, γ se pot lua de pe harta topografică.

§ 5. CALCULELE PRELIMINARII

Calculele preliminarii se referă la verificarea carnetelor de observații și a cataloagelor cu puncte, la întocmirea schemelor rețelelor, a racordărilor și la verificarea calității acestor lucrări prin stabilirea erorilor de închidere admisibile. La executarea racordărilor (pentru direcțiile plane date) se face rezolvarea provizorie a triunghiurilor, calcularea corecțiilor de centrare și de reducere a direcțiilor, precum și reducerea lungimilor laturilor în planul de proiecție.

În toate carnetele și foile de centrare se verifică respectarea cerințelor instrucțiunilor și corectitudinea tuturor calculelor.

Pe urmă se execută calculele necesare pentru obținerea direcțiilor în plan, raportate la centrele semnelor și anume: se rezolvă provizoriu triunghiurile, se calculează corecțiile de centrare c, reducere r, corecțiile de linie, geodezica și excesele sferice ε, necesare pentru controlul mărimilor δ.

Pentru calcularea corecțiilor de centrare și reducere (fig. 4) se folosesc formulele:

$$c'' = \frac{e \sin (M + \theta)\, \rho''}{D}; \quad r'' = \frac{e_1 \sin (M + \theta_1)\, \rho''}{D}, \tag{I.127}$$

unde

e — distanța de la centrul punctului C pînă la punctul de stație al instrumentului J;

e_1 — distanța de la centrul punctului c pînă la proiecția vîrfului semnului V;

θ, θ_1 — unghiurile în punctul J și în punctul V între direcțiile la centru și direcțiile de plecare I (în sensul acelor de ceasornic).

Mărimile δ se determină după formula:

$$\delta_{12} = \frac{f}{3} (x_1 - x_2)\, (2y_1 + y_2). \tag{I.128}$$

Pentru rețeaua de ordinul IV se poate folosi formula aproximativă:

$$\delta''_{12} = 0{,}002\,533\ (x_1 - x_2)^{km} \cdot y_m^{km}, \tag{I.129}$$

unde diferența absciselor $x_1 - x_2$ și ordonata medie $y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$ se ia în km, iar mărimile δ se obțin în secunde. Excesul sferic este:

$$\varepsilon = f.a.b. \sin C, \tag{I.130}$$

unde a, b — laturile triunghiului;

C — unghiul dintre ele.

Valoarea $f = \frac{\rho''}{2R^2}$ și $\frac{1}{3} f$ se poate scoate din tabelul 5 în funcție de latitudinea B.

Tabelul 5

$B°$	f	$^1/_3 f$
30	0,002 545	0,000 8484
40	0,002 539	0,000 8463
50	0,002 533	0,000 8443
60	0,002 528	0,000 8425
70	0,002 523	0,000 8409

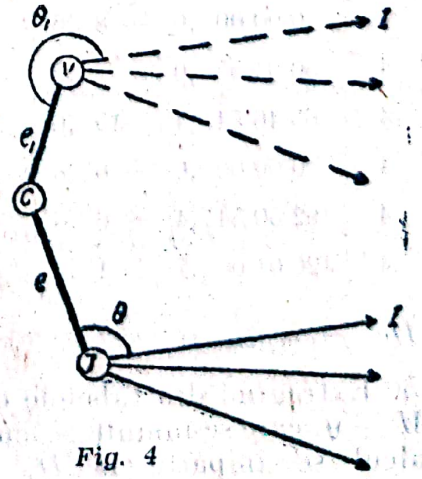


Fig. 4

Scanned with OKEN Scanner

Mai jos se dă un exemplu de calcule preliminarii necesare pentru fig. 39, calcule care sînt executate în tabelele 6—8 cu precizia necesară triangulației de ordinul 4 (vezi [33], § 137, 144).

Ordinea calculelor

1. În tabelul 6 se completează primele trei coloane, extrăgîndu-se din carnete direcțiile pînă la 0″,1.

2. Se extrag unghiurile aproximative (pînă la minute) și se scriu în tabelul 7. Cu ajutorul tablei cu patru zecimale și al mașinii de calculat se calculează laturile (cu patru cifre).

3. Folosind valorile laturilor, se raportează punctele ce se determină prin intersecții liniare pe schemele de calc ale rețelei, pe care sînt trasate rețeaua de coordonate și punctele inițiale raportate prin coordonate.

4. Se scriu în tabelul 8 elementele de centrare θ, e (înscrise deasupra direcțiilor punctului) și elementele de reducere θ_1, e_1 (dedesubtul direcțiilor). Se calculează produsele $e\rho$, care se scriu în partea de sus a coloanei $M + \theta$ și produsul $e_1\rho$, care se scrie în partea de jos a coloanei $M + \theta_1$, rezultatul rotunjindu-se în zeci de metri.

Tabelul 1

Calculul direcțiilor plane reduse la centru

Denumirea direcțiilor	Ordinul	Direcțiile măsurate	c	r	δ	c+r+δ	(c+r+δ)₀	Direcțiile plane reduse
A—I	4	0°00′00″,0	+ 9″,1	+4″,4	+0″,2	+13″,7	0″,0	0°00′00″,0
B	4	30 01 41 ,9	+ 4 ,8	+2 ,5	+0 ,9	+ 8 ,2	— 5 ,5	30 01 36 ,4
II	4	53 55 46 ,5	+ 5 ,2	+2 ,2	+0 ,8	+ 8 ,2	— 5 ,5	53 55 41 ,0
I—B	4	0 00 00 ,0	+ 3 ,5	+2 ,6	+0 ,8	+ 6 ,9	0	0 00 00 ,0
II	4	53 09 18 ,3	+ 1 ,4	+1 ,2	+0 ,6	+ 3 ,2	— 3 ,7	53 09 14 ,6
A	4	116 22 40 ,7	— 2 ,1	—6 ,7	—0 ,2	— 9 ,0	—15 ,9	116 22 24 ,8
B—II	4	0 00 00 ,0	— 8 ,6	—1 ,4	—0 ,2	—10 ,2	0 ,0	0 00 00 ,0
A	4	30 04 55 ,0	— 7 ,5	—3 ,7	—1 ,0	—12 ,2	— 2 ,0	30 04 53 ,0
I	4	63 40 54 ,4	—15 ,6	+1 ,7	—0 ,8	—14 ,7	— 4 ,5	63 40 49 ,9
II—A	4	0 00 00 ,0	+ 6 ,8	—4 ,2	—0 ,8	+ 1 ,8	0 ,0	0 00 00 ,0
I	4	62 50 54 ,4	+ 6 ,6	+6 ,0	—0 ,6	+12 ,0	+10 ,2	62 51 04 ,6
B	4	126 01 00 ,7	— 1 ,7	+5 ,6	+0 ,2	+ 4 ,1	+ 2 ,3	126 01 03 ,0

De exemplu, $0{,}220 \cdot m \quad 206\,265 = 45\,380$.

5. Extrăgînd din tabelele cu patru zecimale valorile sinus ale unghiurilor $M + \theta$, care se înmulțesc cu valorile ρ e iar rezultatul obținut la mașina de calcul se împarte la D. În registrul de înregistrare a rotirilor se

obține c''. De exemplu, pentru rîndul $A—I$ cu valorile $M + \theta = 91°30'$ și $D = 4970$ avem $\sin 88°30' = 0{,}9997$,

$$c'' = \frac{0{,}9997 \cdot 45380}{4970} = +9'',1.$$

In mod analog, după valorile lui $M + \theta_1$ și D se obțin reducerile r''.

6. Se transcriu mărimile c din tabelul 8 în tabelul 6 pentru aceleași direcții, iar mărimile r — pentru direcțiile reciproce.

Tabelul 7

Rezolvarea provizorie a triunghiurilor

Vîrful unghiurilor	Unghiurile	Sinusurile unghiurilor	Laturile	δ'' / ε''
A	53°56′	0,8083	4518	+0″,6
I	63 13	0,8927	4990	—0 ,8
II	62 51	0,8898	4974	+0 ,2
				[δ] = 0, 0
				ε = +0 ,05
B	63 41	0,8963	4518	—0 ,6
I	53 09	0,8002	4033	—0 ,2
II	63 10	0,8923	4498	+0 ,8
				[δ] = 0 ,0
				ε = +0 ,04
A	30 02	0,5004	4498	+0 ,7
B	33 36	0,5534	4974	+0 ,2
	116 22	0,8959	8052	—1 ,0
				[δ] = —0 ,1
				ε = +0 ,05

De exemplu, în tabelul 8 pe rîndul $A — I$ reducerea $r = — 6'',7$. Această mărime se transcrie (cu același semn) în tabelul 6 pe rîndul direcției I-A. În același fel, mărimea — 3″, 7, obținută în tabelul 8 pe rîndul $A — B$ se transcrie în tabelul 6 pe rîndul $B—A$ și așa mai departe.

7. Folosind desenul rețelei, se determină grafic mărimile $(x_1 — x_2)$ și y_m, se calculează cu ajutorul formulei (1.129) mărimile δ și se înscriu în tabelul 6 pe rîndurile corespunzătoare direcțiilor.

Pe urmă, făcînd diferența lor (în sensul acelor de ceasornic, dintr-una scăzînd pe cea anterioară ei) se obțin mărimile δ pentru unghiuri și se înscriu în tabelul 7 unde se face suma lor pe triunghiuri. Sub aceste sume se înscriu excesele sferice ε, calculate după formula (1.130). Apropierea valorilor $[\delta]$ și ε va indica corectitudinea calculelor lui δ.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 8

Calculul corecţiilor de centrare şi reducere

Denumirile direcţiilor	Direcţia M	$M+\theta$	$M+\theta_1$	D	c''	r''
	$\theta=91°30'$	$\rho e=45380$	$e=0{,}220$			
A-I	0°00′	91°30′	267°20′	4970	+ 9″,1	— 6″,7
B	30 02	121 32	297 22	8050	+ 4 ,8	— 3 ,7
II	53 56	145 26	321 16	4990	+ 5 ,2	— 4 ,2
	$\theta=267°20'$	$e_1=0{,}161$	$\rho e_1=33210$			
	$\theta=103°16'$	$\rho e=16290$	$e=0{,}079$			
I-B	0°00′	103°16′	15°03′	4500	+ 3,5	+ 1,7
II	53 09	156 25	68 12	4520	+ 1,4	+ 6,0
A	116 22	219 38	131 25	4970	— 2,1	+ 4,4
	$\theta_1=15°03'$	$e_1=0{,}141$	$\rho e_1=29080$			
	$\theta=209°40'$	$\rho e=70130$	$e=0{,}340$			
B-II	0°00′	209°40′	84°20′	4030	— 8,6	+ 5,6
A	30 05	239 45	114 25	8050	— 7,5	+ 2,5
I	63 41	273 21	148 01	4500	—15,6	+ 2,6
	$\theta_1=84°20'$	$e_1=0{,}109$	$\rho e_1=22480$			
	$\theta=64°25'$	$\rho e=37330$	$e=0{,}181$			
II-A	0°00′	64°25′	86°50′	4990	+ 6,8	+ 2,2
I	62 51	127 16	149 41	4520	+ 6,6	+ 1,2
B	126 01	190 26	212 51	4030	— 1,7	— 1,4
	$\theta_1=86°50'$	$e_1=0{,}052$	$\rho e_1=10730$			

Controlul mărimilor c şi r trebuie să se execute prin calcularea lor, încă o dată cu rigla de calcul.

8. Se calculează în tabelul 6 pe fiecare rînd suma $c + r + \delta$, iar pe urmă sumele $(c + r + \delta)_0$, reduse la origine, se adaugă la rezultatele măsurătorilor şi se obţin direcţiile definitive rotunjindu-se pînă la 0″, 1.

Mai departe se trece la calculul termenilor liberi ai ecuaţiilor de condiţie pentru unghiuri şi poli.

In cazul cînd se înscriu în toleranţă se pot începe calculele de compensare. Formulele pentru determinarea toleranţei termenilor liberi se dau în paragraful următor.

Scanned with OKEN Scanner

Conform cu [33] calculul în teren al toleranței termenilor liberi se poate executa fără calculul mărimii δ care în acest caz se calculează în condiții de birou.

Totuși în cazul unor rețele mici o astfel de împărțire a calculelor, în mod practic, nu este rațională.

Rețeaua analitică de categoria a II-a

Calculele preliminarii ale rețelei analitice se execută tot în aceeași ordine, însă corecțiile c și r se calculează și se introduc cu rotunjiri pînă la 1″. De aceea valorile lungimilor laturilor se pot lua din schița rețelei cu condiția ca raportarea punctelor pe baza unghiurilor puse cu raportorul să se facă cu atenție.

Valorile δ fiind prea mici se neglijează: Direcțiile definitive se dau pînă la secunde întregi. Bazele rețelei analitice se reduc în plan, în proiecția Gauss, în raport cu meridianul axial al fusului (de șase sau de trei grade) după formulele:

$$S_r = S + \Delta S; \qquad \Delta S = S \frac{y_m^2}{2R^2} \tag{I.131}$$

unde y_m — ordonata mijlocului bazei; $R \approx 6400$ km.

Poligonometria și drumuirile cu teodolitul

În procesul calculelor preliminarii se execută verificarea carnetelor, reducerea laturilor în planul proiecției, stabilirea erorilor de închidere și întocmirea schemelor drumuirilor.

Nivelmentul

După terminarea nivelmentului se verifică: corectitudinea controalelor pe fiecare pagină din carnete, calculul compensărilor, întocmirea schemelor drumuirilor de nivelment, determinarea erorilor de închidere și a toleranței lor.

Aspectul documentelor obținute trebuie să fie în conformitate cu instrucțiunile existente.

§ 6. ERORILE DE ÎNCHIDERE PENTRU CONDIȚIILE DE UNGHIURI ȘI DE SINUS*

Înainte ca rețeaua geodezică să fie compensată este necesar să ne convingem de calitatea ei. La executarea calculelor preliminarii se calculează erorile de închidere a triunghiurilor și termenii liberi ai condițiilor de sinus.

Se stabilesc toleranțele termenilor liberi obținuți, care conform cu [33] nu trebuie să depășească:

---

* N.R. Termenul general de condiție în care intră funcția sinus (prescurtat „condiție de sinus") nu este folosit de către geodezii din R.P.R., ci numai termenii particulari: condiție de acord baze, de acord laturi, de pol.

pentru condiția de pol

$$w_n = \pm 2 m_0 \sqrt{[\delta^2]}, \tag{I.132}$$

pentru condiția de acord baze

$$w_b = \pm 2 \sqrt{m_0^2 [\delta^2] + 2m_{\lg s}^2} \tag{I.133}$$

pentru condiția de acord orientări

$$w_\alpha = \pm 2 \sqrt{n \cdot m_0^2 + 2 m_\alpha^2}, \tag{I. 134}$$

unde $[\delta^2]$ — suma pătratelor diferențelor tabulare logaritmice ale sinusurilor unghiurilor de legătură;

m_0 — eroarea medie pătratică a unghiului măsurat, corespunzător ordinului de triangulație (stabilit de instrucțiuni);

$m_{\lg s}$ — eroarea medie pătratică a logaritmului laturii de plecare;

m_α — eroarea medie pătratică a orientării inițiale (de plecare);

n — numărul unghiurilor care se transmit prin orientare.

Se calculează eroarea medie pătratică a unghiului măsurat după erorile de închidere ale triunghiurilor.

$$m = \pm \sqrt{\frac{[w^2]}{3n}}.$$

Limita mărimilor m și w stabilite de instrucțiuni sînt: pentru triangulație de ordinul 4, $m = 2''$, $w = 7''$; pentru rețeaua analitică de categoria a II-a în cazul ridicării la scara 1 : 10 000 $m = 7''{,}5$, $w = 25''$, iar în cazul ridicărilor la scările 1 : 5000 și 1 : 2000, $m = 15''$, $w = 1'$.

Dacă compensarea se execută în teren și se folosește metoda de compensare pe grupe, atunci, după ce se stabilesc toleranțele erorilor de închidere în triunghiuri se repartizează pe unghiuri, aflîndu-se astfel primele corecții.

După aceasta se calculează valorile termenilor liberi pentru celelalte condiții, stabilindu-se toleranțele după formulele: *

$$w_p = 2 \sqrt{\frac{2}{3} m_0^2 [R]}; \tag{I.135}$$

$$w_b = 2 \sqrt{\frac{2}{3} m_0^2 [R] + 2 m_{\lg s}^2}; \tag{I.136}$$

$$w_\alpha = 2 \sqrt{m_0 \frac{2n+4}{9} + 2m_\alpha^2}; \tag{I.137}$$

unde

$$R_i = \delta_{\alpha_i}^2 + \delta_{\beta_i}^2 + \delta_{\alpha_i} \delta_{\beta_i}.$$

Formulele sînt obținute pentru cazul măsurătorilor făcute pe direcții, iar compensarea se va face pe unghiuri.

---

* S-a luat din [55] pag. 230, la care s-a adăugat calculul valorilor lg s și α după exemplul [33], vezi formulele (I.133), (I.134).

Scanned with OKEN Scanner

În cazul compensării neriguroase, calitatea rezultatelor obținute se poate aprecia din confruntarea diverselor valori ale laturilor și coordonatelor obținute, trecînd prin diferite triunghiuri, sau din laturi de drumuire.

Limitele nepotrivirilor sînt date în diferite instrucțiuni. Ele pot fi adaptate pentru diferite scări de ridicare, plecînd de la următoarele considerații.

Principala cerință, care se impune preciziei de determinare a punctelor bazei de ridicare, este ca erorile cele mai mari ale rețelei să depășească eroarea grafică pentru scara respectivă t.

În instrucțiunile [59] § 128, erorile limită în coordonatele rețelei de ridicare plană, în raport de baza geodezică principală, s-au stabilit ca fiind egale cu 2 t. Aceste mărimi se referă la punctele de ultimul ordin.

Pentru rețeaua analitică de categoria a II-a ea trebuie să fie micșorată și conform [76] § 19 este egală cu t.

În raport de aceasta, pentru fiecare scară de ridicare se stabilesc dimensiunile laturilor rețelei și precizia măsurătorilor unghiulare și liniare.

La drumuirile cu teodolitul, erorile de închidere liniare pot fi de două ori mai mari decît eroarea limită a punctului mediu al drumuirii, adică $4t$ (vezi [59] § 144).

§ 7. NUMĂRUL ECUAȚIILOR DE CONDIȚIE

După formulele și schemele de calcul care sînt date în manualul de față pentru figurile tipice, într-o serie de cazuri se pot compensa și alte figuri (variante ale lor).

Așa, de exemplu, dacă la rețeaua liberă se mai adaugă două baze, atunci condiția bazei suplimentare nu schimbă calculele anterioare pînă la calculul condiției de bază. În asemenea cazuri, după cum și în cazul compensării rețelei generale prin procedeele indicate în capitolul IV, se ivește necesitatea determinării numărului de condiții în triangulație.

Pentru aceasta, în cazul compensării pe unghiuri se aplică formulele:

$$r = n - 2p\,, \qquad \text{(I.138)}$$

$$u = n - l\,, \qquad \text{(I.139)*}$$

$$s = r - u = l - 2p\,, \qquad \text{(I.140)}$$

unde r — numărul tuturor ecuațiilor de condiție

u — „ cel mai mare al condițiilor de unghiuri;

s — „ cel mai mic al condițiilor de sinus;

n — „ unghiurilor măsurate;

p — „ punctelor ce se determină;

l — „ laturilor ce se determină (continue și întrerupte).

În cazul compensării pe direcții, numărul condițiilor de laturi nu se schimbă, însă se micșorează numărul condițiilor de unghiuri (prin urmare și numărul tuturor condițiilor) cu mărimea $e = q + \Sigma$, unde q este numărul

* Formulele (I.139), (I.140), (I.142) sînt publicate în [75].

punctelor centrale din rețea, iar Σ — numărul condițiilor de unghi fix. *

Vom avea:

$$r' = n - 2p - e \qquad (I.141)$$

$$u' = n - l - e \qquad (I.142)$$

de aici

$$s' = r' - u' = l - 2p = s .$$

În sistemul general trebuie incluse asemenea unghiuri izolate și condiții de sinus care duc la ponderea cea mai mare a elementelor compensate. Totuși aceasta depinde nu numai de tipul rețelei, ci și de mărimile unghiurilor (forma rețelei). Prin urmare, pentru a stabili condițiile care dau ponderile cele mai mari este necesar ca în fiecare caz, separat, să se execute o cercetare prealabilă, care este destul de greoaie chiar în cazul unei rețele simple (vezi § 3 și 10).

De aceea, în cazul general se poate recomanda să se includă în compensare cele mai simple condiții, iar pentru condițiile de sinus să se ia cele mai ascuțite unghiuri.

Ponderea elementelor compensate în acest caz poate să nu fie din cele mai bune, însă erorile de rotunjire vor influența mai puțin la precizia rezultatelor.

Ecuațiile de condiție alese vor trebui să fie independente, adică nici una din ecuații nu trebuie să fie o consecință a altora. Pentru alegerea celor mai simple și independente condiții se poate recomanda un procedeu simplu și sigur de examinare a condițiilor. În acest caz se pot exprima unghiurile dependente prin cele independente.

Examinăm acest procedeu la exemplul prezentat în fig. 16, pentru care numărul ecuațiilor de condiție este $r = n - 2p = 12$. Pentru determinarea punctului I este suficient să avem două unghiuri, de exemplu 1,2. Celelalte unghiuri vor fi suplimentare și numărul lor este egal cu numărul ecuațiilor de condiție.

Fiecare unghi suplimentar poate fi exprimat conform relațiilor geometrice existente în rețea, prin unghiurile independente 1 și 2.

Este clar că toate ecuațiile de condiție care se vor folosi pentru aceasta reprezintă un sistem independent. Examinarea condițiilor este foarte simplă și garantează o rezolvare rațională și comodă.

Pentru exemplul nostru vom avea:

unghiul 3 poate fi obținut din condiția de figură a triunghiului ($<3 = <1 - -<2$), unghiul 4 — din condiția de orientare ($<4 = -<2$).

Cunoscînd mărimile unghiurilor 1, 2, 3 și 4, exprimăm prin ele unghiul 5. Aceasta nu se poate face direct numai dintr-o singură condiție. Însă dacă se iau două condiții: triunghiul cu laturile 4, 5, 6 și laturile cu unghiurile 1, 3, 5, 6, atunci aici există două unghiuri necunoscute 5 și 6. În cazul a două necunoscute în două condiții, ambele condiții pot fi incluse în sistemul general.

---

* În condițiile de unghiuri nu pot intra unghiurile definitive. În cazul existenței unghiului definitiv se va forma condiția de orientare și nu condiția de unghi fix.

Scanned with OKEN Scanner

Mai departe se obține:
unghiul 7 — din condiția de orientare ($< 7 = - < 3$); unghiurile 8, 9 — din condiția de figură a triunghiului cu unghiurile 7, 8, 9 și laturile cu unghiurile opuse 1, 2, 8, 9; unghiul 10 din condiția de orientare ($< 10 = - < 6$); unghiul 11 din condiția de orientare ($< 11 = - < 9$); unghiul 12 poate fi obținut prin unghiurile 1—11 din patru condiții; de figură a triunghiului ($< 12 = - < 10 - < 11$); de tur de orizont ($< 12 = < 1 - < 5 - < 8$), a condițiilor de sinus a unghiurilor 4, 5, 11, 12 și a unghiurilor 7, 8, 10, 12.

Toate cele patru condiții conțin numai un singur unghi necunoscut 12, iar celelalte unghiuri, de la 1 la 11, s-au determinat deja din condițiile anterioare.

Aceasta arată clar că toate cele patru ecuații date reprezintă grupul de ecuații dependente. Ele sînt identice și fiecare din ele, dar, numai una singură, poate fi introdusă în sistemul general. Se observă că este mai bine să se ia o oarecare condiție de unghi (fiind mai simplă).

Pentru a hotărî care din ele este mai avantajoasă, este necesar să se țină cont de ordinea stabilită a compensării.

Dacă compensarea se executa pe grupe, iar în prima grupă de ecuații de condiție se includ condițiile de figură, atunci din cele patru condiții arătate se va lua și condiția de figură pentru unghiurile 10, 11, 12.

Dacă în prima grupă se includ patru condiții de orientare, atunci aici este necesar să se mai adauge și condiția de tur de orizont, lăsîndu-se la o parte celelalte trei condiții (practic acest procedeu este mai avantajos).

Unghiul 13 este dat de condiția de orientare ($< 13 = - < 3$).

În sfîrșit, unghiul 14 poate fi obținut din condiții diferite ca: de pol (cu polul în punctul 1), de laturi (unghiurile 1, 2, 8 + 12, 14), de figură (cu unghiurile 8, 12, 13, 14) și de orientare ($< 14 = - < 6$). Ultima ecuație de condiție este mult mai simplă și practic este mai convenabilă pentru introducerea în sistemul general.

§ 8. DESPRE CALCULELE LOGARITMICE ȘI NELOGARITMICE ÎN TRIANGULAȚIE

Calculul triangulației este mai simplu să se facă astfel: toate mărimile cu excepția termenilor liberi ai ecuațiilor de condiție de sinus să se calculeze cu ajutorul tablelor de valori naturale ale funcțiilor trigonometrice la mașina de calculat și cu rigla de calcul, iar termenii liberi ai ecuațiilor de condiție în care intră funcția sinus cu tablele de logaritmi.

Mărimile obținute (în exemplele date pentru compensare) la mașini de calculat, în cazul cînd acestea lipsesc, pot fi obținute cu ajutorul tablelor de logaritmi și abacelor.

În acest caz se schimbă numai unele părți ale schemelor de calcul (rezolvarea triunghiurilor și calcularea coordonatelor).

Mai jos se dă un exemplu de calcul cu logaritmi referitor la compensarea fig. 12 (tabelele 9 și 10).

Termenii liberi ai ecuațiilor de condiție, în care intră funcția sinus, în cazul cînd lipsesc tablele de logaritmi, pot fi obținuți cu ajutorul tablelor de valori naturale ale funcțiilor trigonometrice și a mașinii de calculat.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 9

Rezolvarea triunghiurilor

Unghiul compensat	lg sin	lg s	s
	4. 071 1582		
23 45′15″,5	9. 605 1061	3. 676 2643	4745,31
127 48 40 ,1	9. 897 6468	3. 968 8050	9306,80
28 26 04 ,4	9. 677 7480	3. 748 9062	5609,27
180 00 00 ,0			
	3. 848 4330		
30 52 41 ,8	9. 710 3001	3. 558 7331	3620,20
106 50 41 ,1	9. 980 9544	3. 829 3874	6751,30
42 16 37 ,1	9. 827 8313	3. 676 2643	4745,31
180 00 00 ,0			

Tabelul 10

Calculul coordonatelor

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	12°47′17″,4	192°47′17″,4
	+	—
<	23 45 15 ,5	28 26 04 ,4
α	36 32 32 ,9	164 21 13 ,0
x	6 111 854 ,78	6 111 854 ,78
x_0	6 107 348 ,21	6 116 424 ,25
Δx	+ 4506 ,57	— 4569,47
lg Δx	3.653 8465	3.659 8656
lg cos α	9.904 9403	9.983 6013
lg s	3.748 9062	3.676 2643
lg sin α	9.774 8223	9.430 8803
lg Δy	3.523 7285	3.107 1446
Δy	+3 339,86	+ 1 279,81
y_0	5 570 523,83	5 572 583,88
y	5 573 863,69	5 573 863,69

Media $x = 6\ 111\ 854{,}78$

$y = 5\ 573\ 863{,}69$

Scanned with OKEN Scanner

Față de aceasta, pentru determinarea coeficienților ecuațiilor de condiție, în care intră funcția sinus, este necesar să se folosească tabelul special al mărimilor $\delta\, 1''$ (anexa 1).

Să vedem cum se execută calculul termenului liber al ecuației de condiție în care intră funcția sinus cu ajutorul tablelor de valori naturale, ale funcțiilor trigonometrice.

Luăm termenul liber al condiției de acord bază:

$$w = \lg b' - \lg b,$$

unde b' — calculat, iar b — valoarea definitivă a lungimii laturii de închidere.

Aducem această expresie la forma:

$$w = \lg\left(1 + \frac{b' - b}{b}\right).$$

Întrucît termenul doi din paranteză în comparație cu primul termen este mic vom dezvolta în serie Taylor expresia, limitîndu-ne la un singur termen și obținem:

$$w = 0{,}4343\,\frac{b' - b}{b} = 0{,}4343\left(\frac{a\,\pi_1}{b\,\pi_2} - 1\right).$$

unde π_1 — produsul sinusurilor impare, iar π_2 — produsul sinusurilor pare ale unghiurilor de legătură (tabelul 11).

În cazul ecuației de condiție de pol, în această formulă va trebui să se introducă $b = a$.

Exemplu:

Calculul termenului liber al ecuației de acord bază (datele sînt luate din exemplul compensării fig. 12).

Tabelul 11

Notarea laturilor și unghiurilor	Latura și sinusul unghiului corectat a doua oară	δ	Notarea laturilor și unghiurilor	Latura și sinusul unghiului corectat a doua oară	δ
a	9 306,90		b	6 751,30	
1	0,402810		2	0,790034	
5	0,957093		6	0,672718	

$$w = 0{,}4343\left(\frac{a\Pi_1}{b\Pi_2} - 1\right) = -\,7{,}0 \cdot 10^{-6}$$

S-a obținut o oarecare nepotrivire la valorile calculate în exemplul compensat din fig. 12, din cauza preciziei insuficiente a tablelor cu șase zecimale.

Pentru a obține valoarea w cu o precizie mare, în exemplele asemănătoare trebuie să se folosească table de valori naturale cu șapte zecimale ale funcțiilor trigonometrice.

În această carte, laturile și coordonatele sînt calculate după table, de valori naturale ale funcțiilor trigonometrice cu șase zecimale, iar termenii liberi ai ecuațiilor de condiție în care intră funcția sinus sînt determinați cu tablele de logaritmi cu șapte zecimale. Aceasta s-a făcut pentru că tablele de logaritmi cu șase zecimale, nu asigura obținerea zecimilor de secundă sigure la calculul corecțiilor.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul II

COMPENSAREA FIGURILOR TIPICE DE TRIANGULAȚIE PE UNGHIURI CU TRANSFORMAREA ECUAȚIILOR DE CONDIȚIE

§ 9. TEORIA METODEI DE COMPENSARE

Compensarea figurilor simple de triangulație se face ușor cu ajutorul formulelor stabilite pentru corecțiile unghiurilor măsurate.

Cele mai simple formule se obțin în cazul compensării pe două sau trei grupe.

Compensarea pe două grupe

Ecuațiile de condiție se împart în două grupe:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{grupa I} & \left\{\begin{array}{l} a_1 v_1 + a_2 v_2 + \ldots + a_n v_n + w_a = 0 \\ b_1 v_1 + b_2 v_2 + \ldots + b_n v_n + w_b = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ t_1 v_1 + t_2 v_2 + \ldots + t_n v_n + w_t = 0 \end{array}\right. \\ \text{grupa a II-a} & \left\{\begin{array}{l} A_1^0 v_1 + A_2^0 v_2 + \ldots + A_n^0 v_n + w_{A^\circ} = 0 \\ B_1^0 v_1 + B_2^0 v_2 + \ldots + B_n^\circ v_n + w_{B^\circ} = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ T_1^0 v_1 + T_2^0 v_2 + \ldots + T_n^0 v_n + w_{T^\circ} = 0\,. \end{array}\right. \end{array}\right\} \qquad \text{(II-1)}$$

Din rezolvarea sistemului de ecuații normale, care corespund grupei I de ecuații de condiție, se află corelatele k_a', k_b' ,..... k_t'. Pe urmă se calculează primele corecții ale unghiurilor după formula:

$$v_i' = a_i k_a' + b_i k_b' + \ldots + t_i k_t' \qquad \text{(II.2)}$$

Rezolvînd sistemul aceloraşi ecuații normale, însă cu termeni liberi schimbați, se află corelatele ρ ajutatoare, iar pentru obținerea lui ρ_{11}, ρ_{21} ..., ρ_{t1} se iau termenii liberi $[aA^\circ]$, $[bA^\circ]$, ... $[tA^\circ]$, pentru obținerea lui ρ_{12}, ρ_{22} .... ρ_{t2} se iau termenii liberi $[aB^\circ]$, $[bB^\circ]$....., $[tB^\circ]$, pentru obținerea lui ρ_{1T}, ρ_{2T}, ... ρ_{tT} se iau termenii liberi $[aT^\circ]$, $[bT^\circ]$..... $[tT^\circ]$.

Scanned with OKEN Scanner

Se determină coeficienții transformați din grupa a II-a după formulele:

$$A_i = A_i^0 + a_i p_{11} + b_i p_{21} + \ldots + l_i p_{t1};$$

$$B_i = B_i^0 + a_i p_{12} + b_i p_{22} + \ldots + l_i p_{t2};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$T_i = T_i^0 + a_i p_{1T} + b_i p_{2T} + \ldots + l_i p_{tT}.$$

După formule analoge se pot calcula termenii liberi transformați din grupa a II-a a ecuațiilor de condiție; de obicei însă acești termeni se obțin ca erori de închidere ale unghiurilor corectate inițial (adică cu prima corecție).

Rezolvînd sistemul de ecuații normale corespunzător grupei a II-a transformate a ecuațiilor de condiție, se află corelatele k_A, $k_B \ldots\ldots$, k_T. După aceasta se calculează corecțiile secunde.

$$v_i'' = A_i k_A + B_i k_B + \ldots\ldots + T_i k_T, \qquad (II.3)$$

iar pe urmă corecțiile complete pentru unghiurile măsurate

$$v_i = v_i' + v_i''. \qquad (II.4)$$

De obicei, în grupa I se includ numai ecuațiile de condiție cu coeficienții ± 1. În acest caz, primele corecții sînt exprimate foarte simplu prin termenii liberi ai ecuațiilor de condiție ai grupei I, și anume: coeficienții în aceste formule pentru fiecare figură tipică de triangulație vor fi constanți și nu depind de valorile unghiurilor.

Astfel de formule definitive se dau în exemplele pentru compensarea directă, în scheme de calcul.

În forma lor generală, ele pot fi obținute în felul următor.

Luăm numai prima grupă de ecuații de condiție și în raport de ea notăm convențional coeficienții ponderilor primei grupe mărimile q_{ij}, obținute în mod analog ca și coeficienții ponderilor în cazul măsurătorilor indirecte.

Atunci, după cum se știe,

$$-k_i = w_1 q_{1i} + w_2 q_{2i} + \ldots\ldots + w_t q_{ti} \; (i = a, b, \ldots t). \qquad (II.5)$$

Introducînd aceste expresii în formula (II.2), obținem:

$$-v_i' = u_{i1} w_a + u_{i2} w_b + \ldots\ldots + u_{it} w_t, \qquad (II.6)$$

unde

$$u_{ij} = a_i q_{ij} + b_i q_{2j} + \ldots\ldots + l_i q_{ij} \qquad (II.7)$$

Formula (II.6) se poate obține și astfel: prin rezolvarea directă a sistemului de ecuații normale, corespunzătoare grupei I, se află valorile corelatelor, iar pe urmă acestea se introduc în formula (II.2)

Al doilea rînd de corecții v'' este mai simplu de calculat după formulele definitive; care indică o anumită ordine a calculelor.

Scanned with OKEN Scanner

În capitolul de față, în cazul compensării pe două grupe, în prima grupă sînt incluse sau toate condițiile unghiulare (fig. 1—10) sau numai ecuațiile de condiție de figuri (fig. 11).

In cazul compensării patrulaterului geodezic (fig. 1—4) se ivesc unele particularități la alegerea polului.

Luăm două cazuri: 1) se compensează mărimile (independente) măsurate direct (de exemplu, unghiurile sau direcțiile măsurate direct), 2) se compensează unghiurile care sînt funcțiile direcțiilor măsurate direct.

Pentru obținerea ponderilor mai mari ale mărimilor compensate, polul se alege în aceste cazuri în diferite moduri. În primul caz nu contează unde este situat polul (în punctul de intersecție al diagonalelor sau în unul din vîrfuri). În cazul doi, experiența arată că: 1) dacă se află în patrulaterul care are o latură fixă (fig. 1), atunci este bine ca polul să se aleagă în majoritatea cazurilor în punctul de intersecție al diagonalelor; 2) dacă în patrulater latura fixă este diagonala, atunci este necesar să se mai țină cont și de următoarele împrejurări posibile:

a) cînd ambele diagonale servesc ca axe de simetrie (romb sau pătrat), în acest caz este bine ca polul să se aleagă în punctul fix; b) cînd una din diagonale servește ca axă de simetrie, este bine ca polul să se ia pe axa de simetrie în acel vîrf, în care sînt cele mai ascuțite unghiuri; c) cînd nici una din diagonale nu servește ca axă de simetrie, atunci problema referitoare la alegerea polului se rezolvă prin aceea că se alege cea mai apropiată din variantele anterioare (a sau b). Mai dăm unele observații asupra semnelor din formule, folosite la compensarea lanțului de triangulație (fig. 7—11).

Unele formule folosite pentru obținerea corecțiilor și coeficienților inițiali în diferite triunghiuri se deosebesc între ele prin semnele coeficienților.

Pentru a se stabili care anume semne trebuie luate pentru un triunghi sau altul, trasăm linia drumuirii după laturile de legătură ale triunghiurilor din lanț.

Examinînd formula pentru corecțiile și coeficienții inițiali (de exemplu, în fig. 8), observăm că semnele în aceste formule depind de faptul că triunghiul se găsește la stînga sau la dreapta de linia drumuirii.

Ce semne din formulă vor corespunde triunghiurilor din stînga sau dreapta, se indică în schemele de calcul pentru compensarea lanțului (fig. 7—11), ținîndu-se cont că linia drumuirii va trebui să meargă numai pe laturile de legătură ale triunghiurilor.

Dăm în continuare obținerea formulelor în cazul compensării pe două grupe în exemplul pentru patrulaterul geodezic, cînd polul este ales în punctul de intersecție al diagonalelor (fig. 1 și 2).

Avem ecuațiile de condiție sub forma:

$$\text{grupa I} \begin{cases} a.\ v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + w_1 = 0 \\ b.\ v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + w_2 = 0 \\ c.\ v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + w_3 = 0; \end{cases}$$

grupa a II-a

$$A^\circ.\ \delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_3 v_3 - \delta_4 v_4 + \delta_5 v_5 - \delta_6 v_6 + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8 + w^\circ = 0\ .$$

Ecuațiile normale ale corelatelor care corespund grupei I vor fi:

$$\begin{aligned} 4k_1 \quad\quad + 2k_3 + w_1 &= 0 \\ 4k_2 + 2k_3 + w_2 &= 0 \\ 2k_1 + 2k_2 + 4k_3 + w_3 &= 0. \end{aligned}$$

De aici obținem.

$$k_1 = -\frac{1}{4}w_1 - \frac{1}{2}k_3\,, \quad k_2 = -\frac{1}{4}w_2 - \frac{1}{2}k_3\,, \quad k_3 = -\frac{1}{4}(2w_5 - w_1 - w_2).$$

Notăm $-\frac{1}{2}k_3$ prin u, adică

$$u = \frac{1}{8}(2w_3 - w_1 - w_2)\,.$$

Astfel pentru primele corecții putem scrie:

$$v'_1 = v'_2 = k_1 = -\frac{1}{4}w_1 + u\,, \quad v'_3 = v'_4 = k_1 + k_3 = -\frac{1}{4}w_1 - u,$$

$$v'_5 = v'_6 = k_2 + k_3 = -\frac{1}{4}w_2 - u\,, \quad v'_7 = v'_8 = k_2 = -\frac{1}{4}w_2 + u\,.$$

Înlocuim în ecuațiile normale ale corelatelor termenii liberi astfel:

$$[aA^\circ] = \delta_{1,2} + \delta_{3,4}\,, [bA^\circ] = \delta_{5,6} + \delta_{7,8}\,, [cA^\circ] = \delta_{3,4} + \delta_{5,6}\,,$$

unde

$$\delta_{i,j} = \delta_i - \delta_j\,.$$

Din rezolvarea acestui sistem obținem:

$$\rho_1 = -\frac{1}{4}(\delta_{1,2} + \delta_{3,4}) - \frac{1}{2}\rho_3\,, \quad \rho_2 = -\frac{1}{4}(\delta_{5,6} +$$

$$+ \delta_{7,8}) - \frac{1}{2}\rho_3\,,$$

$$\rho_3 = -\frac{1}{4}(\delta_{3,4} + \delta_{5,6} - \delta_{1,2} - \delta_{7,8})\,.$$

Coeficienții transformați ai grupei a II-a vor fi:

$$A_1 = \delta_1 + \rho_1\,, \quad A_2 = -\delta_2 + \rho_1\,, \quad A_3 = \delta_3 + \rho_1 + \rho_2\,,$$

$$A_4 = -\delta_4 + \rho_1 + \rho_3\,,$$

$$A_5 = \delta_5 + \rho_2 + \rho_3\,, \quad A_6 = -\delta_6 + \rho_2 + \rho_3\,, \quad A_7 = \delta_7 + \rho_2\,,$$

$$A_8 = -\delta_8 + \rho_2\,.$$

Pentru simplificare, aceste formule pot fi întrucîtva transformate și le obținem în forma în care ele sînt date în exemplul 1.

Controlul pentru coeficienții A este:

$$A_1 + A_2 = A_5 + A_6\,.$$

Scanned with OKEN Scanner

Corecțiile secunde se află cu formula

$$v_i'' = A_i k ,$$

unde

$$k = -\frac{w}{[AA]} ,$$

iar w — termenul liber al ecuațiilor de condiție de pol, calculat din unghiurile corectate cu prima corecție.

$$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 \quad \text{(vezi exemplul 1)}$$

Pentru controlul corectitudinii calculării corecțiilor secunde servește formula:

$$v_1'' + v_2'' = v_5'' + v_6'' .$$

Ordinea calculelor în cazul compensării pe două grupe

(Exemple pentru compensarea fig. 1—11)

Pe schiță se scriu denumirile punctelor inițiale și a acelora care se determină. Se notează coordonatele punctelor, unghiurilor de orientare, lungimile laturilor (1), unghiurile măsurate (2).

Se calculează erorile de închidere pentru condițiile de figură și de orientare (dacă există condiții de orientare). Se calculează corecțiile prime după formulele date în exemplele de compensare pentru fiecare figură tipică. Suma corecțiilor prime pentru fiecare triunghi va trebui să fie egală cu eroarea de închidere a triunghiului însă cu semnul invers. Se calculează și se scriu unghiurile corectate cu primele corecții.

Cu ajutorul unghiurilor corectate cu primele corecții se calculează termenii liberi ai ecuațiilor de condiție transformate a grupei a doua. Pentru fig. 1—8 ei se calculează după formula:

$$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 ,$$

unde Σ_1 și Σ_2 — sumele logaritmelor.

Pentru fig. 9—11 se calculează termenii liberi ai ecuațiilor de condiție de acordul coordonatelor. Calcularea lor se face în următoarea ordine: se rezolvă triunghiurile (fig. 9—11,3), se calculează coordonatele provizorii (4) și termenii liberi ai ecuațiilor de condiție de acordul coordonatelor după formulele:

pentru fig. 9 și 10

$$w_A = 434\,(x_{c'} - x_c) ,$$
$$w_B = 434\,(y_{c'} - y_c) ;$$

pentru fig. 11

$$w_c = 434\,(x_{c'} - x_c) ,$$
$$w_D = 434\,(y_{c'} - y_c) .$$

În afară de aceasta, pentru fig. 11, se calculează termenul liber $w_B = \Sigma_1 - \Sigma_2$ al ecuației de condiție de acordul bazei.

Se scot din tabele logaritmii sinusurilor (fig. 1—8 și 11) și diferențele tabulare δ pentru 1'' ai logaritmilor sinusurilor.

Pentru fig. 9 și 10 mărimile δ pot fi obținute din tabelele diferențelor tabulare pentru 1'' ai logaritmilor sinusurilor (vezi anexa 1).

Mărimile $\delta 1''$ se scriu în unități ale ultimei zecimale a logaritmului, în care sînt exprimați termenii liberi ai ecuațiilor condițiilor de sinus.

Se află diferite mărimi ajutătoare, necesare pentru compensarea figurii tipice respective, iar pentru fig. 9—11 care au condiții de acord coordonate, se calculează coeficienții A_i^0, B_i^0 sau C_i^0, D_i^0 ai acestor ecuații de condiție după formulele date în scheme de calcul.

Coeficienții transformați ai ecuațiilor de condiție ai grupei a doua, se calculează după formulele care se găsesc de asemenea în tabele de calcul. Controlul calculelor coeficienților se arată în exemplul (2).

Pe urmă se calculează:

pentru fig. 1—8 — $[AA]$;

pentru alte sisteme $[AA]$, $[AB]$, $[BB]$ etc.

Se calculează corelatele pentru fig. 1—8 după următoarea formulă:

$$k = -\frac{w}{[AA]};$$

pentru fig. 9—10 după formulele:

$$k_A = -\frac{1}{D}(w_A[BB] - w_B[AB]),$$

$$k_B = -\frac{1}{D}(w_B[AA] - w_A[AB]),$$

unde

$$D = [AA][BB] - [AB]^2,$$

iar pentru fig. 11 se ia după schema de rezolvare a ecuațiilor normale a corelatelor.

Corecțiile secunde ale unghiurilor pentru fig. 1—8 se calculează după formula:

$$v_i'' = A_i k,$$

pentru fig. 9 și 10 — după formula:

$$v_i'' = A_i k_A + B_i k_B,$$

iar pentru fig. 11 după formula:

$$v_i'' = A_i k_A + B_i k_B + C_i k_c + D_i k_D.$$

Suma corecțiilor $[v'']$ pentru fiecare triunghi trebuie să fie egală cu zero.

Se calculează după formula:

$$v_i = v_i' + v_i''$$

care sînt corecțiile totale ale unghiurilor, se calculează unghiurile compensate, se rezolvă triunghiurile și se află coordonatele punctelor ce se determină. Pe urmă se face aprecierea preciziei elementelor rețelei compensate.

Compensarea pe trei grupe

Formulele pentru primele corecţii ale unghiurilor, din unele figuri tipice, se obţin şi mai simplu, dacă grupa I a ecuaţiilor de condiţie care se ia la compensarea pe două grupe se împarte în două subgrupe. Cele două subgrupe se rezolvă diferit, depinzînd de condiţiile existente în fiecare figură tipică.

În felul acesta, totalul ecuaţiilor de condiţie se împart în trei grupe. Notăm coeficienţii ecuaţiilor:

în grupa I $\quad a_i\ ,\ b_i\ ,\ \ldots\ l_i\ ,$

în grupa a II-a $\quad \alpha_i^0,\ \beta_i^0,\ \ldots\ \tau_i^0\ ,$

în grupa a III-a $\quad A_i^0,\ B_i^0,\ \ldots\ T^0\ (i = 1,2\ \ldots\ n).$

Din rezolvările ecuaţiilor normale ale corelatelor, corespunzătoare grupei I se determină corelatele k $(\nu = 1,2 \ldots l)$.

Pe urmă se calculează primele corecţii după aceleaşi formule (vezi 2) ca şi în cazul compensării pe două grupe. De obicei, după aceasta se transformă coeficienţii grupelor a II-a şi a III-a, folosindu-se coeficienţii grupei I, iar pentru transformarea a doua oară a coeficienţilor grupei a III-a se folosesc coeficienţii grupei a II-a.

În capitolul de faţă arătăm o cale mult mai simplă.

Folosindu-se coeficienţii grupei I transformăm numai coeficienţii grupei a II-a. Coeficienţii grupei a II-a transformaţi îi notăm α_i, $\beta_i \ldots \tau_i$, $(i = 1,2,\ldots,n)$.

Pe urmă calculăm corelatele k_α , k_β , $\ldots k_\tau$ şi cu ajutorul lor, corecţiile secunde, aşa cum se face la compensarea pe două grupe (valorile termenilor liberi ai grupei a II-a în acest caz se iau acelea care se obţin după unghiurile corectate prima dată).

Formula pentru determinarea corecţiilor secunde va fi:

$$v_i'' = \alpha_i k_\alpha + \beta_i k_\beta + \ldots + \tau_i k_\tau\ .$$

După aceasta se transformă coeficienţii grupei a treia cu ajutorul coeficienţilor grupei I şi a coeficienţilor transformaţi ai grupei a II-a.

Notăm corelatele ajutătoare de legătură a grupei I cu grupa a III-a prin:

$$\rho'_{ij} \left\{ \begin{array}{l} i = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ l \\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ T \end{array} \right\},$$

iar corelatele de legătură din grupa a II-a transformată cu a III-a prin:

$$\rho''_{ij} \left\{ \begin{array}{l} i = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ \tau \\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ T \end{array} \right\}.$$

Atunci ρ'_{ij} se determină din rezolvarea sistemului ecuaţiilor normale, corespunzătoare grupei I, în care termenii liberi sînt înlocuiţi:

pentru obţinerea lui ρ'_{11} , ρ'_{21} , $\ldots$, ρ'_{l1} prin $[aA^0]$, $[bA^0] \ldots [lA^0]$

" " ρ'_{12} , ρ'_{22} $\ldots$ ρ'_{l2} " $[aB^0]$, $[bB^0] \ldots [lB^0]$

. . . . . .

" " ρ'_{1T} , ρ'_{2T} $\ldots$ ρ'_{lT} " $[aT^0]$, $[bT^0] \ldots [lT_0]$,

iar ρ''_{ij} se determină din rezolvarea sistemului ecuațiilor normale, corespunzătoare grupei a II-a transformată, în care termenii liberi sînt înlocuiți:

pentru obținerea lui $\rho''_{11}, \rho''_{21} \dots \rho''_{\tau 1}$ prin $[\alpha A^0], [\beta A^0], \dots, [\tau A^0]$

„ „ $\rho''_{12}, \rho''_{22} \dots \rho''_{\tau 2}$ „ $[\alpha B^0], [\beta B^0] \dots [\tau B^0]$

. . . . . .

„ „ $\rho''_{1T}, \rho''_{2T} \dots \rho''_{\tau T}$ „ $[\alpha T^0], [\beta T^0], \dots, [\tau T^0]$.

Termenii transformați ai grupei a III-a în acest caz se calculează după formulele:

$$A_i = A_i^0 + a_i \rho'_{11} + b_i \rho'_{21} + \dots + t_i \rho'_{t1} + \alpha_i \rho''_{11} + \beta_i \rho''_{21} + \dots + \tau_i \rho''_{\tau 1},$$

$$B_i = B_i^0 + a_i \rho'_{12} + b_i \rho'_{22} + \dots + t_i \rho'_{t2} + \alpha_i \rho''_{12} + \beta_i \rho''_{22} + \dots + \tau_i \rho''_{\tau 2},$$

$$T_i = T_i^0 + a_i \rho'_{1T} + b_i \rho'_{2T} + \dots + t_i \rho'_{tT} + \alpha_i \rho''_{1T} + \beta_i \rho''_{2T} + \dots + \tau_i^0 \rho''_{\tau T}$$

Termenii liberi transformați ai grupei a III-a pot fi obținuți după formule analoge, însă de obicei ei se calculează ca erori noi de închidere pe unghiuri și sînt corectate atît cu corecțiile prime, cît și cu corecțiile secunde.

După aceasta din rezolvarea sistemului ecuațiilor normale, corespunzătoare grupei a III-a transformate, se află corelatele $k_A, k_B \dots\dots k_T$, iar pe urmă cu ajutorul lor se calculează corecțiile terțe.

$$v'''_i = A_i k_A + B_i k_B + \dots + T_i k_T .$$

Corecția totală va fi egală cu suma corecțiilor parțiale:

$$v_i = v'_i + v''_i + v'''_i .$$

În cazul compensării pe trei grupe, în grupele I și a II-a intră condițiile de unghiuri iar în grupa a III-a condițiile de sinus. Așa sînt compensate în acest capitol figurile 12—15. Pentru figurile 12, 13 în grupa I sînt incluse toate ecuațiile de condiție de figură, iar în grupa a II-a este inclusă condiția de unghi fix. Pentru fig. 14, au fost trecute în grupa I condițiile de unghi fix, iar în grupa a II-a — ecuațiile de condiție de figură. Pentru fig. 15 au fost trecute în grupa I condițiile de unghi fix și de tur de orizont iar în grupa a II-a au fost trecute condițiile de figură.

Dăm mai jos formulele în cazul compensării pe trei grupe pentru fig. 14.

În acest exemplu, A, B, C sînt punctele definitive (precise), iar I este punctul ce se determină. Ecuațiile de condiție le luăm sub forma:

grupa I
$$\begin{cases} v_4 + v_5 + w_a = 0 \\ v_6 + v_7 + w_b = 0 \\ v_8 + v_9 + w_c = 0 \end{cases}$$

grupa a II-a
$$\begin{cases} v_1 + v_4 + v_9 + w_1^0 = 0 \\ v_2 + v_5 + v_6 + w_2^0 = 0 \\ v_3 + v_7 + v_8 + w_3^0 = 0 \end{cases}$$

grupa a III-a, $\quad \delta_4 v_4 - \delta_5 v_5 + \delta_6 v_6 - \delta_7 v_7 + \delta_8 v_8 - \delta_9 v_9 + w_A^0 = 0 .$

Coeficienții transformați se dau în tabelul 12.

Tabelul 12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
				Pentru grupa a II-a					
α	1	—	—	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	—	—	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
β	—	1	—	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	—	—
γ	—	—	1	—	—	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Pentru grupa a III-a

$$A_1 = \sigma_c - \sigma_a\,, \quad A_2 = \sigma_a - \sigma_b\,, \quad A_3 = \sigma_b - \sigma_c\,,$$
$$A_4 = -A_5 = \sigma_a + \theta\,, \quad A_6 = -A_7 = \sigma_b + \theta\,, \quad A_8 = -A_9 = \sigma_c + \theta\,,$$

unde

$$\sigma_a = 0{,}2\,(\delta_4 + \delta_5)\,, \quad \sigma_b = 0{,}2\,(\delta_6 + \delta_7)\,, \quad \sigma_c = 0{,}2\,(\delta_8 + \delta_9)\,,$$
$$\theta = \frac{1}{2}\,(\sigma_a + \sigma_b + \sigma_c)\,.$$

Din rezolvarea sistemului de ecuaţii normale, corespunzătoare grupei, I, aflăm corelatele, iar pe urmă cu ajutorul lor calculăm corecţiile prime:

$$v'_4 = v'_5 = -\frac{1}{2}\,w_{a'}\,, \quad v'_6 = v'_7 = -\frac{1}{2}\,w_b\,, \quad v'_8 = v'_9 = -\frac{1}{2}\,w_c\,.$$

Cu ajutorul unghiurilor corectate aflăm noii termeni liberi w'_i pentru grupa a II-a transformată; rezolvînd sistemul de ecuaţii normale, care corespunde acestei grupe, aflăm corelatele grupei a II-a.

Pe urmă calculăm corecţiile secunde ale căror formule sînt:

$$v''_1 = u - 0{,}4\,w'_1\,, \quad v''_2 = u - 0{,}4\,w'_2\,, \quad v''_3 = u - 0{,}4\,w'_3\,,$$
$$v''_4 = -v''_5 = \frac{1}{2}\,(v''_1 - v''_2)\,, \quad v''_6 = -v''_7 = \frac{1}{2}\,(v''_2 - v''_3)\,,$$
$$v''_8 = -v''_9 = \frac{1}{2}\,(v''_3 - v''_1)\,,$$

unde

$$u = 0{,}2\,w_g\,, \quad w_g = 1 + 2 + 3 - 360^\circ\,.$$

Corectînd unghiurile şi cu corecţiile secunde aflăm termenul liber w al ecuaţiei de condiţie de pol. Rezolvînd ecuaţia normală a grupei a III-a transformate, găsim:

$$k = -\frac{w}{[AA]}\,,$$

iar pe urmă corecţiile terţe

$$v'''_i = A_i\,k\,.$$

Corecţiile totale le calculăm cu formula:

$$v_i = v'_i + v''_i + v'''_i\,.$$

Ordinea calculelor în cazul procedeului de compensare pe trei grupe

(Exemplu pentru compensare fig. 12—15)

Pe schema reţelei se scriu denumirile punctelor iniţiale (de plecare) şi ale acelora care se determină. Se extrag coordonatele punctelor, unghiurile de orientare şi lungimile laturilor (exemplul 13,1). După aceste unghiuri de orientare se calculează unghiurile definitive şi se extrag toate unghiurile măsurate (tot în 2). Se calculează erorile de închidere pentru toate condiţiile unghiulare: pentru condiţiile de figură avem w_1, w_2, w_3; pentru condiţiile de orientare, în cazul unghiurilor definitive, avem w_a w_b, w_c; pentru condiţia de tur de orizont avem w_g (dacă aceasta există). Unele din formulele pentru erorile de închidere sînt date în exemplele din partea de jos al tabelului (2).

În figurile de triangulaţie constrînse de laturi definitive (asemănătoare cu fig. 14), condiţia de tur de orizont rezultă ca urmare a celorlalte condiţii unghiulare. De aceea, dacă în numărul ecuaţiilor de condiţie rămîne ecuaţia de condiţie de tur de orizont, atunci este necesar să se excludă o altă ecuaţie de condiţie unghiulară.

Se calculează primele corecţii ale unghiurilor după formulele indicate la rubrica „primele corecţii", iar pe urmă se transformă termenii liberi ai ecuaţiilor de condiţie ai grupei a doua (erorile de închidere pentru condiţiile de figură, fig. 14, sau erorile pentru condiţiile de unghi fix în cazul unghiurilor definitive, fig 12, 13).

Calculele primelor corecţii se controlează după formulele arătate la totaluri sau în partea de jos a tabelului (2).

Se calculează corecţiile secunde după formulele arătate la rubrica „corecţiile secunde". În cazul compensării fig. 14, pentru determinarea corecţiilor secunde se calculează mărimea auxiliară:

$$u = -0{,}2\, w_g\ .$$

Controlul calculului corecţiilor secunde se arată în partea de jos a tabelului (2).

Se corectează valorile unghiurilor măsurate cu corecţiile prime şi secunde. Cu ajutorul unghiurilor măsurate se calculează termenul liber al condiţiei sinus (de bază sau de pol). Concomitent cu logaritmii sinusurilor unghiurilor se extrag din tabele diferenţele tabulare ale logaritmilor sinusurilor de 1″ ale acestor unghiuri (la zecimala a şasea a logaritmului). Se află mărimile ajutătoare arătate în rubricile tabelei (vezi 3) în care sînt date formulelele pentru calculul lor.

Se determină coeficienţii transformaţi A_i şi se calculează suma pătratelor lor $[AA]$. Controlul calculului coeficienţilor A_i constă în aceea că suma coeficienţilor pentru fiecare triunghi va trebui să fie egală cu zero.

Se calculează corelata k după formula $k = -\frac{w}{[AA]}$, corecţiile terţe $v''' = A_i\, k$ (controlul acestora este acelaşi ca şi pentru coeficienţii A_i) şi unghiurile compensate (adunînd corecţiile terţe la unghiurile corectate a doua oară).

După aceasta se rezolvă triunghiurile şi se află coordonatele punctelor ce se determină. Pe urmă se face aprecierea preciziei elementelor reţelei compensate.

Scanned with OKEN Scanner

§ 10. APRECIEREA PRECIZIEI ELEMENTELOR FIGURILOR DE TRIANGULAȚIE COMPENSATE

Pentru calculul inversului ponderii $\frac{1}{p_u}$ a funcției mărimilor compensate, în cazul compensării măsurătorilor condiționate se cunosc formulele:

a) în cazul compensării pe două grupe

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]_2}{[aa]} - \frac{[bf1]^2}{[bb1]} - \ldots - \frac{[lf\,(r_1-1)]^2}{[ll\,(r_1-1)]} - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]} - \ldots - \frac{[Tf\,(r_2-1)]^2}{[TT\,(r_2-1)]}, \tag{II.8}$$

unde f_i — derivatele parțiale ale funcției u după mărimile compensate sau altfel — coeficienții funcției de pondere adusă la forma liniară;
r_1, r_2 — numărul ecuațiilor de condiție corespunzător grupelor I și a II-a;

$$\frac{1}{p_u} = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF1]^2}{[BB1]} - \ldots - \frac{[TF\,(r_2-1)]^2}{[TT\,(r_2-1)]}, \tag{II.9}$$

unde F_i — coeficienții transformați ai funcției de pondere care se obțin după coeficienții f_i pe baza unor formule, asemănătoare cu formulele pentru A_i B_i, $\ldots T_i$ (vezi pag. 59);

b) în cazul compensării pe trei grupe

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf1]^2}{[bb1]} - \ldots - \frac{[lf(r_1-1)]^2}{[ll(r_1-1)]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[\beta f1]^2}{[\beta\beta 1]} - \ldots - \frac{[\tau f(r_2-1)]^2}{[\tau\tau(r_2-1)]} - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]} - \ldots - \frac{[Tf(r_3-1)]^2}{[TT(r_3-1)]}, \tag{II.10}$$

unde r_1, r_2, r_3 — numărul ecuațiilor de condiție corespunzătoare grupelor I, a II-a, a III-a;

$$\frac{1}{p_u} = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF1]^2}{[BB1]} - \ldots - \frac{[TF\,(r_3-1)]^2}{[TT\,(r_3-1)]}, \tag{II.11}$$

unde F_i se obține prin transformarea lui f_i după formule, asemănătoare cu formulele pentru A_i, B_i, ... T_i (vezi pag. 71).

Formulele acestea dau unul și același rezultat pentru orice expresie a funcției u pentru mărimile compensate, însă pentru obținerea formulelor particulare este mai avantajos să se ia acea expresie pentru u, care are numărul de argumente mai mic. În acest caz, formulele particulare se obțin mult mai simplu.

Formula (II.9) este avantajos să fie folosită în cazul cînd în prima grupă sînt trecute numai condițiile de figură ale triunghiurilor care nu se închid (de exemplu, pentru fig. 7, 9, 11). În acest caz, mărimile F_i se obțin din f_i destul de simplu, iar unele din ele nici nu necesită a fi calculate, deoarece ele au forma definitivă în schemele de calculul compensării. Așa, de exemplu,

în fig. 7 pentru $u = \lg s_k$, $F_i^{\lg s} = A_i$ $(i = 1,2\ldots, 3k$; mai departe $F_i^{\lg s} = 0)$

Scanned with OKEN Scanner

în fig. 9 pentru $u_1 = x_k$, $u_2 = y_k$, Mod $F_i^x = \dot{A}_i$, Mod. $F_i^y = \dot{B}_i$;

($i = 1,2\ldots\ldots, 3k$; mai departe $F_i^x = F_i^y = 0$),

în fig. 11 pentru α_k, s_k, x_k, y_k, $3F_i^{\alpha} = A_i$, $F_i^{lgs} = B_i$, ... Mod. $F_i^x = \dot{C}_i$,

Mod. $F_i^y = \dot{D}_i$ ($i = 1,2\ldots., 3k$; mai departe toți $F_i = 0$).

În felul acesta, unii coeficienți pentru funcția u sînt proporționali sau sînt egali cu coeficienții transformați corespunzători ai ecuațiilor de condiție.

Formulele date în acest paragraf aparțin procedeului de compensare riguros, atunci cînd după procedeul celor mai mici pătrate se compensează măsurători independente între ele, de exemplu, atunci cînd se compensează unghiuri și direcții independente.

Totuși, deseori, în cazul compensării triangulației, există abateri de la metoda riguroasă, cînd se execută compensarea mărimilor dependente. În acest caz, formulele date mai sus pentru aprecierea preciziei vor fi aproximative.

Examinăm în linii generale aprecierea preciziei pentru unul din cazurile compensării neriguroase, cînd mărimile independente măsurate sînt direcții, iar compensarea nu se face pe direcții, ci pe unghiuri.

Unghiurile în acest caz sînt dependente între ele și se compensează din mărimi dependente.

În acest caz, pentru inversul ponderii funcției mărimilor compensate, formula riguroasă va fi [17]

$$\frac{1}{p_u} = [\bar{f}\bar{f}] - [\bar{f}_i \bar{f}_j], \qquad (II.12)$$

unde $[\bar{f}_i \bar{f}_j]$ — suma produselor coeficienților $\bar{f}_i$ și $\bar{f}_j$, care corespund perechilor de unghiuri i și j, avînd aceeași direcție comună și se află pe diferite laturi față de ea.

Dacă în rețea se întîlnesc perechi de unghiuri cu latura comună, însă cu o dispunere diferită față de această latură, atunci formula pentru $\frac{1}{p_u}$ va avea un alt aspect.

$$\frac{1}{p_u} = [\bar{f}\bar{f}] + [\pm \bar{f}_i \bar{f}_j], \qquad (II.13)$$

În această formulă, semnele $\pm$ se referă la două cazuri de dispunere a unghiurilor i și j în raport de direcția lor comună, semnul plus, cînd unghiurile se găsesc pe aceeași latură, și semnul minus, cînd unghiurile se găsesc pe laturi diferite față de direcția lor comună.

Coeficienții $\bar{f}$ (II. 12) și (II.13), în cazul compensării pe trei grupe, se determină după formula:

$$\bar{f}_i = f_i + a_i q_a + b_i q_b + \ldots. + t_i q_t + \alpha_i q_a + \beta_i q_\beta + \ldots\ldots + \tau_i q_\tau + \\ + A_i q_A + B_i q_B + \ldots\ldots + T_i q_T, \qquad (II.14)$$

unde f_i — derivatele parțiale ale funcției „u" în raport de unghiurile compensate;

q_r — coeficienții de trecere, determinați din rezolvarea sistemelor de ecuații normale, care corespund celor trei grupe de ecuații normale, în care termenii liberi vor fi:

în sistemul I $[af]$, $[bf]$, ..., $[tf]$,
în sistemul II $[\alpha f]$, $[\beta f]$, ..., $[\tau f]$,
în sistemul III $[Af]$, $[Bf]$, ..., $[Tf]$.

În cazul compensării pe două grupe, în aceste formule coeficienții care aparțin grupei a II-a se reduc.

Folosirea formulelor (II.12) — (II.14) o examinăm mai departe la exemplul asupra aprecierii preciziei elementelor compensate pentru fig. 3.

Pe baza formulelor generale expuse (II.8)—(II.11) a inversului ponderii funcției mărimilor compensate obținem formulele particulare care corespund diferitelor figuri de triangulație simple.

Deducerile acestor formule se deosebesc puțin între ele. Din această cauză ne limităm numai la unele din ele.

Fig. 1 (patrulaterul geodezic; polul în punctul de intersecție al diagonalelor)

$$\left.\begin{aligned} a.\, v_1 + v_2 - v_5 - v_6 + w_1 &= 0 \\ b.\, v_3 + v_4 - v_7 - v_8 + w_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ grupa I}$$

$$\alpha^\circ\ v_1 + v_2 + \ldots + v_7 + v_8 + w_\alpha^0 = 0 \quad \text{grupa a II-a}$$

$$\mathring{A}.\, \delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \ldots + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8 + w_s^0 = 0 \quad \text{grupa a III-a}$$

În cazul compensării pe trei grupe, coeficienții transformați ai grupei a II-a sînt $\alpha_i = 1 (i = 1,2, \ldots, 8)$, iar coeficienții grupei a III-a se obțin din schema pentru compensare (vezi exemplul 1, 2),

Introducînd valorile coeficienților a_i, b_i, α_i în formula (II.10), după cîteva transformări obținem formula inversului ponderii sub forma:

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{4}\{(f_1 + f_2 - f_5 - f_6)^2 + (f_3 + f_4 - f_7 - f_8)^2\} - \\ - \frac{1}{8}[f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}. \qquad \text{(II.15)}$$

Este necesar să se menționeze că coeficienții transformați A_i din ultima grupă de ecuații de condiție (în această grupă nu va fi o singură ecuație, ci chiar mai multe) nu depind nici de numărul grupelor în care au fost împărțite ecuațiile de condiție precedente și nici de succesiunea transformării.

În felul acesta, coeficienții A_i vor fi aceeași atît în cazul compensării pe două grupe, cît și în cazul compensării pe trei grupe.

Pe baza formulei (II.15) se poate obține formula inversului ponderii a diferitelor elemente fig. 1.

Pentru aceasta trebuie să se scrie funcția ponderii pentru care trebuie să se determine inversul ponderii și să se afle expresia coeficienților f_i.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a obține formula $\frac{1}{p_{(AI)}}$, scriem funcția ponderii:

$$(AI) = (AB) - 1 - 8.$$

Derivatele parțiale ale funcțiilor:

$$f_1 = f_8 = -1$$

Introducînd aceste valori f_i în formula (II.15), aflăm:

$$\frac{1}{p_{(AI)}} = 1 - \frac{(A_1 + A_8)^2}{[AA]}.$$

Luăm ponderea funcției.

$$\lg AI = \lg AB + \lg \sin 7 - \lg \sin 2.$$

Derivatele ei parțiale sînt:

$$f_2 = -\delta_2, \quad f_7 = \delta_7.$$

Se introduce în formula (II.15) și obținem:

$$\frac{1}{p_{\lg AI}} = 0{,}625\,(\delta_2 + \delta_7)^2 - \delta_2\,\delta_7 - \frac{(A_2\,\delta_2 - A_7\,\delta_7)^2}{[AA]}.$$

În mod analog se obțin formulele și pentru alte elemente ale acestei figuri. Aceste formule sînt date în tabela 13.

Fig. 3 (patrulaterul geodezic, polul în vîrful A).

Pentru această figură examinăm două cazuri.

a. Unghiurile măsurate și compensate sînt însemnate cu numere. Scriem ecuațiile de condiție.

$$\left.\begin{array}{l} \text{a. } v_1 + v_2 + v_3 + w_1 = 0 \\ \text{b. } v_4 + v_5 + v_6 + w_2 = 0 \end{array}\right\} \text{ grupa I}$$

α°. $v_3 + v_6 + v_7 + v_8 + w_3 = 0$ pentru grupa a II-a

A°. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_4 v_4 - \delta_5 v_5 + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8 + w_4 = 0$. grupa a III-a.

Coeficienții transformați ai grupei a II-a în cazul compensării pe două grupe.

$$\alpha_3 = \alpha_6 = \frac{2}{3}, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_5 = -\frac{1}{3}, \quad \alpha_7 = \alpha_8 = 1.$$

Introducînd valorile coeficienților I și ai grupei a II-a transformată în formula (II.10), obținem:

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}(g_1^2 + g_2^2) - \frac{1}{30}(3f_3 - g_1 + 3f_6 - g_2 + 3f_7 + 3f_8)^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}, \qquad \text{(II.16)}$$

unde

$$g_1 = f_1 + f_2 + f_3, \quad g_2 = f_4 + f_5 + f_6,$$

Pentru calcularea cu această formulă, valorile coeficienților A_i se iau din schema de compensare a figurii (vezi exemplul 2).

Pe baza formulei (II.16) se obțin foarte ușor formulele pentru inversul ponderilor diferitelor elemente ale figurii compensate, care se dau în tabelul 13.

b. Cînd direcțiile sînt măsurate, iar unghiurile compensate sînt însemnate prin numere.

În acest caz, formula (II.16) va fi aproximativă. Valoarea precisă a inversului ponderii $\frac{1}{p_u}$ se poate obține pe baza formulei (II.13):

$$\frac{1}{p_u} = [\bar{f}\bar{f}] + [\pm \bar{f}_i \bar{f}_j],$$

unde pentru figura dată:

$$\bar{f}_i = f_i + a_i q_a + b_i q_b + \alpha_i q_\alpha + A_i q_A,$$

iar coeficienții intermediari se determină prin rezolvarea ecuațiilor.

$$\left.\begin{aligned} [aa]\, q_a + [ab]\, q_b + [af] &= 0 \\ [ab]\, q_a + [bb]\, q_b + [bf] &= 0 \end{aligned}\right\}$$
$$[\alpha\alpha]\, q_\alpha + [\alpha f] = 0,$$
$$[AA]\, q_A + [Af] = 0.$$

Avînd în vedere valorile numerice ale coeficienților a_i, b_i, α_i arătate mai sus, obținem:

$$q_a = -\frac{1}{3} g_1,\ q_b = -\frac{1}{3} g_2,\ q_\alpha = -\frac{1}{10}(3f_3 - g_1 + 3f_6 - g_2 + 3f_7 + 3f_8),$$

$$q_A = -\frac{[Af]}{[AA]},$$

unde

$$g_1 = f_1 + f_2 + f_3,\quad g_2 = f_4 + f_5 + f_6,$$

$$\bar{f}_1 = f_1 + q_a - \frac{1}{3} q_a + A_1 q_A,\quad \bar{f}_2 = f_2 + q_a - \frac{1}{3} q_a + A_2 q_A,$$

$$\bar{f}_3 = f_3 + q_a + \frac{2}{3} q_a + A_3 q_A,\quad \bar{f}_4 = f_4 + q_b - \frac{1}{3} q_a + A_4 q_A,$$

$$\bar{f}_5 = f_5 + q_b - \frac{1}{3} q_a + A_5 q_A,\quad \bar{f}_6 = f_6 + q_b + \frac{2}{3} q_a + A_6 q_A,$$

$$\bar{f}_7 = f_7 + q_a + A_7 q_A,\quad \bar{f}_8 = f_8 + q_a + A_8 q_A.$$

Obținînd valorile coeficienților $\bar{f}_i$ le introducem în formula (II.13) care pentru figura dată va avea următoarea formă:

$$\frac{1}{p_u} = [\bar{f}\bar{f}] - \bar{f}_1 \bar{f}_5 + \bar{f}_2 \bar{f}_7 - \bar{f}_3 \bar{f}_6 + \bar{f}_4 \bar{f}_8. \qquad (II.17)$$

Fig. 5 (sistemul central).

Introducem următoarele notații pe care le vom folosi și pentru alte figuri:

Scanned with OKEN Scanner

φ_ν, ψ_ν, χ_ν — unghiurile de legătură cu soț și fără soț și unghiul intermediar al triunghiului „ν“:

δ_{φ_ν}, δ_{ψ_ν}, δ_{χ_ν} — diferențele tabulare pentru 1″ ale logaritmilor sinusurilor unghiurilor φ_ν, ψ_ν și χ_ν.

Aplicînd raționamente asemănătoare celor anterioare, obținem:

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2 - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{N}(g_\nu - 3f_{\chi_\nu})\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}, \qquad (II.18)$$

unde

$$g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu},$$

N — numărul triunghiurilor în sistemul central.

Dacă latura este interioară (ca în fig. 5), atunci pentru latura de legătură avem:

$$\lg AK = \lg \frac{AB \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots \sin\varphi_k}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots \sin\varphi_k}$$

și

$$f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}, \quad f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}, \quad f_{\chi_\nu} = 0 \quad (\nu = 1, 2, \ldots, k),$$
$$f_{\varphi_\nu} = f_{\psi_\nu} = f_{\chi_\nu} = 0 \quad (\nu = k+1, k+2, \ldots, N).$$

Introducînd valorile obținute f în formula (II.18), găsim:

$$\frac{1}{p_{\lg AK}} = \frac{2}{3}\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{k}(\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu})\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}.$$

În mod analog se obțin și formulele pentru alte elemente ale sistemului, care sînt date în tabela 13.

Fără a mai examina și alte figuri, dăm pentru ele formulele aprecierii preciziei în tabela centralizată 13, în care se dau și unele formule de bază pentru obținerea inversului ponderii funcției.

Determinînd inversul ponderii funcției mărimilor compensate și cunoscînd eroarea medie pătratică a unității de pondere, în locul căreia s-a folosit eroarea de măsurare a unghiului m, aflăm erorile medii pătratice ale acestor funcții.

Deci erorile medii pătratice ale unghiului de orientare și logaritmul laturii se obțin cu formulele:

$$m_\alpha = m\sqrt{\frac{1}{p_\alpha}}. \qquad (II.19)$$

$$m_{\lg s} = m\sqrt{\frac{1}{p_{\lg s}}}. \qquad (II.20)$$

Însă

$$m_s = \frac{1}{\text{Mod}} \cdot s\, m_{\lg s} = 2{,}30\, s\, m_{\lg s}.$$

Introducînd aici expresia pentru $m_{\lg s}$ prin inversul ponderii $\frac{1}{p_{\lg s}}$, obținem:

$$m_s = 2{,}30\, ms\sqrt{\frac{1}{p_{\lg s}}} \cdot 10^{-6}, \qquad (II.21)$$

unde $\frac{1}{p_{\lg s}}$ este exprimat în unități de ordinul șase logaritmic;

s — B în metri; m_s la fel se obține în metri.

Tabelul 13

Formulele funcției inversului ponderii mărimilor compensate

Părțile din stînga ale ecuațiilor de condiție fără termenii liberi	Funcția ponderii și derivatele ei parțiale.	Inversul ponderii
1	2	3
Fig. 1 (patrulaterul geodezic; polul în punctul 0)		
I. $\begin{cases} v_1 + v_2 - v_5 - v_6 \\ v_3 + v_4 - v_7 - v_8 \end{cases}$ II. $v_1 + v_2 + \ldots + v_7 + v_8$ III. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \ldots + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8$	Aspectul general al funcției $u = F(L_1, L_2, \ldots)$; $f_1, f_2, \ldots$	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[af]^2}{[a a[} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$. sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{4}\{(f_1 + f_2 - f_5 - f_6)^2 + (f_3 + f_4 - f_7 - f_8)^2\} - \frac{1}{8}[f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$. (a)
Transformarea coeficienților II. $\alpha_i = 1$ $(i = 1,2, \ldots, 8)$ III. A_i — vezi exemplul I	$(AI) = (AB) - 1 - 8$ $f_1 = f_8 = -1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 1 - \frac{(A_1 + A_8)^2}{[AA]}$. Pentru obținerea $\frac{1}{p_{(BII)}}$ este necesar ca indicii 1 să fie schimbați cu 6 și 8 cu 7
	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 7}{\sin 2}$, $f_2 = -\delta_2$, $f_7 = \delta_7$	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = 0{,}625(\delta_2 + \delta_7)^2 - \delta_2\delta_7 - \frac{(A_2\delta_2 - A_7\delta_7)^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ se schimbă indicii 2 cu 5 și 7 cu 8
	$(BI) = (BA) + 7$, $f_7 = 1$	$\frac{1}{p_{(BI)}} = 0{,}625 - \frac{A_7}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(AII)}}$ se schimbă indicele 7 cu 8.
	$\lg BI = \lg \frac{AB \sin (1+8)}{\sin 2}$	$\frac{1}{p_{\lg BI}} = 0{,}625\,\delta_2^2 + \delta_{1+8}(\delta_{1+8} + \delta_2) - \frac{\{A_2\delta_2 - (A_1 + A_8)\delta_{1+8}\}^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg AII}}$ se schimbă indicii 2 cu 5, 1 cu 6 și 8 cu 7

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$(I-II) = (AB) + 7 - 3$, $f_3 = -1$, $f_7 = 1$	$\frac{1}{p_{(I-II)}} = 1 - \frac{(A_3 - A_7)^2}{[AA]}$
	$\lg (I-II) = \lg \frac{AB \sin (1+8) \sin 6}{\sin 2 \sin (4+5)}$ $f_1 = f_8 = \delta_{1+8}$, $f_6 = \delta_6$, $f_2 = -\delta_2$, $f_4 = f_5 = -\delta_{4+5}$	$\frac{1}{p_{\lg I-II}}$ se determină după formula (*a*)

Fig. 2 (Patrulaterul geodezic; polul în punctul 0).

La fel ca și pentru fig. I	Aspectul general al funcției $(AI) = (AB) - 1$, $f_1 = -1$	La fel ca și pentru fig. I $\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}625 - \frac{A_1^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(AII)}}$, $\frac{1}{p_{(BI)}}$, $\frac{1}{p_{(BII)}}$ se schimbă indicele 1 corespunzător cu 8, 4, 5.
	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 4}{\sin (2+3)}$, unde $2 + 3 = 180° - 1 - 4$ $f_1 = \delta_{2+3}$, $f_4 = \delta_4 + \delta_{2+3}$	$\frac{1}{p_{\lg (AI)}} = \sigma\delta_{2+3} + 0{,}625\ \delta_4^2 - \frac{(\delta_{2+3} A_1 + \sigma A_4)^2}{[AA]}$, unde $\sigma = \delta_{2+3} + \delta_4$ În această formulă trebuie schimbați indicii pentru $\frac{1}{p_{\lg AII}}$ indicele 2 cu 7, 3 cu 6 și 4 cu 5; pentru $\frac{1}{p_{\lg BI}}$ indicele 1 cu 4 și 4 cu 1; pentru $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ indicele 1 cu 5 și 2 cu 6, 3 cu 7 și 4 cu 8.
	$(I-II) = (AB) + 180° - 1 - 2$, $f_1 = f_2 = -1$.	$\frac{1}{p_{(I\,II)}} = 0{,}5 - \frac{(A_1 + A_2)^2}{[AA]}$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$\lg (I - II) = \lg \frac{AB \sin 4 \sin (1+8)}{\sin (2+3) \sin 7}$ unde $2+3 = 180° - 1 - 4$, $f_1 = \delta_{1+8} + \delta_{2+3}$ $f_4 = \delta_4 + \delta_{2+3}$; $f_7 = -\delta_7$, $f_8 = -\delta_{1+8}$	$\frac{1}{p_{\lg I-II}}$ — se determină după formula (*a*)
		În cazul pătratului pentrutoate unghiurile de orientare $p_\alpha = 2$; pentru toate laturile $\frac{1}{p_{\lg s}} = \frac{1}{2}\delta_{45°}$

Fig. 3 (Patrulaterul geodezic; polul în punctul A)

I. $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 \\ v_4 + v_5 + v_6 \end{cases}$ II. $v_3 + v_6 + v_7 + v_8$ III. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_4 v_4 - \delta_5 v_5 + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8$	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}(g_1^2 + g_2^2) - \frac{1}{30}(3f_3 - g_1 + 3f_6 - g_2 + 3f_7 + 3f_8)^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, (6) unde $g_1 = f_1 + f_2 + f_3$, $g_2 = f_4 + f_5 + f_6$.
Coeficienții transformați II. $\alpha_3 = \alpha_6 = \frac{2}{3}$ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_5 = -\frac{1}{3}$ $\alpha_7 = \alpha_8 = 1$ III. A_i — vezi exemplul 2	$(AI) = (AB) - 3$, $f_3 = -1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}533 - \frac{A_3^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(AII)}}$ se schimbă indicele 3 cu 6
	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 1}{\sin 2}$, $f_1 = \delta_1$, $f_2 = -\delta_2$.	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = \delta_1^2 + \delta_2^2 - 0{,}367(\delta_1 - \delta_2)^2 - \frac{(A_1\delta_1 - A_2\delta_2)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg AII}}$ se schimbă indicii 1 cu 4 și 2 cu 5

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$(BI) = (BA) + 1$ $f_1 = 1$	$\frac{1}{p_{(BI)}} = 0{,}633 - \frac{A_1^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(BII)}}$ se schimbă indicele 1 cu 4
	$\lg BI = \lg \frac{AB \sin 3}{\sin 2}$, $f_2 = -\delta_2$, $f_3 = \delta_3$	$\frac{1}{p_{\lg BI}} = 0{,}533\,(\delta_2 + \delta_3)\,\delta_3 + 0{,}633\,\delta_2^2 - \frac{(A_2\delta_2 - A_3\delta_3)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ se schimbă indicii 2 cu 5 și 3 cu 6
	$(I - II) = (BA) - 3 - 7$, $f_3 = f_7 = -1$	$\frac{1}{p_{(I\text{-}II)}} = 0{,}833 - \frac{(A_3 + A_7)^2}{[AA]}$
	$\lg I - II = -\lg \frac{AB \sin 1 \sin (3+6)}{\sin 2 \sin 8}$, unde $3 + 6 = 180° - 7 - 8$ $f_1 = \delta_1$, $f_2 = -\delta_2$, $f_7 = -\delta_{3+6}$, $f_8 = -\delta_{3+6} - \delta_8$	$\frac{1}{p_{\lg I\text{-}II}}$ se determină după formula (6)

Fig. 4 (Patrulaterul geodezic; polul în punctul *I*)

La fel ca și pentru figura 3	Aspectul general al funcției $(AI) = (AB) - 8$, $f_8 = -1$	La fel ca și pentru fig. 3 $\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}700 - \frac{A_8^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(BI)}}$ se schimbă indicele 8 cu 7
	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 7}{\sin (3+6)}$, unde $3 + 6 = 180° - 7 - 8$ $f_7 = \delta_{3+6} + \delta_7$; $f_8 = \delta_{3+6}$	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = f_7^2 + f_8^2 - 0{,}300\,(f_7 + f_8)^2 - \frac{(A_7 f_7 + A_8 f_8)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg BI}}$ aceeași formulă, însă $f_7 = \delta_{3+6}$; $f_8 = \delta_{3+6} + \delta_8$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$(AII) = (AB) - 8 + 4$, $f_4 = 1$, $f_8 = -1$	$\frac{1}{p_{(AII)}} = 1{,}133 - \frac{(A_4 - A_8)^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(BII)}}$ se schimbă indicii 4 cu 2 și 8 cu 7
	$\lg AII = \lg \frac{AB \sin (2-7)}{\sin (1+5)}$, $f_2 = \delta_{2-7}$, $f_1 = f_5 = -\delta_{1+5}$, $f_7 = -\delta_{2-7}$	$\frac{1}{p_{\lg AII}} = 1{,}200\ (\delta_{1+5} + \delta_{2-7})\ \delta_{1+5} + 1{,}133\ \delta^2_{2-7} - \frac{\{(A_2 - A_7)\ \delta_{2-7} - (A_1 + A_5)\ \delta_{1+5}\}^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ se schimbă indicii 2 cu 4 și 7 cu 8, indicii 1 și 5 se păstrează
	$(I - II) = -(AB) + 7 + 3$, $f_3 = f_7 = 1$	$\frac{1}{p_{(I-II)}} = 0{,}833 - \frac{(A_2 + A_7)^2}{[AA]}$
	$\lg I - II = \lg \frac{AB \sin 8 \sin 2}{\sin (3+6) \sin 1}$, sau $3 + 6 = 180° - 7 - 8$; $f_1 = -\delta_1$; $f_2 = \delta_2$; $f_7 = \delta_{3+6}$; $f_8 = \delta_{3+6} + \delta_8$	$\frac{1}{p_{\lg I-II}}$ se calculează după formula (6)

Fig. 5 (Sistemul central)

I. $v_{\varphi_\nu} + v_{\psi_\nu} + v_{\chi_\nu}$ $(\nu = 1, 2 \ldots, N)$ II. $v_{\chi_1} + v_{\chi_2} + \ldots + v_{\chi_N}$ III. $\delta_{\varphi_1} v_{\varphi_1} - \delta_{\psi_1} v_{\psi_1} + \delta_{\varphi_2} v_{\varphi_2} - \delta_{\psi_2} v_{\psi_2} + \ldots + \delta_{\varphi_N} v_{\varphi_N} - \delta_{\psi_N} v_{\psi_N}$	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \ldots - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2 - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{N}(g_\nu - 3f_{\chi_\nu})\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$, ν — numărul de triunghiuri

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3
	$(BK) = (BA) + \chi_1 + \chi_2 + \ldots + \chi_k$, $f_{\chi_\nu} = 1\ (\nu = 1,2\ldots, k)$	$\frac{1}{p_{(BK)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{k(N-k)}{N} - \frac{\left(\sum_{\nu=1}^{k} A_{\chi_\nu}\right)^2}{[AA]}$
Coeficienţii transformaţi II. $\alpha_{\varphi_\nu} = \alpha_{\psi_\nu} = -\frac{1}{3}$ $\alpha_{\chi_\nu} = \frac{2}{3}(\nu = 1,2, \ldots, N)$ III. A_i — vezi exemplul 3	$\lg BK = -\lg \frac{AB\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots \sin\varphi_k}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots \sin\psi_k}$, $f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}$, $f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}$ $(\nu = 1,2, \ldots, k)$	$\frac{1}{p_{\lg BK}} = \frac{2}{3}\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{k}(\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu})\right\}^2 - \frac{\left\{\sum_{\nu=1}^{k}(A_{\varphi_\nu}\delta_{\varphi_\nu} - A_{\psi_\nu}\delta_{\psi_\nu})\right\}^2}{[AA]}$
	$(TK) = (AB) + \chi_1 + \chi_2 + \ldots + \chi_{k-1} - \varphi_k$ $(T = K-1)$ $f_{\chi_\nu} = 1\ (\nu = 1,2, \ldots, k-1)$, $f_{\varphi_k} = -1$	$\frac{1}{p_{(TK)}} = \frac{2}{3}k - \frac{1}{6N}(2k-1)^2 - \frac{\left(\sum_{\nu=1}^{k-1} A_{\chi_k} - A_{\varphi_k}\right)^2}{[AA]}$
	$\lg TK = -\lg \frac{AB\ \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots} \frac{\sin\varphi_{k-1} \sin\chi_k}{\sin\psi_{k-1} \sin\psi_k}$,	$\frac{1}{p\lg TK} = \frac{2}{3}\left(\sum_{\nu=1}^{k-1} R_\nu + R_k\right) - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{k-1}(\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu}) - \delta_{\psi_k} - 2\delta_{\chi_k}\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$,
	$f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}\ (\nu = 1,2,\ldots, k-1)$, $f_{\chi_k} = \delta_{\chi_k}$, $f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}$ $(\nu = 1.2,\ldots, k)$	unde $R_k = \delta_{\chi_k}^2 + \delta_{\psi_k}^2 + \delta_{\chi_k}\delta_{\psi_k}$

Fig. 6. Poligon cu triunghiuri suprapuse

Notăm unghiurile 1—9 în ordinea succesivă prin: $\varphi_1, \psi_1, \chi_1$, $\varphi_2, \psi_2, \chi_2$, $\varphi_3, \psi_3, \chi_3$,	Aspectul general al funcţiei	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[cf]^2}{[cc]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
Atunci I. $v_{\varphi_\nu} + v_{\psi_\nu} + v_{\chi_\nu}$ $(\nu = 1, 2, 3.)$ II. $v_{\chi_1} + v_{\chi_2} + v_{\chi_3} +$ $+ v_\varphi + v_\psi$ III. $\delta_{\varphi_1} v_{\varphi_1} - \delta_{\psi_1} v_{\psi_1} +$ $+ \delta_{\varphi_2} v_{\varphi_2} - \delta_{\psi_2} v_{\psi_2} +$ $+ \delta_{\varphi_3} v_{\varphi_3} - \delta_{\psi_3} v_{\psi_3} +$ $+ \delta_\varphi v_\varphi - \delta_\psi v_\psi$	Aspectul general al funcţiei	sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{3} g_\nu^2 -$ $- \frac{1}{36}\left(\sum_{\nu=1}^{3}(g_\nu - 3g_4)\right)^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}, \ldots (b)$ unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}\ (\nu = 1, 2, 3),$ $g_4 = f_\varphi + f_\psi + \sum_{\nu=1}^{3} f_{\chi_\nu}.$
	$(AII) = (AB) + \psi$ $f_\psi = 1$	$\frac{1}{p_{(AII)}} = 0{,}750 - \frac{A_\psi^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(BII)}}$ se schimbă indicele ψ cu φ
Coeficienţii transformaţi II. $\alpha_{\varphi_\nu} = \alpha_{\psi_\nu} = -\frac{1}{3},$ $\alpha_{\chi_\nu} = \frac{2}{3}\ (\nu = 1, 2, 3.)$ $\alpha_\varphi = \alpha_\psi = 1$ III. A_i — Vezi exemplul 4	$\lg AII =$ $= \lg \frac{AB \sin \varphi}{\sin \psi},$ unde $\chi = 180° - \varphi - \psi,$ $f_\varphi = \delta_\varphi + \delta_\chi,$ $f_\psi = \delta_\chi$	$\frac{1}{p_{\lg AII}} = f_\varphi^2 + f_\psi^2 - \frac{1}{4}(f_\varphi + f_\psi)^2 -$ $- \frac{(A_\varphi f_\varphi + A_\psi f_\psi)^2}{[AA]}$ pentru formula $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ aceeaşi, însă $f_\varphi = \delta_\chi,\ f_\psi = \delta_\psi + \delta_\chi$
	$(AI) = (AB) + \psi - \varphi_1,$ $f_{\varphi_1} = -1,\ f_\psi = 1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 1{,}222 - \frac{(A_{\varphi_1} - A_\psi)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(BIII)}}$ se schimbă indicii φ_1 cu ψ_3 şi ψ cu φ.
	$\lg AI =$ $= \lg \frac{AB \sin \varphi \sin \chi_1}{\sin \chi \sin \psi_1}$	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = f_{\psi_1}^2 + f_{x_1}^2 + f_\varphi^2 + f_\psi^2 - \frac{1}{3}(f_{\psi_1} +$ $+ f_{x_1})^2 - \frac{1}{36}\{f_{\psi_1} + f_{x_1} - 3(f_{x_1} + f_\varphi +$ $+ f_\psi)\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}.$

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3
	unde $\chi = 180° - \varphi - \psi$, $f_\varphi = \delta_\varphi + \delta_\chi$, $f_\psi = \delta_\chi$, $f_{\psi_1} = -\delta_{\psi_1}$, $f_{\chi_1} = \delta_{\chi_1}$.	Pentru $\frac{1}{p_{\lg BIII}}$ se schimbă indicii ψ_1 cu φ_3, χ_1 cu χ_3 și în afară de aceasta $f_\varphi = \delta_\chi$, $f_\psi = \delta_\psi + \delta_\chi$
	$(I-III) =$ $= (AB) + \psi + \chi_1 -$ $- \varphi_2$, $f_\psi = f_{\chi_1} = 1$, $f_{\varphi_2} = -1$	$\frac{1}{p_{(I-III)}} = 1{,}333 -$ $- \frac{(A_{\chi_1} - A_{\varphi_2} + A_\psi)^2}{[AA]}$
	$\lg (I-III) =$ $= \lg \frac{AB \sin\varphi \sin\varphi_1 \sin\chi_2}{\sin\chi \sin\psi_1 \sin\psi_2}$ sau $\chi = 180° - \varphi - \psi$; $f_\varphi = \delta_\varphi + \delta_\chi$, $f_\psi = \delta_\chi$, $f_{\varphi_1} = \delta_{\psi_1}$, $f_{\psi_1} = -\delta_{\psi_1}$, $f_{\psi_2} = -\delta_{\psi_2}$, $f_{\chi_2} = \delta_{\chi_2}$	$\frac{1}{p_{\lg I-III}}$ — — se calculează după formula (c)
	$(I-II) = (AB) +$ $+ \psi + \chi_1$, $f_\psi = f_{\chi_1} = 1$	$\frac{1}{p_{(II-III)}} = 0{,}972 - \frac{(A_{\chi_1} + A_\psi)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(II-III)}}$ se schimbă indicii χ_1 cu χ_3, și ψ cu φ
	$\lg (I\text{-}II) =$ $= \lg \frac{AB \sin\varphi \sin\varphi_1}{\sin\chi \sin\psi_1}$, unde $\chi = 180° - \varphi - \psi$; $f_{\varphi_1} = \delta_{\varphi_1}$, $f_{\psi_1} = -\delta_{\psi_1}$ $f_\varphi = \delta_\varphi + \delta_\chi$, $f_\psi = \delta_\chi$	$\frac{1}{p_{\lg I-II}} = [ff] - \frac{1}{3}(f_{\varphi_1} + f_{\psi_1})^2 -$ $- \frac{1}{36}\{f_{\varphi_1} + f_{\psi_1} - 3(f_\varphi + f_\psi)\}^2 -$ $- \frac{[Af]^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{\lg II-III}}$ se schimbă indicii φ_1 cu ψ_3, ψ_1 cu φ_3 și în afară de aceasta $f_\varphi = \delta_\chi$, $f_\psi = \delta_\psi + \delta_\chi$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
Fig. 7 (Lanțul triunghiurilor între latură și bază)		
În cazul notărilor adoptate dinainte pentru unghiurile de legătură și intermediare I. $v_{\varphi_\nu} + v_{\psi_\nu} + v_{\chi_\nu}$ $(\nu = 1,2\ldots, N)$ II. $\delta_{\varphi_1} v_{\varphi_1} - \delta_{\psi_1} v_{\psi_1} + \ldots + \delta_{\varphi_N} v_{\varphi_N} - v_{\psi_N} \delta_{\psi_N}$	Aspectul general al funcției.	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \ldots - \frac{[Af]^2}{[AA]} = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]}$, unde F_i — coeficientul transformat al funcției greutate sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$
Coeficienții transformați II. A_i — vezi exemplul 5	Unghiul de orientare al laturii k. $\alpha_k = \alpha_a \pm \chi_1 \mp \chi_2 \mp \ldots \mp (-1)^k \chi_k \pm 180°$ $f_{\chi_\nu} = -(-1)^\nu$ $(\nu = 1,2,\ldots, k)$	$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3} k - \frac{(A_{\chi_1} - A_{\chi_2} + \ldots \pm A_{\chi_k})^2}{[AA]}$
	Logaritmul laturii k de legătură $\lg s_k = -\lg \frac{AB \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots \sin\varphi_k}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots \sin\psi_k}$ $f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}$, $f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}$ $(\nu = 1,2,\ldots, k)$	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = [AA]' - \frac{[AA]'^2}{[AA]}$, unde $[AA]' = \sum_{\nu=1}^{k} (A_{\varphi_\nu}^2 + A_{\psi_\nu}^2 + A_{\chi_\nu}^2) = \frac{2}{3}\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu$ Această formulă se obține din (II.9), deoarece aici $A_i = F_i$, $(i = 1, 2, \ldots, 3k$; i — numărul unghiului
	Unghiul de orientare al laturii intermediare din triunghiul k.	

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$\bar{\alpha}_h = \alpha_a \pm \chi_1 \mp \chi_2 \pm \pm \ldots \mp (-1)^{h-1} \chi_{h-1} \pm \pm 180°$ $f_{\chi_\nu} = \mp (-1)^\nu$ ($\nu = 1,2,\ldots,k-1$), $f_{\varphi_h} = \pm 1$	$-\frac{1}{p\bar{\alpha}_h} = \frac{2}{3}k - \frac{[Af]^2}{[AA]}$
	Logaritmul laturii intermediare a triunghiului k. $\lg \bar{s}_k = \lg \frac{AB \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots} \frac{\sin\varphi_{k-1} \sin\chi_k}{\sin\psi_{k-1} \sin\psi_k}$. $f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}$, $f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}$ ($\nu = 1,2,\ldots,k-1$), $f_{\chi_k} = \delta_{\chi_k}$, $f_{\psi_k} = -\delta_{\psi_k}$	$\frac{1}{p_{\lg \bar{s}_k}} = [AA]'' + [FF]_k - \frac{([AA]'' + [AF]_k)^2}{[AA]}$, unde $[AA]'' = \sum_{\nu=1}^{k-1} (A^2_{\varphi_\nu} + A^2_{\psi_\nu} + A^2_{\chi_\nu})$, a $[\ ]_k$ — reprezintă suma, care se referă numai la triunghiul k. Aici $A_i = F_i$ ($i = 1,2,\ldots.3(k-1)$) şi $F_{\varphi_k} = \frac{1}{3}(\delta_{\varphi_k} - \delta_{\chi_k})$, $F_{\psi_k} = F_{\varphi_k} - \delta_{\psi_k}$, $F_{\chi_k} = F_{\varphi_k} + \delta_{\chi_k}$

Fig. 8 (Lanţul de triunghiuri între latură şi baza orientată). Formulele pentru funcţiile greutate şi derivatele lor sînt aceleaşi ca şi pentru fig. 7

I. $v_{\varphi_\nu} + v_{\psi_\nu} + v_{\chi_\nu}$ ($\nu = 1,2,\ldots,N$) II. $v_{\chi_1} - v_{\chi_2} + \ldots \pm \pm v_{\chi_N}$ III. $\delta_{\varphi_1} v_{\varphi_1} - \delta_{\psi_1} v_{\psi_1} + \ldots + \delta_{\varphi_N} v_{\varphi_N} - \delta_{\psi_N} v_{\psi_N}$. Coeficienţii transformaţi II. $\alpha_{\varphi_\nu} = \alpha_{\psi_\nu} = (-1)^\nu \frac{1}{3}$,	Aspectul general al funcţiei	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \ldots - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2 - \frac{1}{6N}[3\alpha f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$, ($\nu$ — numărul triunghiului)

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
$a_\chi \; v = -(-1)^v \frac{2}{5}$ $(v = 1,2,\ldots,N)$ III. A_i — vezi exemplul 6	Unghiul de orientare al laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{a_k}} = \frac{2}{3}\frac{k(N-k)}{N} - \frac{(A_{\chi_1} - A_{\chi_2} + \ldots \pm A_{\chi_k})^2}{[AA]}$
	Logaritmul laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\sum_{v=1}^{k} R_v - \frac{1}{6N}(\omega_1 - \omega_2 + \ldots \pm \omega_k)^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $\omega_v = \delta_{\varphi_v} - \delta_{\psi_v}$ (v — numărul triunghiului)
	Unghiul de orientare al laturii intermediare din triunghiul k.	$\frac{1}{p_{\bar{a}_k}} = \frac{2}{3}k - \frac{1}{6N}(2k-1)^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$
	Logaritmul laturii intermediare a triunghiului k.	$\frac{1}{p_{\lg \bar{s}_k}} = \frac{2}{3}\left(\sum_{v=1}^{k-1} R_v + R_k\right) - \frac{1}{6N} \times \{\omega_1 - \omega_2 + \ldots \pm (\omega_{k-1} + 2\delta_{\chi_k} + \delta_{\psi_k})\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $R_k = \delta_{\chi_k}^2 + \delta_{\psi_k}^2 + \delta_{\chi_k}\delta_{\psi_k}$

Fig. 9 (Lanțul de triangulație dintre latură și punct). Formulele pentru funcțiile greutate și derivatele lor sînt la fel ca și pentru fig. 7

I. $v_{\varphi_v} + v_{\psi_v} + v_{\chi_v}$ $(v = 1,2,\ldots,N)$ II. Coeficienții A_i°, B_i° $(i=1,2,\ldots,3N)$ vezi în exemplul 7. Coeficienții transformați II. A_i, B_i $(i=1,2,\ldots,3N)$ vezi exemplul 7.	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \ldots - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF1]^2}{[BB1]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{v=1}^{N} g_v^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$, unde $g_v = f_{\varphi_v} + f_{\psi_v} + f_{\chi_v}$

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3
	Unghiul de orientare al laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{a_k}} = \frac{2}{3} k - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$ Aici $[Af] = A_{\chi_1} - A_{\chi_2} + \ldots \pm A_{\chi_k}, [Bf] = B_{\chi_1} - B_{\chi_2} + \ldots \pm B_{\chi_k}$
	Logaritmul laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3} \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$
	Unghiul de orientare al laturii intermediare din triunghiul k.	$\frac{1}{p_{\bar{a}_k}} = \frac{2}{3} k - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$
	Logaritmul laturii intermediare din triunghiul k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\left(\sum_{\nu=1}^{k-1} R_\nu + R_k\right) - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$ unde $R_k = \delta^2_{\chi_k} + \delta^2_{\psi_k} + \delta_{\chi_k}\delta_{\psi_k}$
	Abscisa vîrfului k $x_k = x_A + \sum_{\nu=1}^{k} \Delta x_\nu$ Unde Δx_ν sînt exprimate prin laturi şi unghiuri	$\frac{1}{p x_k} = 5{,}30\left\{[\dot{A}\dot{A}]' - \frac{[A\dot{A}]'^2}{[AA]} - \frac{([AA]\,[\dot{A}B]' - [AB]\,[A\dot{A}]')^2}{[AA]}\right\}$, unde $D = [AA]\,[BB] - [AB]^2$, sau $[\dot{A}\dot{A}]'$, $[\dot{A}B]'$ — suma produsului mărimilor A şi B pentru triunghiurile cu numerele de la 1 la k (inclusiv). Această formulă s-a obţinut din (II.9) deoarece primelor triunghiuri k le corespund: $F_i^x = \frac{1}{\text{Mod}} \cdot \dot{A}_i$, a $(F_i^x)^2 = 5{,}30\dot{A}_i^2$.
	Ordonata vîrfului k $y_k = y_A + \sum_{\nu=1}^{k} \Delta_{\gamma_\nu}$, unde Δ_{γ_ν} sînt exprimate prin laturi şi unghiuri	$\frac{1}{p_{\gamma_k}} = 5{,}30\left\{[\dot{B}\dot{B}]' - \frac{[A\dot{B}]'^2}{[AA]} - \frac{([AA]\,[B\dot{B}]' - [AB]\,[A\dot{B}]')^2}{D\,[AA]}\right\}$

Continuare tabelul 13

1	2	3
		Observaţia este aceeaşi şi pentru $\frac{1}{p_{x_k}}$ însă aici $F_i^{\gamma} = \frac{\dot{B}_i}{\text{Mod}}$ şi $(F_i^{\gamma})^2 = 5{,}30\,\dot{B}_i^2$

Fig. 10 (Lanţul de triangulaţie între latură şi punct). Formulele pentru funcţiile greutate şi derivatele lor sînt la fel ca şi pentru fig. 7

I. $v_{\varphi_\nu} + v_{\psi_\nu} + v_{\chi_\nu}$ $(\nu = 1, 2, \ldots, N)$ II. $v_{\chi_1} - v_{\chi_2} + \ldots \pm$ $\pm v_{\chi_N} \pm v_{\psi}$ III. Coeficienţii A_i°, $B_i^{?}$ — vezi în exemplul 8	Funcţie de formă generală	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \ldots - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{k} g_\nu^2 - \frac{3}{2N+3}[\alpha f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$, unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$
Coeficienţii de transformare II. $\alpha_{\varphi_\nu} = \alpha_{\psi_\nu} = (-1)^\nu \frac{1}{3}$, $\alpha_{\chi_\nu} = -(-1)^\nu \frac{2}{3}$. $(\nu = 1, 2, \ldots, N)$ $\alpha_{\psi} = \pm 1$. III. A_i, B_i vezi exemplul 8	Unghiul de orientare al laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{a_k}} = \frac{2}{3}k\left(1 - \frac{2k}{2N+3}\right) - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$, unde $[Af] = A_{\chi_1} - A_{\chi_2} + \ldots \pm A_{\chi_k}$, $[Bf] = B_{\chi_1} - B_{\chi_2} + \ldots \pm B_{\chi_k}$
	Logaritmul laturii de legătură k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\sum_{\nu=1}^{k} R_\nu - \frac{3}{2N+3}[\alpha f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$
	Unghiul de orientare al laturii intermediare a triunghiului k.	$\frac{1}{p_{\bar{a}_k}} = \frac{2}{3}k - \frac{(2k-1)^2}{3(2N+3)} - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	Logaritmul laturii intermediare a triunghiului k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\left(\sum_{\nu=1}^{k-1} R_\nu + R_k\right) - \frac{3}{2N+3}[\alpha f]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]} - \frac{[Bf1]^2}{[BB1]}$, unde $R_k = \delta_{x_k}^2 + \delta_{\psi_k}^2 + \delta_{\chi_k}\delta_{\psi_k}$
	Abscisa şi ordonata vîrfului k	$\frac{1}{p_{x_k}}$ şi $\frac{1}{p_{y_k}}$ se determină după aceeaşi formulă ca în figura 9

Fig. 11 (Lanţul de triangulaţie cuprins între două laturi). Formulele pentru funcţiile de greutate şi derivatele lor sînt aceleaşi ca şi pentru fig. 9

I. Vezi fig. 7 — 10 II. A_i^0 — vezi fig. 8 B_i^0, C_i^0, D_i^0 — vezi fig. 9 Coeficienţii transformaţi III. A_i, B_i, C_i, D_i — vezi exemplul 9	Aspectul general al funcţiei.	$\frac{1}{p_u} = [FFA] = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF1]^2}{[BB1]} - \frac{[CF2]^2}{[CC2]} - \frac{[DF3]^2}{[DD3]}$. Aici F — coeficienţii transformaţi ai funcţiei de greutate. $\frac{1}{p_u}$ — este mai simplu de calculat prin coloana suplimentară în schema de rezolvare a ecuaţiilor normale a corelatelor.
	Unghiul de orientare al laturii de legătură k	$\frac{1}{p_{\alpha_k}}$ se determină din coloana suplimentară a schemei de rezolvare a ecuaţiilor normale, în care se ia $3F_i^\alpha = A_i \quad (i = 1, 2, \ldots, 3k;$ k — numărul triunghiului) iar pe urmă rezultatul se împarte la 9
	Logaritmul laturii de legătură k	$\frac{1}{p_{\lg s_k}}$ se determină din coloana suplimentară a schemei de rezolvare a ecuaţiilor normale în care se ia $3F_i^{\lg s} = B_i \quad (i = 1, 2, \ldots, 3k);$ k — numărul triunghiului
	Unghiul de orientare al laturii intermediare a triunghiului k.	$\frac{1}{p_{\alpha_k}}$ — se determină din coloana suplimentară a schemei de rezolvare a ecua-

Continuare tabelul 13

1	2	3
		ţiilor normale în care se ia pentru triunghiurile de la 1 pînă la $k-1$: $3F_i^a = A_i$, iar pentru triunghiul k $3F_{\varphi_k} = 2$, $3F_{\psi_k} = -1$, $3F_{\chi_k} = -1$. Deoarece peste tot se iau valorile triple F, atunci pentru obţinerea lui $\frac{1}{p_{a_k}}$, rezultatul din coloană trebuie împărţit la 9.
	Logaritmul laturii intermediare a triunghiului k.	$\frac{1}{p_{\lg s_k}}$ — se determină din coloana suplimentară a schemei de rezolvare a ecuaţiilor normale în care se ia pentru triunghiurile de la 1 pînă la $k-1$ $F_\nu \lg s = B_i$, iar pentru triunghiul k $F_{\varphi_k} = \frac{1}{3}(\delta_{\psi_k} - \delta_{\chi_k})$, $F_{\psi_k} = F_{\varphi_k} - \delta_{\psi_k}$, $F_{\chi_k} = F_{\varphi_k} + \delta_{\chi_k}$
	Abscisa vîrfului k	$\frac{1}{p_{x_k}}$ — se determină din coloana suplimentară a schemei de rezolvare a ecuaţiilor normale (vezi ex 9) în care: Mod. $F_i^x = C_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 3k)$; k — numărul triunghiului, iar pe urmă rezultatul se înmulţeşte cu $\frac{1}{\text{Mod}^2} = 5{,}30$
	Ordonata vîrfului k.	$\frac{1}{p_{y_k}}$ — se determină la fel ca $\frac{1}{p_{x_k}}$, numai că se ia Mod. $F_i^y = D_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 3k)$, iar pe urmă rezultatul se înmulţeşte cu 5,30.

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3

Fig. 12 (Intercalarea punctului în unghi)

I. $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 \\ v_4 + v_5 + v_6 \end{cases}$ II. $v_3 + v_6$ III. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_4 v_4 - \delta_5 v_5$ Coeficienții transformați II. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_5 = -\frac{1}{3}$, $\alpha_3 = \alpha_6 = \frac{2}{3}$. III. A_i — vezi exemplul 10	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{2} g_\nu^2 - \frac{1}{12}\left\{\sum_{\nu=1}^{2} g_\nu - 3(f_3 + f_6)\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$, unde $g_1 = \sum_{i=1}^{3} f_i$, $g_2 = \sum_{i=4}^{6} f_i$;
	$(BI) = (BA) - 3$ $f_3 = -1$	$\frac{1}{p_{(BI)}} = 0{,}333 - \frac{A_3^2}{[AA]}$
	$\lg BI = \lg \frac{AB \sin 1}{\sin 2}$, $f_1 = \delta_1$, $f_2 = -\delta_2$	$\frac{1}{p_{\lg BI}} = \delta_1^2 + \delta_2^2 - 0{,}417\,(\delta_1 - \delta_2)^2 - \frac{(A_1\delta_1 - A_2\delta_2)^2}{[AA]}$
	$(AI) = (AB) + 1$, $f_1 = 1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}583 - \frac{A_1^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(cI)}}$ indicele 1 se schimbă cu 6

Fig. 13 (Intercalarea punctului în două unghiuri)

I. $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 \\ v_4 + v_5 + v_6 \\ v_7 + v_8 + v_9 \end{cases}$ II. $v_3 + v_6 + v_9$ III. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_4 v_4 - \delta_5 v_5 + \delta_7 v_7 - \delta_8 v_8$	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[cf]^2}{[cc]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{3} g_\nu^2 - \frac{1}{18}\left\{\sum_{\nu=1}^{3} g_\nu - 3(f_3 + f_6 + f_9)\right\}^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$,

Continuare tabelul 13

1	2	3
		unde $g_1 = \sum_{i=1}^{3} f_i$, $g_2 = \sum_{i=4}^{6} f_i$, $g_3 = \sum_{i=7}^{9} f_i$.
Coeficienții transformați II. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_7 = \alpha_8 = -\frac{1}{3}$, $\alpha_3 = \alpha_6 = \alpha_9 = \frac{2}{3}$. III. A_i — vezi exemplul 11	$(AI) = (AB) + 1$, $f_1 = 1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}611 - \frac{A_1^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(CII)}}$ indicele 1 se schimbă cu 8
	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 3}{\sin 2}$; $f_2 = -\delta_2$, $f_3 = \delta_3$	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = 0{,}611\,\delta_2^2 + 0{,}444\,(\delta_2 + \delta_3)\delta_3 - \frac{(A_2\delta_2 - A_3\delta_3)^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{\lg CII}}$ se schimbă indicii 2 cu 7 și 3 cu 9
	$(BI) = (BA) - 3$; $f_3 = -1$	$\frac{1}{p_{(BI)}} = 0{,}444 - \frac{A_3^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(BII)}}$ indicele 3 se schimbă cu 9
	$\lg BI = \lg \frac{AB \sin 1}{\sin 2}$, $f_1 = \delta_1$, $f_2 = -\delta_2$	$\frac{1}{p_{\lg BI}} = \delta_1^2 + \delta_2^2 - 0{,}389\,(\delta_1 - \delta_2)^2 - \frac{(A_1\delta_1 - A_2\delta_2)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg BII}}$ se schimbă indicii 1 cu 8 și 2 cu 7
	$(I-II) = (AB) - 3 + 4$; $f_3 = -1$, $f_4 = 1$	$\frac{1}{p_{(I-II)}} = 0{,}833 - \frac{(A_3 - A_4)^2}{[AA]}$
	$\lg I - II = \lg \frac{AB \sin 1 \sin 6}{\sin 2 \sin 5}$;	$\frac{1}{p_{\lg I-II}} = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_5^2 + \delta_6^2 - \frac{1}{3}(\delta_{1,2}^2 + \delta_{5,6}^2) - \frac{1}{18}(\delta_{1,2} + \delta_{5,6} -$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
	$f_1 = \delta_1$, $f_2 = -\delta_2$, $f_5 = -\delta_5$, $f_6 = \delta_6$	$-3\delta_6)^2 - \frac{(A_1\delta_1 - A_2\delta_2 - A_5\delta_5 + A_6\delta_6)^2}{[AA]}$, unde $\delta_{i,j} = \delta_i - \delta_j$

Fig. 14 (Introducerea punctului în triunghi)

I. $v_4 + v_5$; $v_6 + v_7$; $v_8 + v_9$ II. $v_1 + v_4 + v_9$; $v_2 + v_5 + v_6$; $v_3 + v_7 + v_8$ III. $\delta_4 v_4 - \delta_5 v_5 + \delta_6 v_6 - \delta_7 v_7 + \delta_8 v_8 - \delta_9 v_9$.	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af)]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[cf]^2}{[cc]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[\beta f1]^2}{[\beta\beta 1]} - \frac{[\gamma f2]^2}{[\gamma\gamma 2]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$ sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{2}\{(f_1 + f_5)^2 + (f_6 + f_7)^2 + (f_8 + f_9)^2 + [\alpha f]^2\} - \frac{8}{7}[\beta f1]^2 - \frac{7}{3}[\gamma f2]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$
Coeficienții transformați II. $\alpha_1 = 1$, $\alpha_4 = \alpha_9 = \frac{1}{2}$, $\alpha_5 = \alpha_8 = -\frac{1}{2}$, $\beta_2 = 1$, $\beta_5 = \beta_6 = \frac{1}{2}$, $\beta_4 = \beta_7 = -\frac{1}{2}$, $\gamma_3 = 1$, $\gamma_7 = \gamma_8 = \frac{1}{2}$, $\gamma_6 = \gamma_9 = -\frac{1}{2}$ III. A_i — vezi exemplul 12	$(CI) = (CB) - 8$; $f_8 = -1$	$\frac{1}{p_{(CI)}} = 0{,}300 - \frac{A_8^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{(AI)}}$ și $\frac{1}{p_{(BI)}}$ indicele se schimbă corespunzător cu 4 și cu 6
	$\lg CI = \lg \frac{AC \sin 4}{\sin 1}$; $f_1 = -\delta_1$, $f_4 = \delta_4$	$\frac{1}{p_{\lg CI}} = 0{,}1\,(2\delta_1 + \delta_4)^2 + 0{,}2\,\delta_4^2 - \frac{(A_1\delta_1 - A_4\delta_4)^2}{[AA]}$ Pentru $\frac{1}{p_{\lg AI}}$ se schimbă indicii 1 cu 2 și 4 cu 6, iar pentru $\frac{1}{p_{\lg BI}}$ se schimbă 1 cu 3 și 4 cu 8.

Fig. 15

I. $v_4 + v_5$; $v_6 + v_7$; $v_1 + v_2 + v_3$	Aspectul general al funcției	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf]^2}{[bb]} - \frac{[cf]^2}{[cc]} - \frac{[\alpha f]^2}{[\alpha\alpha]} - \frac{[Af]^2}{[AA]}$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare tabelul 13

1	2	3
II. $v_3 + v_5 + v_6$ III. $\delta_1 v_1 - \delta_2 v_2 + \delta_4 v_4 - \delta_7 v_7$		sau $\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{2}\{(f_1 + f_5)^2 + (f_6 + f_7)^2\} - \frac{1}{3}(f_1 + f_2 + f_3)^2 - \frac{3}{5}[af]^2 - \frac{[Af]^2}{[AA]}$
	$(AI) = (AB) + 5$; $f_5 = 1$	$\frac{1}{p_{(AI)}} = 0{,}35 - \frac{A_5^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{(BI)}}$ indicele 5 se schimbă cu 6
Coeficienții transformați II. $\alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{1}{3}$, $\alpha_3 = \frac{2}{3}$; $\alpha_4 = \alpha_7 = -\frac{1}{2}$, $\alpha_5 = \alpha_6 = \frac{1}{2}$ III. A_i — vezi exemplul 13	$\lg AI = \lg \frac{AB \sin 6}{\sin 3}$; $f_3 = -\delta_3$, $f_6 = \delta_6$	$\frac{1}{p_{\lg AI}} = 0{,}4\delta_3(\delta_3 + \delta_6) + 0{,}35\,\delta_6^2 - \frac{(A_3\delta_3 - A_6\delta_6)^2}{[AA]}$. Pentru $\frac{1}{p_{\lg BI}}$ indicele 6 se schimbă cu 5
	$(CI) = (BC) + 1 + 7$; $f_1 = f_7 = 1$	$\frac{1}{p_{(CI)}} = 0{,}75 - \frac{(A_1 + A_7)^2}{[AA]}$.
	$\lg CI = \lg \frac{CB \sin 7}{\sin 1}$; $f_1 = -\delta_1$, $f_7 = \delta_7$	$\frac{1}{p_{\lg CI}} = 0{,}6\,\delta_1^2 + 0{,}35\,\delta_7^2 + 0{,}2\,\delta_1\delta_7 - \frac{(A_1\delta_1 - A_7\delta_7)^2}{[AA]}$

Cunoscînd m_s și m_α pentru oricare latură KT, unde T — punctul definitiv, considerat în mod convențional ca fără greșeli, găsim eroarea medie pătratică a poziției punctului K.

$$M_K^2 = m_s^2 + \frac{1}{\rho^2}\, s^2\, m_\alpha^2 \qquad (11.22)$$

În această formulă m_α poate fi înlocuit cu m_θ, unde θ — unghiul dintre latura KT și direcția care este considerată ca fără greșeli.

Introducînd expresia m_s și m_α din formulele (11.19) și (11.21) în formula (11.22), după extragerea rădăcinii, obținem:

$$M_K = m_s \sqrt{\frac{1}{\text{Mod}^2} \cdot \frac{1}{p\lg_s} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{1}{p_\alpha}} \qquad (11.23)$$

sau

$$M_K = m_s \sqrt{5{,}30\,\frac{1}{p\lg_s} + 23{,}5\,\frac{1}{p_\alpha} \cdot 10^{-6}}, \qquad (11.24)$$

Aici $\frac{1}{p\lg_s}$ exprimat în unități de ordinul șase zecimal al logaritmului $s = KT$ — în metri de asemenea și M_K tot în metri.

În cazul cînd s-au obținut $\frac{1}{p_{x_k}}$ și $\frac{1}{p_{y_k}}$ se poate afla:

$$m_{x_k} = m\sqrt{\frac{1}{p_{x_k}}}, \tag{II.25}$$

$$my_k = m\sqrt{\frac{1}{p_{y_k}}} \tag{II.26}$$

și

$$M_K = m\sqrt{\frac{1}{p_{x_k}} + \frac{1}{p_{y_k}}} \tag{II.27}$$

sau

$$M_K = \sqrt{m_{x_k}^2 + m_{y_k}^2}. \tag{II.28}$$

Mai jos se dă un exemplu pentru aprecierea preciziei funcției mărimilor compensate.

Pentru fig. 1 se află erorile medii pătratice: $\frac{m_{AI}}{AI}$ — eroarea relativă a laturii AI; $m_{(AI)}$— eroarea unghiului de orientare (AI) și M_I — poziția punctului I.

În tabelul 13 pentru această figură găsim formulele:

$$\frac{1}{P\lg \cdot AI} = 0{,}625\ (\delta_2 + \delta_7)^2 - \delta_2\ \delta_7 - \frac{(A_2\ \delta_2 - A_7\ \delta_7)^2}{[AA]},$$

$$\frac{1}{p_{(AI)}} = 1 - \frac{(A_1 + A_8)^2}{[AA]}.$$

Din exemplul 1 pentru compensarea acestei figuri alegem:
$\delta_2 = +1{,}65$; $\delta_7 = +3{,}92$; $A_1 = +1{,}79$; $A_2 = -2{,}14$;
$A_7 = +2{,}82$; $A_8 = -2{,}46$; $[AA] = 42{,}3$.

Introducînd aceste valori în formulele pentru inversul ponderii, obținem

$$\frac{1}{p\lg AI} = 0{,}625\cdot(1{,}65 + 3{,}92)^2 - 1{,}65\cdot 3{,}92 - \frac{(-2{,}14\cdot 1{,}65 - 2{,}82\cdot 3{,}92)^2}{42{,}3} = 7{,}88,$$

$$\frac{1}{p_{(AI)}} = 1 - \frac{(1{,}79 - 2{,}46)^2}{42{,}3} = 0{,}99.$$

Luînd din același exemplu 1 valoarea $AI = 3450\ m$, cu formulele (II.21), (II.19) și (II.24) găsim:

$$\frac{m_{AI}}{AI} = 2{,}30\ m\sqrt{\frac{1}{p\lg_{AI}}}\cdot 10^{-6} = 2{,}30\cdot 2{,}0\ \sqrt{7{,}88}\cdot 10^{-6} = 1:78\,000,$$

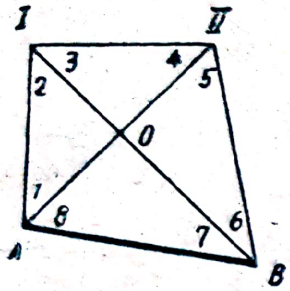
$$m_{(AI)} = m\sqrt{\frac{1}{p_{(AI)}}} = \pm 2{,}0\ \sqrt{0{,}99} = \pm 2'',0,$$

$$M_I = m_{AI}\sqrt{5{,}30\frac{1}{p\lg_{AI}} + 23{,}5\frac{1}{p_{(AI)}}}\cdot 10^{-6} =$$

$$= 2{,}0\cdot 3450\ \sqrt{5{,}30\cdot 7{,}88 + 23{,}5\cdot 0{,}99}\cdot 10^{-6} = 0{,}06\ m.$$

Valorile medii pătratice obținute se găsesc în exemplul pentru compensarea fig. 1. Exact la fel se rezolvă problema privind aprecierea preciziei în toate celelalte exemple ale acestui capitol.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 1. **Compensarea figurii 1** (polul în punctul 0) Ordinul 4

Punctele ce se determină: I, II

1. *Date inițiale*

Punctul	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	3	6 308 589,34	5 726 381,96	102°15′27″,4	5 724,41
B	3	6 307 374,00	5 731 957,87		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. ungh.	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'_i	Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați A_i	Corecțiile secunde $v''_i = A_i k$	Corecțiile totale v	Nr. unghiurilor	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	42°45′46″,2	$-\frac{1}{4}w_1 + u$	+0″,9	47″,1	$\delta_1+\Theta_1$	+1 ,79	—1″,5	—0″,6	1	42°45′45″,6	0,678 963	4 420,33
2	51 51 19 ,9	——— ,, ———	+0 ,9	20 ,8	$-\delta_2+\Theta_1$	−2 ,14	+1 ,8	+2 ,7	2+3	105 16 45 ,6	0,964 653	6 280,30
3	53 25 24 ,1	$-\frac{1}{4}w_1 - u$	+1 ,1	25 ,2	$\delta_3+\Theta_2$	+2 ,64	—2 ,2	—1 ,1	4	31 57 28 ,8	0,529 297	3 445,95
4	31 57 25 ,8	——— ,, ———	+1 ,1	26 ,9	$-\delta_4+\Theta_2$	−2 ,30	+1 ,9	+3 ,0				
	179 59 56 ,0	$w_1 = -4″,0$	+4 ,0	00 ,0		−0 ,01	0 ,0	+4 ,0		180 00 00 ,0		
5	56 34 35 ,1	$-\frac{1}{4}w_2 - u$	−0 ,7	34 ,4	$\delta_5+\Theta_3$	+1 ,86	—1 ,6	—2 ,3				
6	38 02 34 ,2	——— ,, ———	−0 ,7	33 ,5	$-\delta_6+\Theta_3$	−2 ,22	+1 ,9	+1 ,2	3	53 25 23,0	0,803 058	5 760,27
7	28 15 28 ,6	$-\frac{1}{4}w_2 + u$	−0 ,9	27 ,7	$\delta_7+\Theta_4$	+2 ,82	—2 ,4	—3 ,3	4+5	88 32 01,6	0,999 672	7 170,57
8	57 07 25 ,3	——— ,, ———	−0 ,9	24 ,4	$-\delta_8+\Theta_4$	−2 ,46	+2 ,1	+1 ,2	6	38 02 35 ,4	0,616 255	4 420,35
	180 00 03 ,2	$w_2 = +3″,2$	−3 ,2	00, 0		0 ,00	−0 ,0	−3 ,2		180 00 00 ,0		
									5	56 34 32 ,8	0,834 615	5 724,41
									6+7	66 18 00 ,7	0,915 664	6 280,30
									8	57 07 26 ,5	0,839 848	5 760,30
										180 00 00 ,0		
									7	28 15 25 ,3	0,473 428	3 445,93
									1+8	99 53 12 ,1	0,985 149	7 170,57
									2	51 51 22 ,6	0,786 464	5 724,41
										180 00 00 ,0		

$w_3 = 3+4+5+6-180° = -0″,8$; $\Theta_1 = g-h = -0,49$; $[AA] = 42,3$; $k = -\frac{w}{[AA]} = -0,843$

$u = \frac{1}{8}(2w_3 - w_1 + w_2) = -0″,1$; $\Theta_2 = g-t = +1,08$; Control :

$g = -\frac{1}{8}\Sigma\delta_{i,j} = -0,01$; $\Theta_3 = g+h = +0,47$; $v'_3+v'_4+v'_5+v'_6 = -w_3$;

$h = \frac{1}{4}(\delta_{1,2}-\delta_{5,6}) = +0,48$; $\Theta_4 = g+t = -1,10$. $A_3+A_4+A_5+A_6 = 0$;

$t = \frac{1}{4}(\delta_{3,4}-\delta_{7,8}) = -1,09$; $v''_3+v''_4+v''_5+v''_6 = 0$.

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Numărul unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare $\delta_{i,j}$	
1	9.831 849,6	+2,28	2	9.895 675,8	+1,65	$\delta_{1,2}=\delta_1-\delta_2$	+0,63
3	9.904 756,7	+1,56	4	9.723 693,4	+3,38	$\delta_{3,4}=\delta_3-\delta_4$	−1,82
5	9.921 488,4	+1,39	6	9.789 755,3	+2,69	$\delta_{5,6}=\delta_5-\delta_6$	−1,30
7	9.675 263,1	+3,92	8	9.924 197,6	+1,36	$\delta_{7,8}=\delta_7-\delta_8$	+2,56
	$\Sigma_1=9.333\ 357,8$			$\Sigma_2=3.333\ 322,1$			$\Sigma\delta_{i,j}=+0,07$

$w=\Sigma_1-\Sigma_2=+35,7$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B	A	B
	I		II	
α_0	102°15′27″,4	282°15′27″,4	102°15′27″,4	282°15′27″,4
<	− 99 53 12 ,1	+ 28 15 25 ,3	− 57 07 26 ,5	+ 66 18 00 ,7
α	2 22 15 ,3	310 30 52 ,7	45 08 00 ,9	348 33 28 ,1
x	6 312 032 ,33	6 312 032 ,30	6 313 019 ,82	6 313 019 ,79
x_0	6 308 589 ,34	6 307 374 ,00	6 308 589 ,34	6 307 374 ,00
Δx	+3 442 ,99	+4 658 ,30	+4 430 ,48	+5 645 ,79
cos α	0,999 144	0,649 642	0,705 456	0,980 125
s	3 445 ,94	7 170 ,57	6 280 ,30	5 760 ,28
sin α	0,041 368	0,760 240	0,708 753	0,198 379
Δy	+142 ,55	−5 451 ,35	+4 451 ,18	−1 142 ,72
y_0	5 726 381 ,96	5 731 975 ,87	5 726 381 ,96	5 731 975 ,87
y	5 726 524 ,51	5 726 524 ,52	5 730 833 ,14	5 730 833 ,15
Mediile	x=6 312 032,32	y=5 726 524,52	x=6 313 019,80	y=5 730 833,14

5. *Aprecierea preciziei*

$m=\pm 2''$;

$$\frac{m_{AI}}{AI}=2{,}30\,m\sqrt{\frac{1}{p_{\lg AI}}}\cdot 10^{-6}=1:78\,000;$$

$$m_{(AI)}=m\sqrt{\frac{1}{p_{(AI)}}}=\pm 2''{,}0;$$

$$M_1=mAI\sqrt{5{,}30\frac{1}{p_{\lg AI}}+23{,}5\frac{1}{p_{(AI)}}}\cdot 10^{-6}=0{,}06\,m$$

$$\frac{m_{BII}}{BII}=1:154\,000;$$

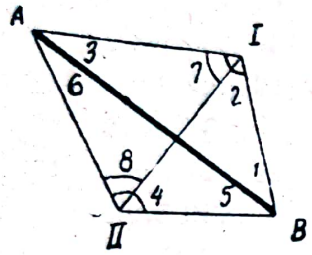
$$m_{(BII)}=\pm 2''{,}0;$$

$$M_{II}=0{,}07\ \text{m}.$$

Calculat _____ „_____" _____ 19___.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2. **Compensarea figurii 3.** (polul în vîrful A).
Punctele ce se determină: I, II — Ordinul 4



1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Latura
A	3	6 112 772,15	5 564 427,26	133°18′43″,4	8 052,14
B	3	6 107 248,61	5 570 286,23		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Primele corecții v'		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați Ai		Corecțiile secunde $v''_i = Aik$	Corecțiile definitive v	Nr. unghiurilor	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	33°35′56″,9	$-1/3\ w_1 - u$	+″,3	57″,2	$\delta_1 + g_1$	+1,80	−0″,5	−0″,2	1	33°35′56″,7	0,553 378	4 973,55
2	116 22 24 ,8	„	+0,2	25 ,0	$-\delta_2 + g_1$	−0,33	+0 ,1	+0 ,3	2	116 22 25 ,1	0,895 916	8 052,14
3	30 01 36 ,4	$-1/3\ w_1 + 2u$	+1,4	37 ,8	$g + g_1$	−1,46	+0 ,4	+1 ,8	3	30 01 38 ,2	0,500 412	4 497,51
	179 59 58 ,1	$w_1 = -1″,9$	+1 ,9	00 ,0		+0,01	0 ,0	+1 ,9		180 00 00 ,0		
4	126 01 03 ,0	$-1/3\ w_2 - u$	−0 ,6	02 ,4	$\delta_3 + g_2$	+0,22	−0 ,1	−0 ,7				
5	30 04 53 ,0	„	−0 ,6	52 ,4	$-\delta_5 + g_2$	−1,88	+0 ,5	−0 ,1	4	126 01 02 ,3	0,808 839	8 052,14
6	23 54 04 ,6	$-1/3 w_2 + 2u$	+0 ,6	05 ,2	$g + g_2$	+1,66	−0 ,4	+0 ,2	5	30 04 52 ,9	0,501 229	4 989,82
	180 00 00 ,6	$w_2 = +0″,6$	−0 ,6	00 ,0		0,00	0 ,0	−0 ,6	6	23 54 04 ,8	0,405 163	4 033,47
7	63 13 10 ,2	$3u$	+1 ,1	11 ,3	$\delta_7 + g$	−1,17	+0 ,3	+1 ,4		180 00 00 ,0		
8	62 51 04 ,6	„	+1 ,1	05 ,7	$-\delta_8 + g$	+0,97	−0 ,3	+0 ,8				
									7	63 13 11 ,6	0,892 743	4 989,84
									8	62 51 05 ,4	0,889 827	4 973,55
									3+6	53 55 43 ,0	0,808 284	4 517,77
										180 00 00 ,0		
									2—7	53 09 13 ,5	0,800 247	4 033,46
									1+5	63 40 49 ,6	0,896 335	4 517,77
									4—8	63 09 56 ,9	0,892 316	4 497,51
										180 00 00 ,0		

$w_3 = 3 + 6 + 7 + 8 - 180° = -4″2$: $\quad [AA] = 14,13$; $\quad k = -\dfrac{w}{[AA]} = -0,248$

$$u = -0,1 \left\{ w_3 - \frac{1}{3}(w_1 + w_2) \right\} = +0″,38.$$

Controlul
$$\begin{cases} v'_3 + v'_6 + v'_7 + v'_8 = -w_3; \\ A_3 + A_6 + A_7 + A_8 = 0; \\ v_3 + v''_6 + v''_7 + v''_8 = 0. \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Nr. unghiurilor	lg sin ale unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	lg sin ale unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare	
1	9.743 023,6	+3,17	2	9.952 267,5	−1,04	$\rho_1=-\frac{1}{3}(\delta_1-\delta_2)$	−1,40
4	9.907 862,1	−1,53	5	9.700 034,6	+3,63	$\rho_2=-\frac{1}{3}(\delta_4-\delta_5)$	+1,72
7	9.950 725,8	+1,06	8	9.949 305,9	+1,08	$\delta_{7,8}=\delta_7-\delta_8$	−0,02
	Σ_1=9.601 611,5			Σ_2=9.601 608,0		$\Theta=0,1(\rho_1+\rho_2+\delta_{7,8})$=	+0,03

$w=\Sigma_1-\Sigma_2=+3,5$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

$g=-3\Theta=-0,09$; $g_1=\rho_1+\Theta=-1,37$; $g_2=\rho_2+\Theta=+1,75$.

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B	A	B
	I		II	
α_0	133°18′43″,4	313°18′43″,4	133°18′43″,4	313°18′43″,4
$<$	− 30 01 38 ,2	+ 33 35 56 ,7	+ 23 54 04 ,8	− 30 04 52 ,9
α	103 17 05 ,2	346 54 40 ,1	157 12 48 ,2	283 13 50 ,5
x	6 111 629,27	6 111 629,27	6 108 171,76	6 108 171,76
x_0	6 112 772,15	6 107 248,61	6 112 772,15	6 107 248,61
Δx	−1 142,88	+4 380,66	−4 600,39	+ 923,15
cos α	0,229 791	0,974 020	0,921 954	0,228 872
s	4 973,55	4 497,51	4 989,83	4 033,46
sin α	0,973 240	0,226 462	0,387 300	0,973 456
Δy	+4 840,46	−1 018,52	+1 932,56	−3 926,40
y_0	5 564 427,26	5 570 286,23	5 564 427,26	5 570 286,23
y	5 569 267,72	5 569 267,71	5 566 359,82	5 566 359,83
Mediile	x = 6 111 629,27	y = 5 569 267,72	x = 6 108 171,76	y = 5 566 359,82

5. *Aprecierea preciziei*

$$m=\pm 2''$$

$$\frac{m_{AI}}{AI}=2{,}30m\sqrt{\frac{1}{p_{\lg AI}}}\cdot 10^{-6}=1:135\,000;$$

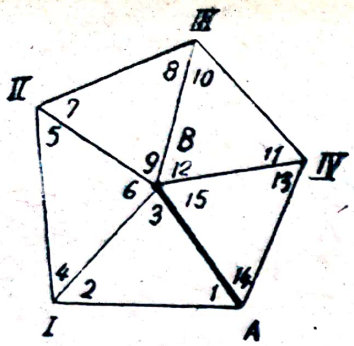
$$m_{(AI)}=m\sqrt{\frac{1}{p_{(AI)}}}=\pm 1''{,}2;$$

$$M_I=mAI\sqrt{5{,}30\cdot\frac{1}{p_{\lg AI}}+23{,}5\cdot\frac{1}{p_{(AI)}}}\cdot 10^{-6}=0{,}05\ m$$

$$\frac{m_{AII}}{AII}=1:130\,000;\ m_{(AII)}=\pm 1''{,}2;M_{II}=0{,}05\ m$$

Calculat_____"____" _____19___

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 3. **Compensarea figurii 5.** Punctele ce se determină: I, II, III, IV — Ordinul 4

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiul de orientare	Latura
A	3	6 107 563,81	5 571 684,52	320°47′28″,1	6013,21
B	3	6 112 223,13	5 567 883,28		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Ordinul	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați A_i		Corecțiile secunde $v''_i = A_i k$	Corecțiile totale v	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	49°34′17″,6	$-1/3 w_1 + u$	−0″,2	17″,4	$\delta_1 + \rho_1 + \Theta$	+1,59	−0″,1	−0″,3	49°34′17″,3	0,761 216	5 235,26
2	60 57 57 ,7	——,,——	−0 ,2	57 ,5	$-\delta_2 + \rho_1 + \Theta$	−1,38	+0 ,1	−0 ,1	60 57 57 ,6	0,874 332	6 013,21
3	69 27 44 ,8	$-1/3 w_1 - 2u$	+0 ,3	45 ,1	$\rho_1 - 2\Theta$	−0,21	0	+0 ,3	69 27 45 ,1	0,936 443	6 440,38
	180 00 00 ,1	$w_1 = +0″,1$	−0 ,1	0		0	0	−0 ,1	180 00 00 ,0		
4	49 41 04 ,5	$-1/3 w_2 + u$	−1 ,6	02 ,9	$\delta_4 + \rho_2 + \Theta$	+1,65	−0 ,1	−1 ,7	49 41 02 ,8	0,762 489	4 783,66
5	56 33 40 ,7	——,,——	−1 ,6	39 ,1	$-\delta_5 + \rho_2 + \Theta$	−1,52	+0 ,1	−1 ,5	56 33 39 ,2	0,834 472	5 235,26
6	73 45 18 ,9	$-1/3 w_2 - 2u$	−0 ,9	18 ,0	$\rho_2 - 2\Theta$	−0,13	0	−0 ,9	73 45 18 ,0	0,960 074	6 023,25
	180 00 04 ,1	$w_2 = +4″,1$	−4 ,1	0		0	0	−4 ,1	180 00 00 ,0		
7	53 35 04 ,3	$-1/3 w_3 + u$	+0 ,3	04 ,6	$\delta_7 + \rho_3 + \Theta$	+1,50	−0 ,1	+0 ,2	53 35 04 ,5	0,804 734	4 598,44
8	56 50 23 ,8	——,,——	+0 ,4	24 ,2	$-\delta_8 + \rho_3 + \Theta$	−1,44	+0 ,1	+0 ,5	56 50 24 ,3	0,837 147	4 783,66
9	69 34 30 ,2	$-1/3 w_3 - 2u$	+1 ,0	31 ,2	$\rho_3 - 2\Theta$	−0,06	0	+1 ,0	69 34 31 ,2	0,937 132	5 355,00
	179 59 58 ,3	$w_3 = -1″,7$	+1 ,7	0		0	0	+1 ,7	180 00 00 ,0		
10	47 32 51 ,3	$-1/3 w_4 + u$	−0 ,9	50 ,4	$\delta_{10} + \rho_4 + \Theta$	+2,19	−0 ,1	−1 ,0	47 32 50 ,3	0,737 835	5 514,28
11	37 58 23 ,8	——,,——	−0 ,9	22 ,9	$-\delta_{11} + \rho_4 + \Theta$	−2,44	+0 ,1	−0 ,8	37 58 23 ,0	0,615 291	4 598,44
12	94 28 47 ,0	$-1/3 w_4 - 2u$	−0 ,3	46 ,7	$\rho_4 - 2\Theta$	+0,25	0	−0 ,3	94 28 46 ,7	0,996 945	7 450,76
	180 00 02 ,1	$w_4 = +2″,1$	−2 ,1	0		0	0	−2 ,1	180 00 00 ,0		
13	68 37 38 ,5	$-1/3 w_5 + u$	−0 ,7	37 ,8	$\delta_{13} + \rho_5 + \Theta$	+0,99	−0 ,1	−0 ,8	68 37 37 ,7	0,931 229	6 013,21
14	58 38 43 ,9	——,,——	−0 ,7	43 ,2	$-\delta_{14} + \rho_5 + \Theta$	−1,14	+0 ,1	−0 ,6	58 38 43 ,3	0,853 963	5 514,28
15	52 43 39 ,1	$-1/3 w_5 - 2u$	−0 ,1	39 ,0	$\rho_5 - 2\Theta$	+0,05	0	−0 ,1	52 43 39 ,0	0,795 764	5 138,47
	180 00 01 ,5	$w_5 = +1″,5$	−1 ,5	0		0	0	−1 ,5	180 00 00 ,0		

$w_g = 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + \ldots - 360° = 0″,0$; $[AA] = 27,0$;

$k = -\dfrac{w}{[AA]} = -0,052$

Controlul: $v'_3 + v'_6 + v'_9 + v'_{12} + v'_{15} + \ldots = -w_g = 0″,0$;

$A_3 + A_6 + A_9 + A_{12} + A_{15} + \ldots = 0$;

$v''_3 + v''_6 + v''_9 + v''_{12} + v''_{15} + \ldots = 0$.

$2u = \dfrac{1}{N}\left(w_g - \dfrac{1}{3}\sum_1^N w_v\right) = -0″,4$; $u = -0″,2$; N—numărul figurilor

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare	
1	9. 881 507,8	+1,80	2	9. 941 676,2	+1,17	$\rho_1 = -\frac{1}{3}(\delta_1 - \delta_2)$	−0,21
4	9. 882 233,7	+1,79	5	9. 921 411,5	+1,39	$\rho_2 = -\frac{1}{3}(\delta_4 - \delta_5)$	−0,13
7	9. 905 652,5	+1,55	8	9. 922 801,7	+1,38	$\rho_3 = -\frac{1}{3}(\delta_7 - \delta_8)$	−0,06
10	9. 867 959,4	+1,93	11	9. 789 080,1	+2,70	$\rho_4 = -\frac{1}{3}(\delta_{10} - \delta_{11})$	+0,26
13	9. 969 056,4	+0,83	14	9. 931 438,9	+1,29	$\rho_5 = -\frac{1}{3}(\delta_{13} - \delta_{14})$	+0,15

$\Sigma_1 = 9.\ 506\ 409{,}8$ $\quad \Sigma_2 = 9.\ 506\ 408{,}4$ $\quad 2\theta = \frac{1}{N}[\rho] = 0{,}00$

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +\ 1{,}4$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal $\quad \theta = 0{,}00$

4. *Calculul coordonatelor*

Elemente	A	I	II	III	IV
	I	II	III	IV	A
α_0	320°47′27″,6	91°13′10″,3	160°34′09″,9	230°25′26″,2	306°02′11″,6
	—	—	—	—	—
$<$	49 34 17 ,3	110 39 00 ,4	110 08 43 ,7	104 23 14 ,6	106 36 00 ,7
α	271 13 10 ,3	340 34 09 ,9	50 25 26 ,2	126 02 11 ,6	199 26 10 ,9
x	6 107 700,88	6 113 381,08	6 116 792,72	6 112 409,43	6 107 563,79
x_0	6 107 563,81	6 107 700,88	6 113 381,08	6 116 792,72	6 112 409,43
Δx	+137,07	+5 680,20	+3 411,64	−4 383,29	−4 845,64
cos α	0,021 283	0,943 045	0,637 095	0,588 301	0,943 012
s	6 440,38	6 023,25	5 355,00	7 450,76	5 138,47
sin α	0,999 774	0,332 664	0,770 779	0,808 641	0,332 760
Δy	−6 438,92	−2 003,72	+4 127,52	+6 024,99	−1 709,88
y_0	5 571 684,52	5 565 245,60	5 563 241,88	5 567 369,40	5 573 394,39
y	5 565 245,60	5 563 241,88	5 567 369,40	5 573 394,39	5 571 684,51

5. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm\ 2''\,;$$

$$\frac{m_{BII}}{BII} = 2{,}30\ m\sqrt{\frac{1}{p_{lg\ BII}}} \cdot 10^{-6} = 1 : 83\ 000\,;$$

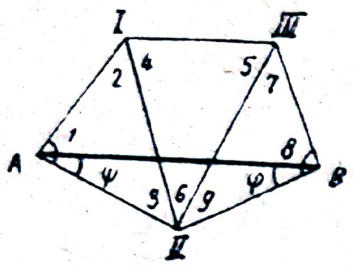
$$m_{(BII)} = m\sqrt{\frac{1}{p_{(BII)}}} = \pm\ 1''{,}8\,;$$

$$M_{II} = m\ BII\sqrt{5{,}30\ \frac{1}{p_{lg\ BII}} + 23{,}5\ \frac{1}{p_{(BII)}}} \cdot\ 10^{-6} = 0{,}07\ m.$$

Calculat_____

„_____" _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 4. **Compunerea figurii 6.** Puncte ce se determină I, II, III, Ordinul 4

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	3	6 112 772,15	5 564 427,26	89°12′35″,6	8 052,14
B	3	6 112 883,19	5 572 478,64		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor măsurate	Coeficienții transformați A_i	Corecțiile secunde $v_i''=A_i k$		Corecțiile totale v	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	68°27′26″,0	$-{}^1/_3 w_1+u$	−0″,5	25″,5	$\delta_1+\varepsilon_1$	+0,82	+0″,2	−0″,3	68°27′25″,7	0,930 143	5 118,82
2	58 39 26 ,5	—— ,, ——	−0 ,5	26 ,0	$-\delta_2+\varepsilon_1$	−1,31	−0 ,3	−0 ,8	58 39 25 ,7	0,854 070	4 700,17
3	52 53 09 ,4	$-{}^1/_3 w_1-2u$	−0 ,9	08 ,5	$\omega+\varepsilon_1$	+0,49	+0 ,1	−0 ,8	52 53 08 ,6	0,797 434	4 388,49
	180 00 01 ,9	$-w_1=$	−1 ,9	0		0	0	−1 ,9	180 00 00, 0		
	$w_1=+1,9$										
4	66 30 47 ,6	$-{}^1/_3 w_2+u$	+0 ,5	48 ,1	$\delta_4+\varepsilon_2$	+0,79	+0 ,2	+0 ,7	66 30 48 ,3	0,917 154	5 279,22
5	62 47 01 ,8	—— ,, ——	+0 ,5	02 ,3	$-\delta_5+\varepsilon_2$	−1,19	−0 ,3	+0 ,2	62 47 02 ,0	0,889 288	5 118,82
6	50 42 09 ,5	$-{}^1/_3 w_2-2u$	+0 ,1	09 ,6	$\omega+\varepsilon_2$	+0,40	+0 ,1	+0 ,2	50 42 09 ,7	0,773 870	4 454,46
	179 59 58 ,9	$-w_2=$	+1 ,1	0		0	0	+1 ,1	180 00 00 ,0		
	$w_2=-1,1$										
7	45 38 51 ,1	$-{}^1/_3 w_3+u$	+0 ,3	51 ,4	$\delta_7+\varepsilon_3$	+1,13	+0 ,3	+0 ,6	45 38 51, 7	0,715 054	3 790,15
8	95 08 15 ,7	—— ,, ——	+0 ,4	16 ,1	$-\delta_8+\varepsilon_3$	+0,73	−0 ,2	+0 ,2	95 08 15 ,9	0,995 983	5 279,22
9	39 12 52 ,5	$-{}^1/_3 w_3-2u$	0 ,0	52 ,5	$\omega+\varepsilon_3$	−0,40	−0 ,1	−0 ,1	39 12 52 ,4	0,632 226	3 351,11
	179 59 59 ,3	$-w_3=$	+0 ,7	0		0	0	+0 ,7	180 00 00, 0		
	$w_3=-0,7$										
φ	20 39 49 ,8	$-3u$	−0 ,4	49 ,4	$\omega+\delta_\varphi$	+6,09	+1 ,5	+1 ,1	20 39 50 ,9	0,352 889	4 700,15
ψ	16 32 00 ,4	—— ,, ——	−0 ,4	00 ,0	$\omega+\delta_\psi$	−6,58	−1 ,6	−2 ,0	16 31 58 ,4	0,284 566	3 790,15
3+6+9	142 48 11 ,4	$v_3'+v_6'+v_9'$	−0 ,8	10 ,6	$A_3+A_6+A_9$	+0,49	+0 ,1	−0 ,7	142 48 10 ,7	0,604 557	8 052,14
	180 00 01 ,6	$-w_4=$	−1 ,6	0	0		0	−1 ,6	180 00 00 ,0		

$w_4=+1,6$ $\qquad [AA]=87,2;\qquad k=-\dfrac{w}{[AA]}=+0,25$

$2u=\dfrac{1}{18}\left(3w_4-\sum_1^3 w_v\right)=+0″,3;\qquad u=+0″,1;\qquad$ Controlul $v_3''+v_6''+v_9''=v_{3+6+9}''$

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție la latură*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare ρ		ε	
1	9.968 549,6	+0,84	2	9.931 493,8	+1,29	$\rho_1 = -\frac{1}{3}(\delta_1 - \delta_2)$	+0,15	$\varepsilon_1 = \rho_1 + \theta$	−0,02
4	9.962 441,8	+0,91	5	9.949 042,7	+1,08	$\rho_2 = -\frac{1}{3}(\delta_4 - \delta_5)$	+0,06	$\varepsilon_2 = \rho_2 + \theta$	−0,11
7	9.854 338,8	+2,05	8	9.998 251,5	−0,19	$\rho_3 = -\frac{1}{3}(\delta_7 - \delta_8)$	−0,75	$\varepsilon_3 = \rho_3 + \theta$	−0,92
φ	9.547 630,1	+5,58	ψ	9.454 193,9	+7,09	$\delta_{\varphi-\delta\chi}$	−1,51		

$\Sigma_1 = 9.332\ 960,3$ $\quad \Sigma_2 = 9.332\ 981,9$ $\quad \Sigma = -2,05;$

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = -21,6$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal $\quad \omega = -\frac{1}{4}\Sigma = +0,51;$ $\quad \Theta = -\frac{1}{3}\omega = -0,17$

4. *Calculul coordonatelor*

Elemente	A	I	II	III
	I	II	III	B
α_0	89°12′35″,6	217°17′08″,3	338°37′42″,6	209°19′52″,3
	−	−	+	−
<	51 55 27 ,3	58 39 25,7	50 42 09 ,7	45 38 51 ,7
α	37 17 08 ,3	158 37 42,6	29 19 52 ,3	163 41 00 ,6
x	6 116 263,74	6 111 496,91	6 116 099,34	6 112 883,20
x_0	6 112 772,15	6 116 263,74	6 111 496,91	6 116 099,34
Δx	+3 491,59	−4 766,83	+4 602,43	−3 216,14
cosα	0,795 625	0,931 237	0,871 802	0,959 725
s	4 388,49	5 118,82	5 279,27	3 351,11
sinα	0,605 789	0,364 413	0,489 857	0,280 943
Δy	+2 658,50	+1 865,36	+2 586,06	+ 941,47
y_0	5 564 427,26	5 567 085,76	5 568 951,12	5 571 537,18
y	5 567 085,76	5 568 951,12	5 571 537,16	5 572 478,65

5. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm 2'';$$

$$\frac{m_{AII}}{A_{II}} = 2,30\ m\sqrt{\frac{1}{p_{1g\ AII}}}\cdot 10^{-6} = 1 : 192\ 000;$$

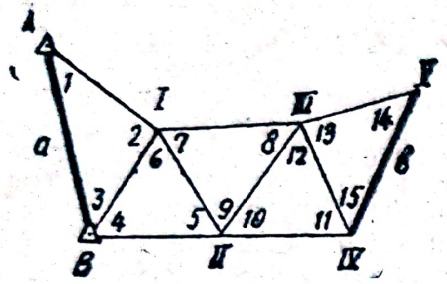
$$m_{AII} = m\sqrt{\frac{1}{p_{(AII)}}} = \pm 1'',0;$$

$$M_{II} = mA\ II\sqrt{5,30\ \frac{1}{p_{1gAII}} + 23,5\ \frac{1}{p_{(AII)}}\ 10^{-6}} = 0,03\ m.$$

Calculat _____

_____ 19 _____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 5. **Compensarea figurii 7.** Punctele ce se determină: I, II, III, IV, V

1. *Datele inițiale* Rețeaua analitică

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiul de orientare	Laturile
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82	150°45′00″,2	4 241,00
B	4	6 112 682,14	5 572 366,06		2 987,12
IV—V					

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime $v'_i = -\frac{1}{3} w_k$	Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați A_i		Corecțiile secunde $v''_i = A_i k$	Corecțiile totale v	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	— 4″	02″	$\delta_1+\rho_1$	+2,3	—2″	— 6″	30°42′00″	0,510 543	2 166,38
2	91 52 44	— 4	40	$-\delta_2+\rho_1$	—1,1	+1	— 3	91 52 41	0,999 463	4 241,00
3	57 25 22	— 4	18	ρ_1	—1,2	+1	— 3	57 25 19	0,842 658	3 575,63
$w_1=+12″$	180 00 12	—12	0		0	0	—12	180 00 00		
4	53 21 43	+ 3	46	$\delta_4+\rho_2$	+1,4	—1	+ 2	53 21 45	0,802 427	1 918,23
5	64 59 20	+ 3	23	$-\delta_5+\rho_2$	—1,2	+1	+ 4	64 59 24	0,906 234	2 166,38
6	61 38 48	+ 3	51	ρ_2	—0,2	0	+ 3	61 38 51	0,880 042	2 103,77
$w_2=-9″$	179 59 51	+ 9	0		0	0	+ 9	180 00 00		
7	60 33 22	— 1	21	$\delta_7+\rho_3$	+1,6	—2	— 3	60 33 19	0,870 831	2 518,35
8	41 33 10	— 1	09	$-\delta_8+\rho_3$	—2,0	+2	+ 1	41 33 11	0,663 314	1 918,23
9	77 53 31	— 1	30	ρ_3	+0,4	0	— 1	77 53 30	0,977 753	2 827,55
$w_3=+3″$	180 00 03	— 3	0		0	0	— 3	180 00 00		
10	43 29 43	0	43	$\delta_{10}+\rho_4$	+1,8	—2	— 2	43 29 41	0,688 288	1 957,07
11	62 20 08	+ 1	09	$-\delta_{11}+\rho_4$	—1,4	+2	+ 3	62 20 11	0,885 688	2 518,35
12	74 10 07	+ 1	08	ρ_4	—0,4	0	+ 1	74 10 08	0,962 070	2 735,53
$w_4=-2″$	179 59 58	+ 2	0		0	0	+ 2	180 00 00		
13	94 08 51	+ 1	52	$\delta_{13}+\rho_5$	+0,6	—1	0	94 08 51	0,997 382	2 987,12
14	40 48 04	0	04	$-\delta_{14}+\rho_5$	—1,5	+2	+ 2	40 48 06	0,653 443	1 957,04
15	45 03 03	+ 1	04	ρ_5	+0,9	— 1	0	45 03 03	0,707 734	2 119,64
$w_5=-2″$	179 59 58	+ 2	0		0	0	+ 2	180 00 00		

$[AA]=26,9$; $\quad k=-\frac{w}{[AA]}=-1,1.$

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de acord bază*

Nr. unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimi auxiliare ρ	
a	3.627 468		*b*	3.475 253			
1	9.708 039	+3,5	2	9.999 767	−0,1	$\rho_1 = -\frac{1}{3}(\delta_1 - \delta_2)$	−1,2
4	9.904 407	+1,6	5	9.957 239	+1,0	$\rho_2 = -\frac{1}{3}(\delta_4 - \delta_5)$	−0,2
7	9.939 936	+1,2	8	9.821 714	+2,4	$\rho_3 = -\frac{1}{3}(\delta_7 - \delta_8)$	+0,4
10	9.837 774	+2,2	11	9.947 279	+1,1	$\rho_4 = -\frac{1}{3}(\delta_{10} - \delta_{11})$	−0,4
13	9.998 861	−0,2	14	9.815 203	+2,4	$\rho_5 = -\frac{1}{3}(\delta_{13} - \delta_{14})$	+0,9

$\Sigma_1 = 3.016\,485$ $\Sigma_2 = 3.016\,455$

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +30$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elem. formulei	A	I	III	V	IV	II
	I	III	V	IV	II	*B*
α_0	150°45″00″	300°03′00″	265°58′09″	236°05′59″	15°17′53″	87°54′39″
	—	—	—	—	—	—
<	30 42 00	214 04 51	209 52 10	40 48 06	107 23 14	186 22 35
α	120 03 00	85 58 09	56 05 59	195 17 53	267 54 39	261 32 04
x	6 114 591,88	6 114 790,64	6 115 972,87	6 113 091,60	6 112 991,88	6 112 682,17
x_0	6 116 382,40	6 114 591,88	6 114 790,64	6 115 972,87	6 113 091,60	6 112 991,88
Δx	−1 790,52	+ 198,76	+1 182,23	−2 881,27	−99,72	−309,71
cos α	0,500 756	0,070 293	0,557 749	0,964 566	0,036 455	0,147 215
s	3 575,63	2 827,55	2 119,64	2 987,12	2 735,53	2 103,77
sin α	0,865 589	0,997 527	0,830 009	0,263 840	0,999 335	0,989 105
Δy	+3 095,03	+2 820,56	+1 759,32	— 788,12	−2 733,71	−2 080,85
y_0	5 570 293,82	5 573 388,85	5 576 209,41	5 577 968,73	5 577 180,61	5 574 446,90
y	5 573 388,85	5 576 209,41	5 577 968,73	5 577 180,61	5 574 446,90	5 572 366,05

5. *Aprecierea preciziei*

$m = \pm 15''$;

$$\frac{m_{II-III}}{II-III} = 2{,}30\, m \sqrt{\frac{1}{p_{lgII-III}}} \cdot 10^{-6} =$$

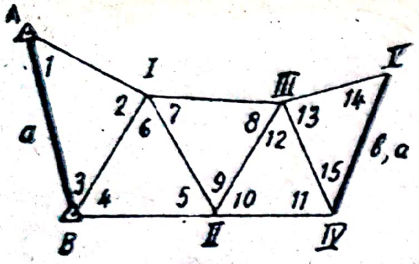
$$= 1 : 11\,800;$$

$$m_{(IV-V)} = m \sqrt{\frac{1}{p_{(IV-V)}}} = \pm 27''$$

Calculat _____

„____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 6. **Compensarea figurii** 8. Punctele ce se determină: I, II, III, IV, V

1. *Date inițiale* — Rețeaua analitică

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiul de orientare	Laturile
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 112 682,14	5 572 366,06	150°45′00″,2	4 241,00
IV—V				15 18 13	2 987,12

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. ungh.	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați A_i		Corecțiile secunde $v''_i = A_i k$	Corecțiile totale v	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	$-1/3\,w_1+u$	— 6″	00″	$\delta_1+\rho_1+\Theta$	+ 2,4	— 3″	— 9″	30°41′57″	0,510 530	2 166,32
2	91 52 44	——,,——	— 6	38	$-\delta_2+\rho_1+\Theta$	— 1,0	+ 2	— 4	91 52 40	0,999 463	4 241,00
3	57 25 22	$-1/3\,w_1-2u$	0	22	$\rho_1-2\Theta$	— 1,4	+ 1	+ 1	57 25 23	0,842 669	3 575,68
	180 00 12	$w_1=+12''$	—12	0		0	0	—12	180 00 00		
4	53 21 43	$-1/3w_2-u$	+ 5	48	$\delta_4+\rho_2-\Theta$	+ 1,3	— 2	+ 3	53 21 46	0,802 430	1 918,17
5	64 59 20	——,,——	+ 5	25	$-\delta_5+\rho_2-\Theta$	— 1,3	+ 2	+ 7	64 59 27	0,906 240	2 166,32
6	61 38 48	$-1/3w_2+2u$	— 1	47	$\rho_2+2\Theta$	0	0	— 1	61 38 47	0,880 033	1 103,67
	179 59 51	$w_2=-9''$	+ 9	0		0	0	+ 9	180 00 00		
7	60 33 22	$-1/3w_3+u$	— 3	19	$\delta_7+\rho_3+\Theta$	+ 1,7	— 2	— 5	60 33 17	0,870 826	2 518,28
8	41 33 10	——,,——	— 3	07	$-\delta_8+\rho_3+\Theta$	— 1,9	+ 2	— 1	41 33 09	0,663 306	1 918,17
9	77 53 31	$-1/3w_3-2u$	+ 3	34	$\rho_3-2\Theta$	+ 0,2	0	+ 3	77 53 34	0,977 757	2 827,51
	180 00 03	$w_3=+3''$	— 3	0		0	0	— 3	180 00 00		
10	43 29 43	$-1/3w_4-u$	+ 2	45	$\delta_{10}+\rho_4-\Theta$	+ 1,7	— 2	0	43 29 43	0,688 295	1 957,02
11	62 20 08	——,,——	+ 3	11	$-\delta_{11}+\rho_4-\Theta$	— 1,5	+ 2	+ 5	62 20 13	0,885 693	2 518,28
12	74 10 07	$-1/3w_4+2u$	— 3	04	$\rho_4+2\Theta$	— 0,2	0	— 3	74 10 04	0,962 065	2 735,43
	179 59 58	$w_4=-2''$	+ 2	0		0	0	+ 2	180 00 00		
13	94 08 51	$-1/3w_5+u$	— 2	49	$\delta_{13}+\rho_5+\Theta$	+ 0,7	— 1	— 3	94 08 48	0,997 383	2 987,12
14	40 48 04	——,,——	— 1	03	$-\delta_{14}+\rho_5+\Theta$	— 1,4	+ 2	+ 1	40 48 05	0,653 439	1 957,02
15	45 03 03	$-1/3\,w_5-2u$	+ 5	08	$\rho_5-2\Theta$	+ 0,7	— 1	+ 4	45 03 07	0,707 748	2 119,67
	179 59 58	$w_5=-2''$	+ 2	0		0	0	+ 2	180 00 00		

$w_a=(AB)+3-6+9-12+15+\ldots-180°-\alpha=-12''$; $\quad [AA]=26{,}8$; $k=-\dfrac{w}{[AA]}=-1{,}2$;

$2u=\dfrac{1}{N}\left[w_a-\dfrac{1}{3}(w_1-w_2+w_3-w_4+w_5-\ldots)\right]=+4''$; $\quad u=+2''$; $\quad N$ — numărul triunghiurilor

Control: $v'_3-v'_6+v'_9-v'_{12}+v'_{15}-\ldots=-w=+12''$; $\quad A_3-A_6+A_9-A_{12}+A_{15}-\ldots+=0$; $\quad v''_3-v''_6+v''_9-v''_{12}+v''_{15}-\ldots=0$.

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de acord bază.*

Nr. unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Numărul unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare ρ	
a	3.627 468		*b*	3.475 253			
1	9.708 032	+3,5	2	9.999 767	−0,1	$\rho_1 = -\frac{1}{3}(\delta_1 - \delta_2)$	−1,2
4	9.904 410	+1,6	5	9.957 241	+1,0	$\rho_2 = -\frac{1}{3}(\delta_4 - \delta_5)$	−0,2
7	9.939 934	+1,2	8	9.821 709	+2,4	$\rho_3 = -\frac{1}{3}(\delta_7 - \delta_8)$	+0,4
10	9.837 779	+2,2	11	9.947 281	+1,1	$\rho_4 = -\frac{1}{3}(\delta_{10} - \delta_{11})$	−0,4
13	9.998 861	−0,2	14	9.815 200	+2,4	$\rho_5 = -\frac{1}{3}(\delta_{13} - \delta_{14})$	+0,9
	$\Sigma_1 = 3.016\,484$			$\Sigma_2 = 3.016\,451$			

$$2\Theta = \frac{1}{N}(\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4 + \rho_5 - \ldots) = +0{,}2$$

$$\Theta = +0{,}1$$

$\omega = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +33$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A / I	I / III	III / V	V / IV	IV / II	II / B
a_0	150°45′00″	300°03′03″	265°58′19″	236°06′18″	15°18′13″	87°54′53″
—	—	—	—	—	—	—
<	30 41 57	214 04 44	209 52 01	40 48 05	107 23 20	186 22 44
α	120 03 03	85 58 19	56 06 18	195 18 13	267 54 53	261 32 09
x	6 114 591,81	6 114 790,43	6 115 972,51	6 113 091,31	6 112 991,78	6 112 682,14
x_0	6 116 382,40	6 114 591,81	6 114 790,43	6 115 972,51	6 113 091,31	6 112 991,78
Δx	−1 790,59	+198,62	+1 182,08	−2 881,20	−99,53	−309,64
cos α	0,500 769	0,070 245	0,557 673	0,964 541	0,036 387	0,147 191
s	3 575,68	2 827,51	2 119,67	2 987,12	2 735,43	2 103,67
sin α	0,865 582	0,997 530	0,830 061	0,263 934	0,999 338	0,989 108
Δy	+3 095,04	+2 820 53	+1 759,46	−788,40	−2 733,62	−2 080,76
y_0	5 570 293,82	5 573 388,86	5 576 209,39	5 577 968,85	5 577 180,45	5 574 446,83
y	5 573 388,86	5 576 209,39	5 577 968,85	5 577 180,45	5 574 446,83	5 572 366,07

5. *Aprecierea preciziei*

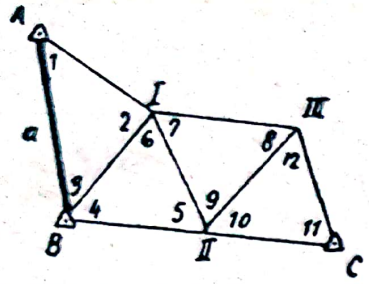
$$m = \pm 15'';$$

$$\frac{m_{II-III}}{II-III} = 2{,}30\, m \sqrt{\frac{1}{p_{lg\ II-III}}} \cdot 10^{-6} = 1 : 12\,000;$$

$$m_{(II-III)} = m \sqrt{\frac{1}{p_{(II-III)}}} = \pm 13''$$

Calculat _____

„____" _____ 19____



Exemplul 7. **Compensarea figurii 9.** Punctele ce se determină: I, II, III.

1. *Date inițiale* — Rețeaua analitică

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiul de orientare	Latura
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 112 682,14	5 572 366,06	150°45′00″,2	4 241,00
C	3	6 113 091,71	5 577 180,63		

2. *Calculul corecțiilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Primele corecții $v_i'=-\frac{1}{3}w_k$	Secundele unghiurilor corectate	δ	Coeficienții A_i^0		Coeficienții B_i^0		Coeficienții transformați A_i		Coeficienții transformați B_i		Corecțiile secunde $v_i''=A_i k_A+B_i k_B$
1	30°42′06″	−4″	02″	+3,5	$\delta_1 r_1$	+ 1,4	$\delta_1 t_1$	+17,0	$A_1^0+\varepsilon_1$	+4,4	$B_1^0+\Theta_1$	+10,9	−1″
2	91 52 44	−4	40	−0,1	$-\delta_2 r_1$	0,0	$-\delta_2 t_1$	+ 0,3	$A_2^0+\varepsilon_1$	+2,9	$B_2^0+\Theta_1$	− 5,7	+3
3	57 25 22	−4	18	—	$-qt_1$	−10,1	qr_1	+ 0,9	$A_3^0+\varepsilon_1$	−7,3	$B_3^0+\Theta_1$	− 5,2	−2
	180 00 12	−12	0		$\varepsilon_1=-\frac{1}{3}\Sigma A^0$	+ 2,9	$\Theta_1=-\frac{1}{3}\Sigma B^0$	− 6,1		0		0	0
	$w_1=+12''$												
4	53 21 43	+3	46	+1,6	$\delta_4 r_2$	− 2,4	$\delta_4 t_2$	+ 6,0	$A_4^0+\varepsilon_2$	−4,7	$B_4^0+\Theta_2$	+ 4,1	−3
5	64 59 20	+3	23	+1,0	$-\delta_5 r_2$	+ 1,5	$-\delta_5 t_2$	− 3,8	$A_5^0+\varepsilon_2$	−0,9	$B_5^0+\Theta_2$	− 5,5	+1
6	61 38 48	+3	51	—	qt_2	+ 8,0	$-qr_2$	+ 3,2	$A_6^0+\varepsilon_2$	+5,6	$B_6^0+\Theta_2$	+ 1,4	+2
	179 59 51	+9	0		$\varepsilon_2=-\frac{1}{3}\Sigma A^0$	− 2,4	$\Theta_2=-\frac{1}{3}\Sigma B^0$	− 1,8		0		0	0
	$w_2=-9''$												
7	60 33 22	−1	21	+1,2	$\delta_7 r_3$	+ 0,1	$\delta_7 t_3$	+ 3,2	$A_7^0+\varepsilon_3$	+2,1	$B_7^0+\Theta_3$	+ 4,2	0
8	41 33 10	−1	09	+2,4	$-\delta_8 r_3$	− 0,2	$-\delta_8 t_3$	− 6,5	$A_8^0+\varepsilon_3$	+1,7	$B_8^0+\Theta_3$	− 5,4	+2
9	77 53 31	−1	30	—	$-qt_3$	− 5,8	qr_3	+ 0,2	$A_9^0+\varepsilon_3$	−3,8	$B_9^0+\Theta_3$	+ 1,2	−2
	180 00 03	−3	0		$\varepsilon_3=-\frac{1}{3}\Sigma A^0$	+ 2,0	$\Theta_3=-\frac{1}{3}\Sigma B^0$	+ 1,0		0		0	0
	$w_3=+3''$												
10	43 29 43	0	43	+2,2	$\delta_{10} r_4$	− 3,8	$\delta_{10} t_4$	+ 2,2	$A_{10}^0+\varepsilon_4$	−3,8	$B_{10}^0+\Theta_4$	+ 0,6	−2
11	62 20 08	+1	09	+1,1	$-\delta_{11} r_4$	+ 1,9	$-\delta_{11} t_4$	− 1,1	$A_{11}^0+\varepsilon_4$	+1,8	$B_{11}^0+\Theta_4$	− 2,6	+2
12	74 10 07	+1	08	—	qt_4	+ 2,0	qr_4	+ 3,6	$A_{12}^0+\varepsilon_4$	+2,0	$B_{12}^0+\Theta_4$	+ 2,6	0
	179 59 58	+2	0		$\varepsilon_3=-\frac{1}{3}\Sigma A^0$	0,0	$\Theta_4=-\frac{1}{3}\Sigma B^0$	− 1,6		0		0	0
	$w_4=-2''$												

$$q=\frac{\text{Mod. } 10^6}{\rho''}=2{,}11;\ [AA]=178;\ [BB]=290;\ [AB]=+53;\ k_A=-\frac{1}{D}(w_A[BB]-w_B[AB]=+0{,}44;$$

$$D=[AA][BB]-[AB]^2=49\,000;\qquad k_B=-\frac{1}{D}(w_B[AA]-w_A[AB])=-0{,}26.$$

Scanned with OKEN Scanner

3. *Rezolvarea provizorie a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Sinusurile unghiurilor măsurate	Laturile
1	0,510 551	2 166,41
2	0,999 463	4 241,00
3	0,842 656	3 575,62
4	0,802 430	1 918,26
5	0,906 232	2 166,41
6	0,880 042	2 103,80
7	0,870 835	2 518,43
8	0,663 306	1 918,26
9	0,977 753	2 827,63
10	0,688 295	1 957,16
11	0,885 684	2 518,43
12	0,962 070	2 735,63

4. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	B	I	II	III
	I	II	III	C
α_0	330°45′00″ +	208°10′18″ −	326°31′27″ +	224°24′57″ −
$<$	57 25 18	61 38 51	77 53 30	74 10 08
α	28 10 18	146 31 27	44 24 57	150 14 49
x	6 114 591,91	6 112 991,85	6 114 790,71	6 113 091,56
x_0	6 112 682,14	6 114 591,91	6 112 991,85	6 114 790,71
Δx	+1 909,77	−1 600,06	+1 798,86	−1 699,15
$\cos \alpha$	0,881 537	0,834 119	0,714 279	0,868 173
s	2 166,41	1 918,26	2 518,43	1 957,16
$\sin \alpha$	0,472 115	0,551 585	0,699 861	0,496 263
Δy	+1 022,79	+1 058,08	+1 762,55	+971,27
y_0	5 572 366,06	5 573 388,85	5 574 446,93	5 576 209,48
y	5 573 388,85	5 574 447,93	5 576.209,48	5 577 180,75

Scanned with OKEN Scanner

5. *Calculul termenilor liberi r și t ai ecuațiilor de condiție de acord coordonate.*

$r_1=(x_C-x_B)$	+0,4
$r_2=(x_C-x_I)$	−1,5
$r_3=(x_C-x_{II})$	+0,7
$r_4=(x_C-x_{III})$	−1,7
$t_1=(y_C-y_B)$	+4,8
$t_2=(y_C-y_I)$	+3,8
$t_3=(y_C-y_{II})$	+2,7
$t_4=(y_C-y_{III})$	+1,0

$$w_A = 434\ (x_{C'} - x_C) = -\ 65$$

$$w_B = 434\ (y_{C'} - y_C) = +\ 52$$

6. *Rezolvarea definitivă a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′01″	0,510 547	2 166,39
2	91 52 43	0,999 462	4 241,00
3	57 25 16	0,842 651	3 575,61
	180 00 00		
4	53 21 43	0,802 422	1 918,22
5	64 59 24	0,906 234	2 166,39
6	61 38 53	0,880 047	2 103,79
	180 00 00		
7	60 33 21	0,870 835	2 518,34
8	41 33 11	0,663 314	1 918,22
9	77 53 28	0,977 751	2 857,53
	180 00 00		
10	43 29 41	0,688 288	1 957,06
11	62 20 11	0,885 688	2 518,34
12	74 10 08	0,962 070	2 735,52
	180 00 00		

7. Calculul coordonatelor definitive

Elementele formulei	B / I	I / II	II / III	III / C
α_0	330°45′00″ +	208°10′16″ −	326°31′23″ +	224°24′51″ −
$<$	57 25 16	61 38 53	77 53 28	74 10 08
α	28 10 16	146 31 23	44 24 51	150 14 43
x	6 114 591,90	6 112 991,90	6 114 790,75	6 113 091,71
x_0	6 112 682,14	6 114 591,90	6 112 991,90	6 114 790,75
Δx	+1 909,76	−1 600,00	+1 798,85	−1 699,04
cos α	0,881 541	0,834 108	0,714 300	0,868 158
s	2 166,39	1 918,22	2 518,34	1 957,06
sin α	0,472 106	0,551 602	0,699 840	0,496 288
Δy	+1 022,77	+1 058,09	+1 762,44	+971,27
y_0	5 572 366,06	5 573 388,83	5 574 446,92	5 576 209,36
y	5 573 388,83	5 574 446,92	5 576 209,36	5 577 180,63

8. Aprecierea preciziei

$$m = \pm 15'';$$

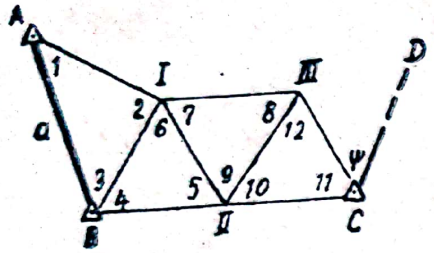
$$M_{II} = m \sqrt{\frac{1}{p_{x_{II}}} + \frac{1}{p_{y_{II}}}} \cdot 10^{-3} = 0{,}16 \ m.$$

Calculat _____

„_____“ _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 8. **Compensarea figurii 10.** Punctele ce se determină I, II, III. Reţeaua analitică

1. *Date iniţiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Latura
		x	y		
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82	150°45′00″,2	4 241,00
B	3	6 112 682,14	5 572 366,06		
C	4	6 113 091,71	5 577 180,63	15 18 13,0	
D	3				

2. *Calculul corecţiilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile prime v'		Secundele unghiurilor corectate	δ	Coeficienţii A_i^0		Coeficienţii B_i^0		Coeficienţii transformaţi A_i		Coeficienţii transformaţi B_i		Corecţiile secunde v_i''	$=A_i^k A^+ + B_i^k B$
1	30°42′06″	$-\frac{1}{3}w_1+u$	−6″	00″	+3,5	$\delta_1 r_1$	+1,4	$\delta_1 t_1$	+17,0	$A_1^0+\varepsilon_1+\sigma$	+2,7	$B_1^0+\Theta_1+\tau$	+10,3		+4″
2	91 52 44	—— „ ——	−6	38	−0,1	$-\delta_2 r_1$	+0,0	$-\delta_2 t_1$	+0,3	$A_2^0+\varepsilon_1+\sigma$	+1,2	$B_2^0+\Theta_1+\tau$	−6,4		+4
3	57 25 22	$-\frac{1}{3}w_1-2u$	0	22	—	$-qt_1$	−10,1	qr_1	+0,9	$A_3^0+\varepsilon_1-2\sigma$	−3,9	$B_3^0+\Theta_1-2\tau$	−3,9		−8
	180 00 12	$w_1=+12''$	−12	0		$\varepsilon_1=-\frac{1}{3}\Sigma A^\circ$	+2,9	$\Theta_1=-\frac{1}{3}\Sigma B^\circ$	−6,1		0		0	0	0
4	53 21 43	$-\frac{1}{3}w_2-u$	+5	48	+1,6	$\delta_4 r_2$	−2,4	$\delta_4 t_2$	+6,0	$A_4^0+\varepsilon_2-\sigma$	−3,0	$B_4^0+\Theta_2-\tau$	+4,8		−8
5	64 59 20	—— „ ——	+5	25	+1,0	$-\delta_5 r_2$	+1,5	$-\delta_5 t_2$	−3,8	$A_5^0+\varepsilon_2-\sigma$	+0,8	$B_5^0+\Theta_2-\tau$	−4,8		+3
6	61 38 48	$-\frac{1}{3}w_2+2u$	−1	47	—	qt_2	+8,0	$-qr_2$	+3,2	$A_6^0+\varepsilon_2+2\sigma$	+2,2	$B_6^0+\Theta_2+2\tau$	0,0		+5
	179 59 51	$w_2=-9''$	+9	0		$\varepsilon_2=-\frac{1}{3}\Sigma A^\circ$	−2,4	$\Theta_2=-\frac{1}{3}\Sigma B^\circ$	−1,8		0		0	0	0

7	60 33 22	$-\frac{1}{3}w_3+u$	−3	19	+1,2	$\delta_7 r_3$	+0,1	$\delta_7 t_3$	+3,2	$A_7^0+\varepsilon_3+\sigma$	+0,4	$B_7^0+\Theta_3+\tau$	+3,6	0
8	41 33 10	—— „ ——	−3	07	+2,4	$-\delta_8 r_3$	−0,2	$-\delta_8 t_3$	−6,5	$A_8^0+\varepsilon_3+\sigma$	0,0	$B_8^0+\Theta_3+\tau$	−6,2	+1
9	77 53 31	$-\frac{1}{3}w_3-2u$	+3	34	—	$-qt_3$	−5,8	qr_3	+0,2	$A_9^0+\varepsilon_3-2\sigma$	−0,4	$B_9^0+\Theta_3-2\tau$	+2,6	−1
	180 00 03	$w_3=+3''$	−3	0		$\varepsilon_3=-\frac{1}{3}\Sigma A^\circ$	+2,0	$\Theta_3=-\frac{1}{3}\Sigma B^\circ$	+1,0		0		0	0
10	43 29 43	$-\frac{1}{3}w_4-u$	+2	45	+2,2	$\delta_{10} r_4$	−3,8	$\delta_{10} t_4$	+2,2	$A_{10}^0+\varepsilon_4-\sigma$	−2,1	$B_{10}^0+\Theta_4-\tau$	+1,3	−5
11	62 20 08	—— „ ——	+3	11	+1,2	$-\delta_{11} r_4$	+1,9	$-\delta_{11} t_4$	−1,1	$A_{11}^0+\varepsilon_4-\sigma$	+3,5	$B_{11}^0+\Theta_4-\tau$	−2,0	+8
12	74 10 07	$-\frac{1}{3}w_4+2u$	−3	04	—	qt_4	+2,0	qr_4	+3,6	$A_{12}^0+\varepsilon_4+2\sigma$	−1,4	$B_{12}^0+\Theta_4+2\tau$	+0,7	−3
	179 59 58	$w_4=-2''$	+2	0		$\varepsilon_4=-\frac{1}{3}\Sigma A^\circ$	0,0	$\Theta_4=-\frac{1}{3}\Sigma B^\circ$	−1,6		+0		0	0
ψ	45 03 03	$-3u$	+5								−3σ +0,5		−3τ +2,0	+11

$$w_\alpha=(AB)+3-6+9-12+\ldots\pm\psi-180^\circ-(CD)=-12''; \quad 2\sigma=\frac{2}{2N+3}(A_3^0+\varepsilon_1-A_6^0-\varepsilon_2+A_9^0+\varepsilon_3-\ldots)=-3{,}4;\ \sigma=-1{,}7;$$

$$2u=\frac{2}{2N+3}\left[w_\alpha-\frac{1}{3}(w_1-w_2+w_3-w_4+\ldots)\right]=-4''; \quad u=-2''; \quad 2\tau=\frac{2}{2N+3}(B_3^0+\Theta_1-B_6^0-\Theta_2+B_9^0+\Theta_3-\ldots)=-1{,}4;\ \tau=-0{,}7;$$

$$[AA]=84;[AB]=+16;[BB]=276$$

$$D=[AA]\,[BB]-[AB]^2=22800. \quad K_A=-\frac{1}{D}(W_A[BB]-W_B[AB])=+2{,}16; \quad K_B=-\frac{1}{D}(W_B[AA]-W_A[AB])=-0{,}19.$$

N — numărul triunghiurilor

Scanned with OKEN Scanner

3. *Rezolvarea provizorie a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Sinusurile unghiurilor corectate	Laturile
1	0,510 543	2 166,38
2	0,999 463	4 241,00
3	0,842 666	3 575,67
4	0,802 436	1 918,24
5	0,906 236	2 166,38
6	0,880 033	2 103,74
7	0,870 831	2 518,42
8	0,663 299	1 918,24
9	0,977 757	2 827,64
10	0,688 302	1 957,16
11	0,885 688	2 518,42
12	0,962 065	2 735,59

4. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	B	I	II	III
	I	II	III	C
α_0	330°45′00″	208°10′22″	326°31′35″	224°25′09″
	+	—	+	—
$<$	57 25 22	61 38 47	77 53 34	74 10 04
α	28 10 22	146 31 35	44 25 09	150 15 05
x	6 114 591,86	6 112 991,78	6 114 790,53	6 113 091,30
x_0	6 112 682,14	6 114 591,86	6 112 991,78	6 114 790,53
Δx	+1 909,72	—1 600,08	+1 798,75	—1 699,23
cos a	0,881 528	0,834 140	0,714 238	0,868 211
s	2 166,38	1 918,24	2 518,42	1 957,16
sin α	0,472 132	0,551 553	0,699 903	0,496 196
Δy	+1 022,82	+1 058,01	+1 762,65	+ 971,13
y_0	5 572 366,06	5 573 388,88	5 574 446,89	5 576 209,54
y	5 573 388,88	5 574 446,89	5 576 209,54	5 577 180,67

5. *Calculul termenilor liberi r și t ai ecuațiilor de condiție de acord coordonate.*

$r_1 = x_C - x_B$	+0,4
$r_2 = x_C - x_I$	—1,5
$r_3 = x_C - x_{II}$	+0,1
$r_4 = x_C - x_{III}$	—1,7
$t_1 = y_C - y_B$	+4,8
$t_2 = y_C - y_I$	+3,8
$t_3 = y_C - y_{II}$	+2,7
$t_4 = y_C - y_{III}$	+1,0

$$w_A = 434\ (x'_C - x_C) = -178$$

$$w_B = 434\ (y_{C'} - y_C) = +17$$

6. *Rezolvarea definitivă a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiuri definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′04″	0,510 560	2 166,45
2	91 52 42	0,999 463	4 241,00
3	57 25 14	0,842 645	3 575,58
	180 00 00		
4	53 21 40	0,802 413	1 918,24
5	64 59 28	0,906 242	2 166,45
6	61 38 52	0,880 045	2 103,83
	180 00 00		
7	60 33 19	0,870 831	2 518 40
8	41 33 08	0,663 303	1 918,24
9	77 53 33	0,977 756	2 827,62
	180 00 00		
10	43 29 40	0,688 284	1 957,04
11	62 20 19	0,885 707	2 518,40
12	74 10 01	0,962 060	2 735,50
	180 00 00		

Scanned with OKEN Scanner

7. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	B	I	II	III
	I	II	III	C
α_0	330°45′00″	208°10′14″	326°31′22″	224°24′55″
$\pm$	+	−	+	−
$<$	57 25 14	61 38 52	77 53 33	74 10 01
α	28 10 14	146 31 29	44 24 55	150 14 54
x	6 114 591,97	6 112 991,96	6 114 790,82	6 113 091,75
x_0	6 112 682,14	6 114 591,97	6 112 991,96	6 114 790,82
Δx	+1 909,83	−1 600,01	+1 798,86	−1 699,07
cos α	0,881 546	0,834 105	0,714 286	0,868 185
s	2 166,45	1 918,24	2 518,40	1 957,04
sin α	0,472 098	0,551 606	0,699 854	0,496 242
Δy	+1 022,81	+1 058,11	+1 762,51	+971,17
y_0	5 572 366,06	5 573 388,87	5 574 446,98	5 576 209,49
y	5 573 388,87	5 574 446,98	5 576 209,49	5 577 180,66

8. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm 15''\text{;}$$

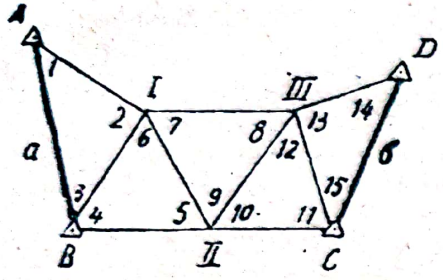
$$M_{II} = m\sqrt{\frac{1}{p_{xII}} + \frac{1}{p_{yII}}} \cdot 10^{-3} = 0{,}14\ m.$$

Calculat_____

„_____“ _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 9. **Compensarea figurii 11.** *Punctele ce se determină* I, II, III. *Reţeaua analitică.*

1. *Date iniţiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 112 682,14	5 572 366,06	150°45′00″,2	4 241,00
C	4	6 113 091,71	5 577 180,63		
D	4	6 115 972,91	5 577 969,03	15 18 13 ,0	2 987,12

2. *Calculul corecţiilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Primele corecţii $v_i' = -\frac{1}{3} w_h$	Secundele unghiurilor corectate	Coeficienţii B_i^0		C_i^0		D_i^0		Coeficienţii transformaţi A_i	B_i		C_i		D_i		Corecţiile secunde $v_i'' = A_i k_1 + B_i k_2 + C_i k_3 + D_i k_4$
1	30°42′06″	— 4″	02″	δ_1	+3,5	$\delta_1 r_1$	+1,4	$\delta_1 t_1$	+17,0	—1	$B_1^0 + \varepsilon_1$	+2,3	$C_1^0 + \Theta_1$	+4,3	$D_1^0 + \omega_1$	+ 10,9	+4
2	91 52 44	— 4	40	$-\delta_2$	+0,1	$-\delta_2 r_1$	0,0	$-\delta_2 t_1$	+ 0,3	—1	$B_2^0 + \varepsilon_1$	—1,1	$C_2^0 + \Theta_1$	+2,9	$D_2^0 + \omega_1$	— 5,7	—1
3	57 25 22	— 4	18	—	—	$-q t_1$	— 10,1	$q r_1$	+ 0,9	+2	ε_1	—1,2	$C_3^0 + \Theta_1$	—7,2	$D_3^0 + \omega_1$	— 5,2	—3
$\omega_1 = +12''$	180 00 12	—12	0	$\varepsilon_1 = -\frac{1}{3}\Sigma$	—1,2	$\Theta_1 = -\frac{1}{3}\Sigma$	+ 2,9	$\omega_1 = -\frac{1}{3}\Sigma$	— 6,1	0		0		0		0	0
4	53 21 43	+ 3	46	δ_4	+1,6	$\delta_4 r_2$	— 2,4	$\delta_4 t_2$	+ 6,0	1	$B_4^0 + \varepsilon_2$	+1,4	$C_4^0 + \Theta_2$	—4,7	$D_4^0 + \omega_2$	+4,2	—5
5	64 59 20	+ 3	23	$-\delta_5$	—1,0	$-\delta_5 r_2$	+ 1,5	$-\delta_5 t_2$	— 3,8	1	$B_5^0 + \varepsilon_2$	—1,2	$C_5^0 + \Theta_2$	—0,9	$D_5^0 + \omega_2$	—5,6	+5
6	61 38 48	+ 3	51	—	—	$q t_2$	+ 8,0	$-q r_2$	+ 3,2	—2	ε_2	—0,2	$C_6^0 + \Theta_2$	+5,6	$D_6^0 + \omega_2$	+1,4	0
$\omega_2 = -9''$	179 59 51	+ 9	0	$\varepsilon_2 = -\frac{1}{3}\Sigma$	—0,2	$\Theta_2 = -\frac{1}{3}\Sigma$	— 2,4	$\omega_2 = -\frac{1}{3}\Sigma$	— 1,8	0		0		0		0	0

Scanned with OKEN Scanner

7	60 33 22	−1	21	δ_7	+1,2	$+\delta_7 r_3$	+ 0,1	$+\delta_7 t_3$	+ 3,2	−1	$B_7^0+\varepsilon_3$	+1,6	$C_7^0+\Theta_3$	+2,1	$D_7^0+\omega_3$	+ 4,2	− 4
8	41 33 10	−1	09	$-\delta_8$	−2,4	$-\delta_8 r_3$	− 0,2	$-\delta_8 t_3$	− 6,5	−1	$B_8^0+\varepsilon_3$	−2,0	$C_8^0+\Theta_3$	+1,7	$D_8^0+\omega_3$	− 5,4	− 1
9	77 53 31	−1	30	—	—	$-qt_3$	− 5,8	$-qr_3$	+ 0,2	2	ε_3	+0,4	$C_9^0+\Theta_3$	−3,8	$D_9^0+\omega_3$	+ 1,2	+ 5
$w_3=+3''$	180 00 03	−3	0	$\varepsilon_3=-\frac{1}{3}\Sigma$	+0,4	$\Theta_3=-\frac{1}{3}\Sigma$	+ 2,0	$\omega_3=-\frac{1}{3}\Sigma$	+ 1,0	0		0		0		0	0
10	43 29 43	0	43	δ_{10}	+2,2	$\delta_{10} r_4$	− 3,8	$\delta_{10} t_4$	+ 2,2	1	$B_{10}^0+\varepsilon_4$	+1,9	$C_{10}^0+\Theta_4$	−3,8	$D_{10}^0+\omega_4$	+ 0,6	− 7
11	62 20 08	+1	09	$-\delta_{11}$	−1,1	$-\delta_{11} r_4$	+ 1,9	$-\delta_{11} t_4$	− 1,1	1	$B_{11}^0+\varepsilon_4$	−1,5	$C_{11}^0+\Theta_4$	+1,8	$D_{11}^0=\omega_4$	− 2,6	+14
12	74 10 07	+1	08	—	—	qt_4	+ 2,0	$-qr_4$	+ 3,6	−2	ε_4	−0,4	$C_{12}^0+\Theta_4$	+2,0	$D_{12}^0+\omega_4$	+ 2,0	− 7
$w_4=-2''$	179 59 58	+2	0	$\varepsilon_4=-\frac{1}{3}\Sigma$	−0,4	$\Theta_4=-\frac{1}{3}\Sigma$	0,0	$\omega_4=-\frac{1}{3}\Sigma$	− 1,6	0		0		0		0	0
13	94 08 51	+1	52	δ_{13}	−0,2	—	—	—	—	−1	$B_{13}^0+\varepsilon_5$	+0,7	—	—	—	—	− 9
14	40 48 04	0	04	$-\delta_{14}$	−2,4	—	—	—	—	−1	$B_{14}^0+\varepsilon_5$	−1,6	—	—	—	—	− 2
15	45 03 03	+1	04	—	—	—	—	—	—	2	ε_5	+0,9	—	—	—	—	+11
$w_5=-2''$	179 59 58	+2	0	$\varepsilon_5=-\frac{1}{3}\Sigma$	+0,9	—	—	—	—	0		0		—	—	—	0

$w_a=(AB)+3-6+9-12+15-\ldots 180°-(CD)=-12''$ $\quad k_1=+7,1$ $\quad k_2=-3,3$ $\quad k_3=+2,3$ $\quad k_4=+0,8$

$w_A=3w_a-w_1+w_2-w_3+w_4-w_5+\ldots=-60''$; $\quad q=\dfrac{\text{Mod}\cdot 10^6}{\rho''}=2,11$

3. *Rezolvarea provizorie a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Sinusurile unghiurilor corectate	Laturile
1	0,510 551	2 166,41
2	0,999 463	4 241,00
3	0,842 656	3 575,63
4	0,802 430	1 918,26
5	0,906 232	2 166,41
6	0,880 042	2 103,80
7	0,870 835	2 518,43
8	0,663 306	1 918,26
9	0,977 753	2 827,63
10	0,688 295	1 957,16
11	0,885 684	2 518,43
12	0,962 070	2 735,64
13	0,997 381	2 987,35
14	0,653 435	1 957,16
15	0,707 738	2 119,81

4. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	B	I	II	III
	I	II	III	C
α_0	330°45′00″	208°10′18″	326°31′27″	224°24′57″
	+	−	+	−
<	57 25 18	61 38 51	77 53 30	74 10 08
α	28 10 18	146 31 27	44 24 57	150 14 49
x	6 114 591,91	6 112 991,85	6 114 790,71	6 113 091,56
x_0	6 112 682,14	6 114 591,91	6 112 991,85	6 114 790,71
Δx	+1 909,77	−1 600,06	+1 798,86	−1 699,15
oos α	0,881 537	0,834 119	0,714 297	0,868 173
s	2 166,41	1 918,26	2 518,43	1 957,16
sin α	0,472 115	0,551 585	0,699 861	0,496 263
Δy	+1 022,79	+1 058,08	+1 762,55	+971,27
y_0	5 572 366,06	5 573 388,85	5 574 446,93	5 576 209,48
y	5 573 388,85	5 574 446,93	5 576 209,48	5 577 180,75

5. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de acord bază*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate
a	3.627 468
1	9.708 039
4	9.904 407
7	9.939 936
10	9.837 774
13	9.998 861
	$\Sigma_1 = 3.016\ 485$
b	3.475 253
2	9.999 767
5	9.957 239
8	9.821 714
11	9.947 279
14	9.815 203
	$\Sigma_2 = 3.016\ 455$

$w_B = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +30$

6. *Calculul termenilor liberi r și t ai ecuațiilor de condiție de acord coordonate*

$r_1 = x_C - x_B$	+0,4 *km*	$t_1 = y_C - y_B$	+4,8 *km*
$r_2 = x_C - x_I$	−1,5 „	$t_2 = y_C - y_I$	+3,8 „
$r_3 = x_C - x_{II}$	+0,1 „	$t_3 = y_C - y_{II}$	+2,7 „
$r_4 = x_C - x_{III}$	−1,7 „	$t_4 = y_C - y_{III}$	+0,9 „

$w_C = 434\ (x_{C'} - x_C) = -65$ mm;

$w_D = 434\ (y_{C'} - y_C) = +52$ „

7. *Rezolvarea ecuațiilor normale*

k_1	k_2	k_3	k_4	w	s
+30	+2	−56	−22	−60	−106
+7,12	−0,06	+1,87	+0,74	+2,00	+3,54
	+27	−3	+72	+30	+129
	+27	+0	+74	+34	+135
	−3,35	−0,01	−2,70	−1,23	−4,94
		+177	+53	−65	+106
		+ 73	+11	−177	−94
		+2,32	−0,15	+2,44	+1,29
			+291	+52	+446
			+73	−57	+16
			+0,78	+0,77	−0,22

Scanned with OKEN Scanner

8. *Rezolvarea definitivă a triunghiurilor*

Nr. unghiu-rilor	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	0,510 568	2 166,48
2	91 52 39	0,999 463	4 241,00
3	57 25 15	0,842 648	3 575,59
	180 00 00		
4	53 21 41	0,802 416	1 918,27
5	64 59 28	0,906 242	2 166,48
6	61 38 51	0,880 042	2 103,85
	180 00 00		
7	60 33 17	0,870 826	2 518,42
8	41 33 08	0,663 303	1 918,27
9	77 53 35	0,977 758	2 827,67
	180 00 00		
10	43 29 36	0,688 270	1 957,01
11	62 20 23	0,885 716	2 518,42
12	74 10 01	0,962 060	2 735,49
	180 00 00		
13	94 08 43	0,997 384	2 987,12
14	40 48 02	0,653 428	1 956,98
15	45 03 15	0,707 775	2 119,75
	180 00 00		

9. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	B	I	II	III
	I	II	III	C
α_0	330°45′00″	208°10′15″	326°31′24″	224°24′59″
$<$	+ 57 25 15	− 61 38 51	+ 77 53 35	− 74 10 01
α	28 10 15	146 31 24	44 24 59	150 14 58
x_0	6 114 591,99	6 112 991,94	6 114 790,77	6 113 091,72
x	6 112 682,14	6 114 591,99	6 112 991,94	6 114 790,77
Δx	+1 909,85	−1 600,05	+1 798,83	−1 699,05
$\cos \alpha$	0,881 544	0,834 111	0,714 272	0,868 194
s	2 166,48	1 918,27	2 518,41	1 956,99
$\sin \alpha$	0,472 102	0,551 598	0,699 868	0,496 225
Δy	+1 022,80	+1 058,11	+1 762,55	+971,11
y_0	5 572 366,06	5 573 388,86	5 574 446,97	5 576 209,52
y	5 573 388,86	5 574 446,97	5 576 209,52	5 577 108,63

10. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm 15''$$

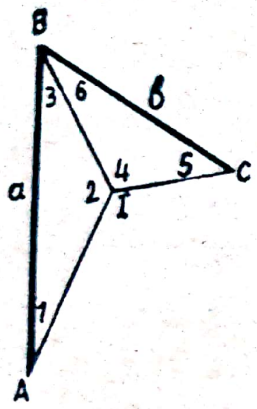
$$M_{II} = m \sqrt{\frac{1}{p_{xII}} + \frac{1}{p_{yII}}} \cdot 10^{-3} = 0{,}13 \ m.$$

Calculat _____

„____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul:



Exemplul 10. Compensarea figurii 12. Punctul ce se determină I

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	3	6 107 348,21	5 570 523,83		
				12°47′17″,4	
B	3	6 116 424,25	5 572 583,88		9 306,90
				133 28 31 ,2	
C	3	6 111 779,07	5 577 483,10		9 751,30

$< B = (BA) - (BC) = 59°18'46'',2$

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime $v_i' = -\frac{1}{3}w_k$	Corecțiile secunde v''		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați ai ecuației de condiție de pol A_i		Corecțiile terțe $v_i''' = A_i k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	23°45′13″,0	+0″,9	$+\frac{1}{4}w_b'$	+0″,4	14″,3	$\delta_1 + \rho_1$	+2,36	+1″,2	23°45′15″,5	0,402 815	4 745,30
2	127 48 39 ,1	+1 ,0	„	+0 ,4	40 ,5	$-\delta_2 + \rho_1$	−0,80	−0 ,4	127 48 40 ,1	0,790 036	9 306,90
3	28 26 05 ,1	+0 ,9	$-\frac{1}{2}w_b'$	−0 ,8	05 ,2	$3\Theta + \rho_1$	−1,56	−0 ,8	28 26 04 ,4	0,476 155	5 609,27
	179 59 57 ,2	+2 ,8		0	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
	$w_1 = -2,8$										
4	106 50 42 ,0	−1 ,3	$+\frac{1}{4}w_b'$	+0 ,4	41 ,1	$\delta_4 + \rho_2$	+0,06	0 ,0	106 50 41 ,1	0,957 093	6 751,30
5	42 16 38 ,8	−1 ,3	„	+0 ,4	37 ,9	$-\delta_5 + \rho_2$	−1,62	−0 ,8	42 16 37 ,1	0,672 716	4 745,31
6	30 52 43 ,1	−1 ,3	$-\frac{1}{2}w_b'$	−0 ,8	41 ,0	$-A_3$	+1,56	+0 ,8	30 52 41 ,8	0,513 216	3 620,21
	180 00 03 ,9	−3 ,9		0	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
	$w_2 = +3,9$										

$w_b = 3 + 6 - < B = +2'',0$; $\quad w_b' = w_b + v_3' + v_6' = +1'',6$; $\quad [AA] = 13,7$; $\quad k = -\frac{w}{[AA]} = +0,48.$

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de acord bază*

Latura și nr. unghiului	Logaritmii laturii și sinusurilor unghiurilor corectate a doua oară	δ	Latura și nr. unghiului	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate a doua oară	δ	Mărimile auxiliare			
						$\delta_{i,j}$		ρ	
a	3.968 805,0		*b*	3.829 387,4					
1	9.605 100,4	+4,79	2	9.897 646,2	−1,64	$\delta_{1,2}=\delta_1-\delta_2$	+6,43	$\rho_1=-\frac{1}{3}\delta_{1,2}-\Theta$	−2,43
4	9.980 954,7	−0,64	5	9.827 833,1	+2,32	$\delta_{4,5}=\delta_4-\delta_5$	−2,96	$\rho_2=-\frac{1}{3}\delta_{4,5}-\Theta$	+0,70

$\Sigma_1 = 3.554\ 860,1$ $\Sigma_2 = 3.554\ 866,7$ $3\Theta=\frac{1}{4}\Sigma\delta_{i,j}=+0,87$

$\Theta = +0,29$

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = -6,6$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	12°47′17″,4	192°47′17″,4
	+	−
<	23 45 15 ,5	28 26 04 ,4
α	36 32 32 ,9	164 21 13 ,0
x	6 111 854,79	6 111 854,79
x_0	6 107 348,21	6 116 424,25
Δx	+ 4 506,58	− 4 569,46
cos α	0,803 416	0,962 945
s	5 609,27	4 745,30
sin α	0,595 418	0,269 700
Δy	+ 3 339,86	+ 1 279,81
y_0	5 570 523,83	5 572 583,88
y	5 573 863,69	5 573 863,69

Mediile $x = 6\ 111\ 854,79$

$y = 5\ 573\ 863,69$

5. *Aprecierea preciziei*

$m = \pm 2'',0;$

$$\frac{m_{BI}}{BI} = 2,30\, m \sqrt{\frac{1}{p_{\lg BI}}} \cdot 10^{-6} = 1 : 210\,000;$$

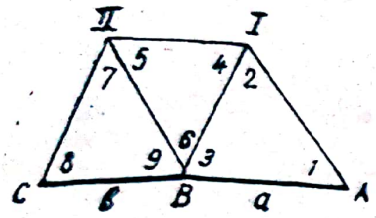
$$m_{(BI)} = m\sqrt{\frac{1}{p_{(BI)}}} = \pm 0'',8;$$

$$M_I = mBI \sqrt{5,30 \cdot \frac{1}{p_{\lg BI}} + 23,5 \cdot \frac{1}{p_{(BI)}}} \cdot 10^{-6} = 0,03\, m.$$

Calculat _____

„_____" _____ 19___

Trapezul .....



Exemplul 11. **Compensarea figurii 13.** Punctele ce se determină I, II, Ordinul 4

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	3	6 109 587,83	5 572 286,34		
B	3	6 111 023,47	5 567 561,10	286°54′00″,3	4 938,51
C	3	6 112 419,46	5 561 880,79	283 48 26 ,1	5 849,34

$< B = (BA) - (BC) = 183''05'34'',2$

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime $v_i' = -\frac{1}{3} w_k$	Corecțiile secunde v''		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați ai ecuației de condiție de pol A_i		Corecțiile terțe $v_i''' = A_i k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	49°49′45″,2	−1″,1	$-\frac{1}{6}w_b'$	−0″,4	43″,7	$\delta_1+\rho_1$	+1,75	−0″,7	49°49′43″,0	0,764 118	4 669,57
2	53 54 49 ,0	−1 ,1	$-\frac{1}{3}w_b'$	−0 ,4	47 ,5	$-\delta_2+\rho_1$	−1,57	+0 ,6	53 54 48 ,1	0,808 127	4 938,51
3	76 15 29 ,1	−1 ,1	$-\frac{1}{6}w_b'$	+0 ,8	28 ,8	$3\Theta+\rho_1$	−0,18	+0 ,1	76 15 28 ,9	0,971 376	5 936,14
$w_1=+3'',3$	180 00 03 ,3	$-w_1=-3$,3		0	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
4	72 47 49 ,2	+2 ,1	$-\frac{1}{6}w_b'$	−0 ,4	50 ,9	$\delta_4+\rho_2$	+1,11	−0 ,4	72 47 50 ,5	0,955 265	5 999,99
5	48 01 31 ,1	+2 ,1	$-\frac{1}{3}w_b'$	−0 ,4	32 ,8	$-\delta_5+\rho_2$	−1,43	+0 ,5	48 01 33 ,3	0,743 448	4 669,57
6	59 10 33 ,4	+2 ,1	$-\frac{1}{6}w_b'$	+0 ,8	36 ,3	$3\Theta+\rho_2$	+0,32	−0 ,1	59 10 36 ,2	0,858 752	5 393,79
$w_2=-6'',3$	179 53 53 ,7	$-w_2=+6$,3		0	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
7	64 31 20 ,8	−0 ,8	$-\frac{1}{6}w_b'$	−0 ,4	19 ,6	$\delta_7+\rho_3$	+1,01	−0 ,4	64 31 19 ,2	0,902 750	5 849,34
8	67 49 12 ,6	−0 ,8	$-\frac{1}{3}w_b'$	−0 ,5	11 ,3	$-\delta_8+\rho_3$	−0,86	+0 ,3	67 49 11 ,6	0,926 002	6 000,00
9	47 39 29 ,0	−0 ,8	$-\frac{1}{6}w_b'$	+0, 9	29 ,1	$3\Theta+\rho_3$	−0,15	+0 ,1	47 39 29 ,2	0,739 138	4 789,22
$w_3=+2'',4$	180 00 02 ,4	$-w_3=-2$,4		0	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		

$w_b = 2 + 5 + 8 - < B = -2'',7$; $w_b' = w_b + v_3' + v_5' + v_8' = -2'',5$; $[AA] = 10,7$ $k = -\frac{w}{[AA]} = -0,38.$

Controlul; $v_3'' + v_5'' + v_8'' = -w_b' = +2'',5.$

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Latura și nr. unghiului	Logaritmii laturii și sinusul unghiului corectat a doua oară	δ	Latura și nr. unghiului	Logaritmii laturii și sinusul unghiului corectat a doua oară	δ	Mărimile auxiliare $\delta_{i,j}$		Mărimile auxiliare ρ	
a	3.879 167,0		*b*	3.952 677,2					
1	9.883 161,8	+1,78	2	9,907 478,9	+1,54	$\delta_{1,2}=\delta_1-\delta_2$	+0,24	$\rho_1=-\frac{1}{3}\delta_{1,2}-\Theta$	−0,03
4	9,980 124,0	+0,65	5	9.871 249,3	+1,89	$\delta_{4,5}=\delta_4-\delta_5$	−1,24	$\rho_2=-\frac{1}{3}\delta_{4,5}-\Theta$	+0,46
7	9.955 568,2	+1,01	8	9.966 611,5	+0,86	$\delta_{7,8}=\delta_7-\delta_8$	+0,15	$\rho_3=-\frac{1}{3}\delta_{7,8}-\Theta$	0,00
	$\Sigma_1=3.698\ 021,0$			$\Sigma_2=3.698\ 016,9$					

$$3\,\Theta=\frac{\Sigma\delta_{i,j}}{6}=-0,16$$

$$\Theta=-0,05$$

$w=\Sigma_1-\Sigma_2=+4,1$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B	B	C
	I		II	
α_0	286°54′00″,3	106°54′00″,3	283°48′26″,1	103°48′26″,1
	+	−	+	−
<	49 49 43 ,0	76 15 28 ,9	47 39 29 ,2	67 49 11, 6
α	336 43 43 ,3	30 38 31 ,4	331 27 55 ,3	35 59 14 ,5
x	6 115 041,03	6 115 041,02	6 116 294,64	6 116 294,64
x_0	6 109 587,83	6 111 023,47	6 111 023,47	6 112 419,46
Δx	+5 453,20	+4 017,55	+5 271,17	+3 875,18
cos α	0,918 644	0,860 368	0,878 528	0,809 146
s	5 936,14	4 669,57	6 000,00	4 789,22
sin α	0,395 085	0,509 673	0,477 690	0,587 606
Δy	−2 345,28	+2 379,95	−2 866,14	+2 814,17
y_0	5 572 286,34	5 567 561,10	5 567 561,10	5 561 880,79
y	5 569 941,06	5 569 941,05	5 564 694,96	5 564 694,96
Mediile	$x=6\ 115\ 041,02$		Mediile	$x=6\ 116\ 294,64$
	$y=5\ 569\ 941,06$			$y=5\ 564\ 694,96$

5. *Aprecierea preciziei*

$$m=\pm 2'';$$

$$\frac{m_{AI}}{AI}=2,30\,m\sqrt{\frac{1}{p_{\lg AI}}}\cdot 10^{-6}=1:183\,000;$$

$$\frac{m_{CII}}{CII}=2,30\,m\sqrt{\frac{1}{p_{\lg CII}}}\cdot 10^{-6}=1:126\,000;$$

$$m_{(AI)}=\pm 1'',1; \qquad m_{(CII)}=\pm 1'',5;$$

$$M=m\,AI\sqrt{5,30\,\frac{1}{p_{\lg AI}}+23,5\,\frac{1}{p_{(AI)}}}\cdot 10^{-6}=0,05\,m;$$

$$M=m\,CII\sqrt{5,30\,\frac{1}{p_{\lg CII}}+23,5\,\frac{1}{p_{(CII)}}}\cdot 10^{-6}=0,05\,m.$$

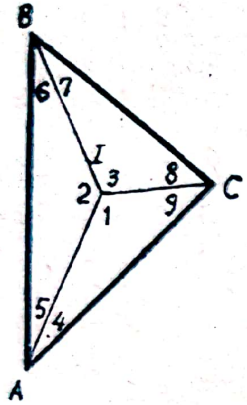
Calculat _____

„____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul .....

Exemplul 12. **Compensarea figurii 14.** Punctul ce se determină I — Ordinul 4



1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	3	6 107 348,21	5 570 523,83		
B	3	6 116 424,25	5 572 583,88	12°47′17″,4	9 306,90
C	3	6 111 779,07	5 577 483,10	133 28 31 ,2	6 751,30
A				237 30 56 ,4	8 250,09

$< A = (AC) - (AB) = 44°43'39'',0$
$< B = (BA) - (BC) = 59\ 18\ 46\ ,2$
$< C = (CB) - (CA) = 75\ 57\ 34\ ,8$

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Corecțiile secunde v''		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați ai ecuației de condiție de pol A_i		Corecțiile terțe $v'''_i = A_i k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
9	33°40′52″,7	$-\frac{1}{2} w_c$	+1″,6	$-v''_8$	+1″,3	55″,6	$-A_8$	−3,41	+1″,1	33°40′56″,7	0,554 589	5 609,26
1	125 20 38 ,9	—	—	$v''_1 = u - 0{,}4\, w'_1$	+0 ,9	39 ,8	$\sigma_c - \sigma_a$	−0,97	+0 ,3	125 20 40 ,1	0,815 689	8 250,09
4	20 58 23 ,2	$-\frac{1}{2} w_a$	+1 ,4	$\frac{1}{2}(v''_1 - v''_2)$	0 ,0	24 ,6	$\sigma_a + \Theta$	+4,38	−1 ,4	20 58 23 ,2	0,357 930	3 620,20
	179 59 54 ,8	$w'_1 = w_1 + v'_9 +$		$-w''_1$	+2 ,2	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
	$w_1 = -5''{,}2$	$+ v'_4 = -2''{,}2$										

Scanned with OKEN Scanner

5	23 45 13 ,0	$-\frac{1}{2}w_a$	+1 ,4	$-v_4''$	+0 ,0	14 ,4	$-A_4$	−4,38	+1 4	23 45 15 ,8	0,402 817	4 745,33
2	127 48 39 ,1	—	—	$v_2''=u-0{,}4w_2'$	+1 ,0	40 ,1	$\sigma_a-\sigma_b$	+0,58	−0, 2	127 48 39 ,9	0,790 036	9 306,90
6	28 26 05 ,1	$-\frac{1}{2}w_b$	−1 ,0	$\frac{1}{2}(v_2''-v_3'')$	+1 ,4	05 ,5	$\sigma_b+\Theta$	+3,80	-1 ,2	28 26 04 ,3	0,476 154	5 609,26
	179 59 57 ,2 $w_2=-2'',8$	$w_2'=w_2+v_5'+$ $+v_6'=-2{,}4$		$-w_2'$	+2 ,4	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		
7	30 52 43 ,1	$-\frac{1}{2}w_b$	−1 ,0	$-v_6''$	−1 ,4	40 ,7	$-A_6$	−3,80	+1 ,2	30 52 41 ,9	0,513 216	3 620,20
3	108 50 42 ,0	—	—	$v_3''=u-0{,}4w_3'$	−1 ,9	40 ,1	$\sigma_b-\sigma_c$	+0,39	−0 ,1	106 50 40 ,0	0,957 095	6 751,30
8	42 16 38 ,8	$-\frac{1}{2}w_c$	+1 ,7	$\frac{1}{2}(v_3''-v_1'')$	−1 ,3	39 ,2	$\sigma_c+\Theta$	+3,41	−1 ,1	42 16 38 ,1	0,672 719	4 745,33
	180 00 03 ,9 $w_3=+3'',9$	$w_3'=w_3+v_7'+$ $+v_8'=+4'',6$		$-w_3''$	−4 ,6	0 ,0		0	0	180 00 00 ,0		

$[AA]=91,8$; $k=-\frac{w}{[AA]}=-0,316.$

$w_a=4+5-<A=-2'',8$; $w_g=1+2+3-360°=0''$; $u=-0,2$, $w_g=0$;

$w_b=6+7-<B=+2,0$;

$w_c=8+9-<C=-3,3$;

Controlul: $w_1'+w_2'+w_3'=w_g=0$;

$v_1''+v_2''+v_3''=-w_g=0''$;

$v_1'''+v_2'''+v_3'''=0.$

3. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate a doua oară	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate a doua oară	δ	Mărimile auxiliare σ	
4	9. 553 805,6	+5,49	5	9. 605 100,9	+4,79	$\sigma_a=0,2\ (\delta_4+\delta_5)$	+2,06
6	9. 677 752,3	+3,89	7	9. 710 296,3	+3,52	$\sigma_b=0,2\ (\delta_6+\delta_7)$	+1,48
8	9. 827 836,1	+2,32	9	9, 743 967,8	+3,15	$\sigma_c=0,2\ (\delta_8+\delta_9)$	+1,09
	$\Sigma_1=9.\ 059\ 394,0$			$\Sigma_2=9.059\ 365,0$			

$w=\Sigma_1-\Sigma_2=+29,0$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

$\Theta=\frac{1}{2}(\sigma_a+\sigma_b+\sigma_c)=+2,32$

Scanned with OKEN Scanner

4. Calculul coordonatelor

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	12°47′17″,4	192°47′17″,4
	+	−
<	23 45 15 ,8	28 26 04 ,3
α	36 32 33 ,2	164 21 13 ,1
x	6 111 854,77	6 111 854,76
x_0	6 107 348,21	6 116 424,25
Δx	+4 506,56	−4 569,49
cos α	0,803 415	0,962 945
s	5 609,26	4 745,33
sin α	0,595 419	0,269 699
Δy	+3 339,86	+1 279,81
y_0	5 570 523,83	5 572 583,88
y	5 573 863,69	5 573 863,69

Mediile x=6 111 854,76
y=5 573 863,69

5. Aprecierea preciziei

$$m = \pm 2'',0\,;$$

$$\frac{m_{CI}}{CI} = 2{,}30\,\text{m}\sqrt{\frac{1}{p_{\lg CI}}}\cdot 10^{-6} = 1:210\,000\,;$$

$$m_{(CI)} = m\sqrt{\frac{1}{p_{(CI)}}} = \pm 0'',8\,;$$

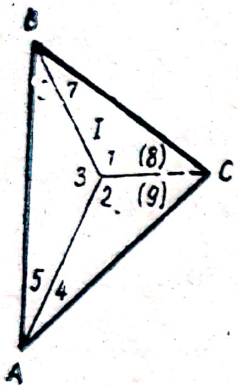
$$M_1 = m_{CI}\sqrt{5{,}30\,\frac{1}{p_{\lg CI}} + 23{,}5\,\frac{1}{p_{(CI)}}}\cdot 10^{-6} = 0{,}02\,m$$

Calculat_____

„_____“ _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul .....



Exemplul 13. **Compensarea figurii 15.** *Punctul ce se determină 1*, 1. *Date inițiale.* Rețeaua analitică.

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	4	6 107 348,21	5 570 523,83		
B	4	6 111 886,23	5 571 553,85	12°47′17″,4	4 653,45
C	4	6 109 563,64	5 574 003,46	133 28 31 ,2	3 375,65
A				237 30 56 ,4	4 125,04

$\angle A=(AC)-(AB)=44°43′39″,0$ $\angle B=(BA)-(BC)=59°18′46″,2$ $\angle C=(CB)-(CA)=75°57′34″,8$

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Corecțiile secunde v''		Secundele unghiurilor corectate	Coeficienții transformați ai ecuației de condiție de acord bază A_i		Corecțiile terțe $v'''_i=A_ik$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
7	30°52′47″	$-\frac{1}{2}w_b$	−6″	$0{,}3\,w'_1$	−1″	40″	$-A_6$	−2,2	+1″	30°52′41″	0,513 212	1 810,09
1	106 50 42	$-\frac{1}{3}w_g$	+1	$0{,}2\,w'_1$	−1	42	$\delta_1+\rho_1$	−1,1	+1	106 50 43	0,957 091	3 375,65
(8)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(42 16 36)	0,672 712	2 372,65
				$0{,}5\,w'_1$	−2			−3,3	+2			
(9)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(33 40 59)	0,554 598	2 804,64
2	125 20 38	$-\frac{1}{3}w_g$	0	$0{,}2\,w'_1$	0	38	$-\delta_2+\rho_1$	+0,9	−1	125 20 37	0,815 697	4 125,04
4	20 58 25	$-\frac{1}{2}w_a$	+1	$0{,}3\,w'_1$	−1	25	$\frac{1}{2}(\delta_4-\rho_2)$	+2,4	−1	20 58 24	0,357 933	1 810,09
				$0{,}5\,w'_1$	−1			+3,3	−2			
5	23 45 11	$-\frac{1}{2}w_a$	+2	$-0{,}3\,w'_1$	+1	14	$-A_4$	−2,4	+1	23 45 15	0,402 813	2 372,64
3	127 48 39	$-\frac{1}{3}w_g$	0	$-0{,}4\,w'_1$	+1	40	$\rho_1+\rho_2$	+0,2	0	127 48 40	0,790 036	4 653,45
6	28 26 12	$-\frac{1}{2}w_b$	−7	$-0{,}3\,w'_1$	+1	06	$\frac{1}{2}(\delta_7+\rho_2)$	+2,2	−1	23 26 05	0,476 158	2 804,65
$w_1=+2''$	180 00 02	$v'_5+v'_3+v'_6$	−5	$-w'_1$	+3	00		0	0	180 00 00		

$w_g=1+2+3-360°=-1''$;
$w_a=4+5-\angle A=-3''$;
$w_b=6+7-\angle B=+13''$

$w'_1=w''_1+v'_5+v'_3+v_6=-3''$. $[AA]=23{,}2$; $k=-\frac{w}{[AA]}=-0{,}47$

Controlul $v'''_1+v'''_2+v'''_3=0$.

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul termenilor liberi ai ecuației de condiție de acord bază*

Latura și nr. unghiurilor	Logaritmii laturii și sinusurilor unghiurilor corectate a doua oară	δ	Latura și nr. unghiurilor	Logaritmii laturii și sinusurile unghiurilor corectate a doua oară	δ	Mărimile auxiliare			
						$\delta_{i,j}$		ρ	
b	3.615 428		*a*	3.528 357					
1	9.980 954	−0,6	2	9.911 528	−1,5	$\delta_{1,2} = \delta_1 - \delta_2$	+0,9	$\rho_1 = -0,1\,(4\delta_{1,2} + \delta_{4,7})$	−0,6
4	9.553 808	+5,5	7	9.710 294	+3,5	$\delta_{4,7} = \delta_4 - \delta_7$	+2,0	$\rho_2 = -0,1\,(2\,\delta_{1,2} + 3\delta_{4,7})$	+0,8
	$\Sigma_1 = 3.150\ 190$			$\Sigma_2 = 3.150\ 179$					

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +11$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	12°47′17″	192°47′17″
$<$	+ 23 45 15	− 28 26 05
α	36 32 32	164 21 12
x	6 109 601,51	6 109 601,51
x_0	6 107 348,21	6 111 886,23
Δx	+2 253,30	−2 284,72
cos α	0, 803 418	0,962 944
s	2 804,64	2 372,64
sin α	0,595 415	0,269 705
Δy	+1 669,92	+639,91
y_0	5 570 523,83	5 571 553,85
y	5 572 193,75	5 572 193,76

Mediile $x = 6\ 109\ 601,51$
$y = 5\ 572\ 193,76$

5. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm 15''$$

$$\frac{mCI}{CI} = 2,30\, m \sqrt{\frac{1}{p_{\lg CI}}} \cdot 10^{-6} = 1 : 28\,000;$$

$$m_{(CI)} = m \sqrt{\frac{1}{p_{(CI)}}} = \pm 8'',0;$$

$$M_I = mCI \sqrt{5,30 \cdot \frac{1}{p_{\lg CI}} + 23,5\, \frac{1}{p_{(CI)}}} \cdot 10^{-6} = 0,10\ m.$$

Calculat _____

„_____" _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul III

COMPENSAREA FIGURILOR TIPICE DE TRIANGULAȚIE CU AJUTORUL ECUAȚIILOR INTERMEDIARE DE ERORI

§ 11. EXPUNEREA TEORETICĂ A PROCEDEULUI

Orice sistem de ecuații de condiție poate fi adus la forma ecuațiilor de erori, rezolvate după metoda măsurătorilor indirecte. Examinăm ordinea de obținere a unor astfel de ecuații de condiție din ecuațiile de condiție în cazul triunghiului (fig. 5)*, în care se arată pozițiile punctului ce se determină:

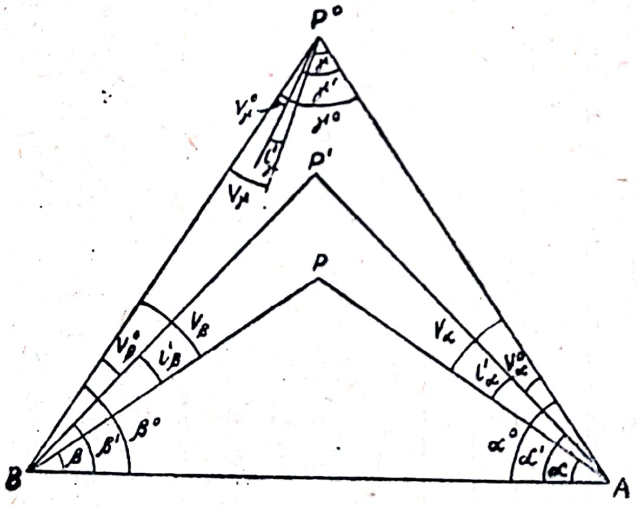


Fig. 5

— probabilă . . . . . P°
— provizorie (arbitrară, aproximativă) . . . . . P'
— provizorie, determinată din unghiurile: $\alpha, \beta, \ldots P$
În mod corespunzător avem unghiurile: . . . .
— probabile . . . . . $\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ$
— provizorii (aproximative) . . . . . α', β', γ'
măsurate . . . . . α, β, γ

* Teoria expusă în forma generală este în [84].

Diferențele între unghiurile provizorii și măsurate

$$\left.\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= l'_\alpha \\ \beta' - \beta &= l'_\beta \\ \gamma' - \gamma &= l'_\gamma \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.1)}$$

Diferențele corecțiilor pentru valorile provizorii ale mărimilor măsurate:

$$\alpha^\circ - \alpha' = v^\circ_\alpha;$$
$$\beta^\circ - \beta' = v^\circ_\beta;$$
$$\gamma^\circ - \gamma' = v^\circ_\gamma.$$

Unghiurile provizorii se calculează după coordonatele provizorii ale punctului ce se determină. Prin urmare:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 180^\circ \qquad \text{(III.2)}$$

Corecțiile provizorii se exprimă astfel:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^\circ - \alpha &= v_\alpha \\ \beta^\circ - \beta &= v_\beta \\ \gamma^\circ - \gamma &= v_\gamma \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.3)}$$

și

$$\left.\begin{aligned} v^\circ_\alpha + l'_\alpha &= v_\alpha \\ v^\circ_\beta + l'_\beta &= v_\beta \\ v^\circ_\gamma + l'_\gamma &= v_\gamma \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.4)}$$

Adunăm egalitățile (III.4) ținînd cont de ecuația de condiție:

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma = -w \qquad \text{(III.5)}$$

Obținem:

$$v^\circ_\alpha + v^\circ_\beta + v^\circ_\gamma + l'_\alpha + l'_\beta + l'_\gamma + w = 0. \qquad \text{(III.6)}$$

Însă din (III.1) ținînd cont de (III.2) avem:

$$l'_\alpha + l'_\beta + l'_\gamma + w = 0. \qquad \text{(III.7)}$$

Atunci:

$$v^\circ_\alpha + v^\circ_\beta + v^\circ_\gamma = 0. \qquad \text{(III.8)}$$

Egalitățile (III.7) și (III.8) sînt echivalente cu ecuația de condiție (III.5). Egalitatea (III.7) are aspectul ecuației în care corecțiile v sînt înlocuite cu mărimile l'.

Diferențele v° și l', după cum se vede din fig. 5, depind de coordonatele provizorii ale punctului ce se determină. Întrucît ultimele pot fi infinit de multe, atunci și sistemele (III.7), (III.8) pot fi, de asemenea, infinit de multe. Totuși extrăgînd unele valori provizorii ale coordonatelor, obținem pentru toate valorile l' valorile numerice complet determinate, iar pentru v° — legătura numerică complet determinată a lor cu corecțiile cele mai probabile.

Scanned with OKEN Scanner

De aceea, folosind ecuațiile (III.7), (III.8) sau (III.1), (III.8), se pot determina corecțiile probabile ale mărimilor măsurate.

Luăm în egalitatea (III.8) pe v_α°, v_β° ca independente sau

$$\left.\begin{aligned} v_\alpha^\circ &= v'_\alpha \\ v_\beta^\circ &= v_\beta \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.9)}$$

Atunci egalitatea (III 8) va fi de forma:

$$v'_\alpha + v'_\beta + v_\gamma^\circ = 0. \qquad \text{(III.10)}$$

Ecuația (III.10) se deosebește de (III.8) prin aceea că corecțiile independente $n-r$ sînt luate conform cu (III.9) și dau posibilitate să se exprime prin ele corecțiile dependente r.— Numim ecuația (III.10) ecuație de condiție intermediară.

Din ea obținem:

$$v_\gamma^\circ = -v'_\alpha - v'_\beta.$$

Adăugăm la ea pe (III.9), obținem sistemul de ecuații:

$$\left.\begin{aligned} v_\alpha^\circ &= v_\alpha \\ v_\beta^\circ &= v_\beta \\ v_\gamma^\circ &= -v'_\alpha - v'_\beta \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.11)}$$

care este echivalent cu sistemul (III.10).

Ecuațiile (III.11) le numim ecuațiile intermediare de erori.

Este deajuns ca la ambele părți ale acestor ecuații să se adauge termenii liberi determinați separat, pentru a se obține sistemul de ecuații sub forma:

$$\left.\begin{aligned} v_\alpha &= v'_\alpha = l'_\alpha \\ v_\beta &= v_\beta + l_\beta \\ v_\gamma &= -v'_\alpha - v'_\beta + l'_\gamma \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.12)}$$

În cazul particular, cînd în loc de poziție aproximativă a punctului ce se determină s-a luat poziția lui P, determinată din unghiurile măsurate α și β, vom avea $l'_\alpha = l'_\beta = 0$ iar $l'_\gamma = l_\gamma$ (adică l'_γ va primi o oarecare valoare particulară l_γ).

Atunci:

$$\left.\begin{aligned} v_\alpha &= v_\alpha \\ v_\beta &= v'_\beta \\ v_\gamma &= -v_\alpha - v'_\beta + l_\gamma \end{aligned}\right\}, \qquad \text{(III.13)}$$

sau în altă înscriere

$$\left.\begin{aligned} v_\alpha &= v_\alpha \\ v_\beta &= v_\beta \\ v_\gamma &= -v_\alpha - v_\beta + l_\gamma \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(III.14)}$$

Termenii liberi pentru aceste sisteme se obţin din egalităţile (III.1) sau (III.7). În egalitatea (III.7), numărul necunoscutelor t este mai mare decît numărul ecuaţiilor. Aceasta poate fi rezolvată numai dîndu-se mărimilor l', valori numerice aproximative $n—r$, prin care se determină valorile aproximative ale tuturor mărimilor măsurate. Aşa, de exemplu, luînd pe $l'_\alpha = l'_\beta = 0$ stabilim poziţia aproximativă a punctului P şi obţinem din formula (III.7) valoarea lui $l_\gamma = -w$.

Această cale de determinare a termenilor liberi ai ecuaţiilor de erori este utilă pentru cele mai simple figuri. Pentru figurile complexe este bine să se folosească formulele (III.1), însă pentru aceasta este necesar să se calculeze coordonatele provizorii, ale punctului ce se determină şi cu ajutorul lor, unghiurile α', β', γ'.

În cazul rezolvării egalităţilor (III. 7) şi (III.8) trebuie să avem în vedere faptul că se rezolvă separat una faţă de alta, aşa că necunoscutele independente care se aleg în fiecare din aceste egalităţi pot să aibă indici diferiţi, adică aparţin de unghiuri diferite.

§ 12. APRECIEREA PRECIZIEI POZIŢIEI PUNCTELOR CE SE DETERMINĂ

Eroarea medie pătratică a coordonatelor punctului ce se determină, după compensare se determină ca eroarea funcţiei elementelor compensate — unghiurile independente.

Examinăm triunghiul ABC, în care C este punctul ce se determină; A,C — unghiurile independente; $AB = S$ — latura fixă; α — unghiul ei de orientare.

Exprimăm coordonatele punctului C în funcţia A, C.

$$x_1 = x_a + \frac{S \sin (A+C) \cos (\alpha + A),}{\sin C},$$

$$y_1 = y_a + \frac{S \sin (A+C) \sin (\alpha + A)}{\sin C}.$$

De aici aflăm pe m_x, m_y care sînt erorile coordonatelor punctului ce se determină, iar după aceasta calculăm eroarea în poziţia punctului.

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} =$$

$$= mb \sqrt{(\operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} C)^2 Q_{AA} + 2 \operatorname{ctg} B (\operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} C) Q_{AC} + (1 + \operatorname{ctg}^2 B) Q_{CC}},$$

unde m — eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului, calculată cu formula $m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2p}}$, iar

n — numărul de unghiuri măsurate;

p — numărul de puncte determinate.

Exprimînd cotangentele prin diferenţele tabulare ale logaritmilor sinusurilor, obţinem:

$$M = 0{,}0023\, m'' b^{km} \left(\sqrt{(\delta_B + \delta_C)^2 Q_{AA} + 2 (\delta_B + \delta_C) \delta_B Q_{AC} + (4{,}43 + \delta_B^2) Q_{CC}} \right). \quad \text{(III.15)}$$

Aici M — eroarea în poziția punctului ce se determină (în metri);
b — latura AC a triunghiului, aparținînd unghiurilor independente A, B (în kilometri);
δ — diferența tabelară pentru $1''$ a logaritmilor sinusurilor Q_{AA}, Q_{AC}, Q_{CC} — coeficienții ponderilor unghiurilor independente, determinate din rezolvarea ecuațiilor normale.

Pentru figurile cu un singur punct de determinat, coeficienții de ponderе se calculează foarte simplu, tocmai din această cauză folosirea formulei (III.15) pentru determinarea lui M nu constituie o greutate. În cazul cînd numărul punctelor ce se determină este mai mare de unu, și dacă fiecare din ele sînt legate de punctele precise ale unei laturi, eroarea poziției lor se va calcula după aceeași formulă (III. 15), însă în acest caz mărimile δ și Q pentru fiecare punct vor trebui să corespundă cu acel triunghi, pentru care sînt luate unghiurile independente. În cazul deducerii ecuațiilor de erori, posibilitatea folosirii uneia și aceleeași formule (III.15) constă în aceea că în figurile pentru fiecare punct sînt luate unghiuri dispuse uniform în triunghiurile cu laturile fixe.

Calculul mai multor coeficienți de ponderе necesită un număr suplimentar de rubrici în schema ecuațiilor normale.

Pentru a se evita acest lucru, figurile cu două puncte ce se determină, aprecierea poziției punctului II se dă în această carte după formula precisă (III.15), iar poziția punctului I, după formula aproximativă. Simplificarea constă în aceea că în formula (III.15) în locul lui Q se iau mărimile q, care se determină după coeficienții grupului pătratic din stînga al primei perechi de ecuații normale. Acești coeficienți influențează mai mult decît alții la determinarea mărimii Q.

Diferența dintre q și Q va fi neînsemnată, ba mai mult decît atît chiar în cazul nepotrivirilor pînă la 50% au o influență mică asupra erorii lui M.

Cercetările arată că eroarea în determinarea lui M după mărimile q în majoritatea cazurilor este mai mică de 1 cm (adică formula aproximativă dă rezultatele apropiate de cele precise).

În scopul ușurării calculelor coeficienților de ponderе, rezolvarea ecuațiilor normale în toate exemplele s-a realizat cu ajutorul perechilor de ecuații prin intermediul mărimilor q și Q, lucru care în general este bine să se folosească și în alte cazuri (§ 16, 17).

§ 13. ORDINEA DE COMPENSARE

Examinăm ordinea de compensare la exemplul 14 (fig. 16). Luînd drept corecții independente pe v_1 și v_2, vom avea pentru figura respectivă ecuațiile de erori în forma generală.

$$v_1 = v_1,$$
$$v_2 = v_2,$$
$$v_3 = A_3 v_1 + B_3 v_2 + l_3,$$
$$v_4 = A_4 v_1 + B_4 v_2 + l_4,$$
$$v_{14} = A_{14} v_1 + B_{14} v_2 + l_{14}.$$

Scanned with OKEN Scanner

În caietul pentru calcul, la început se face schița rețelei și se scriu coeficienții ecuațiilor de erori, care sînt dați în tabele.

Pe schiță se scrie denumirea punctelor de bază și a celor ce se determină. Se extrag datele inițiale (1), se completează primele două rubrici ale tabelului (2), adică se extrag pe triunghiuri unghiurile măsurate. Pe urmă se face rezolvarea provizorie a triunghiurilor după două unghiuri măsurate (2): cu aceleași unghiuri se calculează unghiurile de orientare AI și BI și se scriu împreună cu unghiurile de orientare inițiale, pe schiță. Se calculează coordonatele provizorii ale punctului ce se determină (3), iar unghiurile de orientare se iau de pe schiță.

Cu ajutorul coordonatelor se calculează unghiurile de orientare ale celorlalte lungimi IC și ID (4) și se scriu pe aceeași schemă.

Se completează tabelul ecuațiilor de erori (5):

1. În rubrica a doua se scriu numerele unghiurilor, care se grupează pe triunghiuri, iar în prima rubrică δ_1'', adică diferența tabelară pentru $1''$ a logaritmilor sinusurilor unghiurilor în unități logaritmice de ordinul șase zecimal, cu precizia pînă la 0,01. În acest caz se scriu numai acele creșteri δ, care intră în formulă.

Pentru ușurarea calculului în anexa I este dat un tabel special cu diferențele tabulare pentru $1''$ ale sinusurilor.

2. Se calculează coeficienții ecuațiilor de erori A și B.

Pentru aceasta se folosesc tabelele coeficienților, date sub forma literară la începutul formularului (pag. 145). Conform notațiilor se calculează mărimile σ (numărătorii formulelor), pe urmă—mărimile z (numitorii inverși). După aceasta se scriu coeficienții. De exemplu, $A_5=\sigma_1 z_1=(2{,}29).(0{,}31)=+0{,}71$. Întrucît $A_5 = A_{10} = A_{14} = -A_6$, numărul $+0{,}71$ se înscrie pe aceleași rînduri cu unghiurile 10, 14 și cu semnul invers pe rîndul 6. În mod asemănător se calculează și se înscriu ceilalți coeficienți A, precum și coeficienții B (5).

Se efectuează controlul: 1) suma coeficienților pentru fiecare triunghi este egală cu zero; 2) coeficienții obținuți σ și z se controlează cu ajutorul formulei

$$\sigma_5 (A_5 - B_5) + \sigma_6 (A_8 - B_8) + \sigma_5 = 0$$

sau

$$(1{,}63)\ (-1{,}24) + (0{,}78)\ (+0{,}51) + 1{,}63 \approx 0,$$

admițîndu-se nepotriviri de ordinul sutimilor.

3. Se calculează termenii liberi ai fiecărei ecuații de erori și se scriu în rubrica (5).

Termenii liberi ai ecuațiilor de erori sînt egali cu diferența unghiurilor provizorii, calculate din coordonate și măsurate (formula (III.1). Așa pentru unghiul 1, valoarea lui provizorie de pe schiță este egală cu $258°\,41'46'',6 - 159°29'59'',1 = 99°11'47'',5$, iar valoarea măsurată:

$$\frac{99\ 11\ 47{,}5}{l_1 = 0'',0}$$

Aceasta se face pentru unghiurile 1 și 2, întrucît după ele s-au calculat coordonatele provizorii $l_1 = l_2 = 0$.

Gradele și minutele nu sînt necesare să se socotească; este de ajuns să fie socotite numai secundele și fracțiunile de secundă.

Pentru unghiul 3 avem

de pe schița figurii tipice $94'',0 - 46'',6 = 47'',4$

valoarea măsurată $49'',3$

$$l_3 = 47'',4 - 49'',3 = -1'',9 = -w_1.$$

Suma termenilor liberi ai ecuațiilor de erori pentru fiecare triunghi trebuie să fie egală cu eroarea de închidere a triunghiului, luată cu semnul invers.

$$l_4 = (64'',0 - 59'',1) - 4'',4 = +0'',5$$
$$l_5 = (59,1 - 15,5) - 37,2 = + 6,4$$
$$l_6 = (15,5 - 4,0) - 14,7 = - 3,2$$
$$\Sigma = +3,7 = -w_2 \text{ ș.a.m.d.}$$

4. Se formează ecuațiile normale (6), păstrîndu-se la coeficienți trei cifre semnificative și se rezolvă în perechi, în următoarea ordine:

a) se calculează determinantul sistemului

$$D = 7,51 \times 14,38 - 8,16^2 = 41,41;$$

b) se calculează coeficienții de pondere și se scriu:

$$Q_{11} = \frac{14,38}{41,41} = +0,3473;$$

$$Q_{22} = \frac{7,51}{41,41} = +0,1814;$$

$$Q_{12} = \frac{8,16}{41,41} = -0,1971,$$

cu semne inverse în partea dreaptă (6) în două coloane.

Numărul cifrelor semnificative ale lui Q se ia după numărul celor mai multe cifre semnificative ale ecuațiilor normale; c) înmulțind coloanele coeficienților de pondere și termenii liberi, obținem necunoscutele v_1, v_2, care se scriu deasupra (5):

$$v_1 = (-0,3473)\ (+21,01) + (0,1971)\ (+35,45) = -0,310;$$
$$v_2 = (+0,1971)\ (21,01) + (-0,1814)\ (+35,45) = -2,290.$$

5. Se introduc valorile obținute în v_1 și v_2 în ecuația de erori (5) și se determină corecțiile.

$$v_3 = (-1,00)\ (-0,31) + (1,00)\ (-2,29) - 1,9 = +0'',70;$$
$$v_4 = (-1,00)\ (-2,29) + 0,5 = +2'',79;$$
$$v_5 = (-0,31)\ (+0,71) + (-2,29)\ (+1,95) + 6,4 = +1'',71;$$
$$v_6 = (-0,31)\ (-0,71) + (-2,29)\ (-0,95) - 3,2 = -0'',80 \text{ etc.}$$

Suma corecțiilor unghiurilor triunghiului trebuie să fie egală cu eroarea de închidere a triunghiului, luată cu semnul invers. De exemplu,

$$v_4 + v_5 + v_6 = +2,79 + 1,71 - 0,80 = +3,70 = -w_2 \text{ etc.}$$

Scanned with OKEN Scanner

Se execută controlul

$$[vv] = [\,ll \cdot n\,],$$

unde

$$[ll \cdot n] = [ll] - [v'L.]$$

iar [v'L] — este suma produselor necunoscutelor (corecțiile independente) la termenii liberi ai ecuațiilor normale L.

Ținîndu-se cont, că pentru corecțiile necunoscute $v' = v$, avem:

$$[v'L] = v_1 L_1 + v_2 L_2 = (-0{,}310)\ (21{,}01) + (-2{,}290)\ (35{,}45) = -87{,}66$$

$$[ll] = +135{,}30$$

$$[ll \cdot n] = +47{,}64$$

$$[vv] = +47{,}60.$$

6. Corecțiile obținute se introduc (cu rotunjirea pînă la zecimi de secundă) în unghiurile măsurate, se rezolvă triunghiurile (7) și se calculează coordonatele punctelor ce se determină (8).

7. Se calculează eroarea medie pătratică.

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-2p}} = \pm\sqrt{\frac{47{,}6}{12}} = \pm 2'',0.$$

Pe urmă se calculează eroarea medie pătratică M a poziției punctului ce se determină după formula (III.15). Toate mărimile care intră în formulă se iau în forma definitivă din calculele anterioare (la extragerea mărimilor Q din (6) semnele se schimbă cu cele inverse).

$$M = (0{,}0023)\ (2{,}0)\ (3{,}1) \times$$

$$\times \sqrt{(2{,}29)^2(+0{,}35)+2\ (2{,}29)\ (2{,}64)\ (-0{,}20)+(4{,}43+2{,}64)^2\ (+0{,}18)} = 0{,}017\ \text{m}.$$

Exemplul de calcul este pentru figurile cu un singur punct de determinare. În cazul compensării figurilor cu două puncte ce se determină, ordinea de calcul va fi aceeași, însă puțin mai complicată. În aceste cazuri se recomandă să se facă un control suplimentar al calculului coeficienților ecuațiilor de erori, conform cu condițiile de tur de orizont, de unghi fix etc.

Pentru introducerea în practică a metodei de rezolvare a ecuațiilor normale pe grupe și pentru comoditatea aprecierii preciziei rezolvării a patru ecuații, aceasta s-a făcut pe perechi. Examinăm o rezolvare asemănătoare și aprecierea preciziei la exemplul 17 de compensare a figurii 21.

1. În rîndurile unu și trei (pag. 159) se trec primele două ecuații normale.

2. După coeficienții grupului pătrat se calculează q;

$$\left|\begin{array}{ll} +5{,}63 & +5{,}67 \\ & +12{,}28 \end{array}\right|$$

se calculează $D = 5{,}63 \times 12{,}28 - 5{,}67^2 = 36{,}988$ și se introduce la înregistratorul mașinii de calculat. Pe urmă prin procedeul de alegere al împărțirii (înmulțirii) se calculează:

$$q_{11} = \frac{12{,}28}{36{,}988} = +0{,}332; \qquad q_{22} = \frac{5{,}63}{36{,}988} = +0{,}152;$$

$$q_{12} = -\frac{5{,}67}{36{,}988} = -0{,}153.$$

Aceste mărimi se înscriu cu semnele inverse în dreapta, corespunzător ecuațiilor normale (6).

3. Înmulțim prima coloană cu q_{11}

q_{12}

din coloanele coeficienților ecuațiilor normale și se obțin înmulțitorii ρ pentru linia a doua de exemplu:

$(-0{,}332)\ (-1{,}14)+(0{,}153)\ (-2{,}45)=+0{,}003,$

$(-0{,}332)\ (-0{,}91)+(0{,}153)\ (-2{,}56)=-0{,}090$ etc.

Se verifică

$$[\rho]-1=\rho^s$$

Se înmulțește a doua coloană cu q_{12}

q_{22}

din aceleași coloane ale coeficienților ecuațiilor normale și se obține ρ pentru linia a patra, făcîndu-se

$(+0{,}153)\ (-1{,}14)+(-0{,}152)\ (-2{,}45)=+0{,}198,$

$(+0{,}153)\ (-0{,}91)+(-0{,}152)\ (-2{,}56)=+0{,}250$ etc.,

în același timp și controlul pe linii.

4. Se trec ecuațiile normale trei și patru (liniile 5 și 8).

5. Se transformă coeficienții ecuației trei, exemplu:

$3{,}14+(+0{,}003)\ (-1{,}14)+(+0{,}198)\ (-2{,}45)=+2{,}65,$

$3{,}65+(0{,}003)\ (-0{,}91)+(0{,}198)\ (-2{,}56)=+3{,}14$ etc.

Se formează ecuația a patra:

$+\ 6{,}31+(-0{,}090)\ (-0{,}91)+(0{,}250)\ (-2{,}56)=+\ 5{,}75,$

$-23{,}92+(-0{,}090)\ (-3{,}40)+(0{,}250)\ (+2{,}67)=-22{,}95$ etc.

Controlul ecuațiilor transformate:

a primei

$$+2{,}65+3{,}14-14{,}68=-8{,}89,$$

a celei de-a doua

$$+3{,}14+5{,}75-22{,}95=-14{,}06.$$

6. După coeficienții grupului pătrat al ecuațiilor transformate:

$$\begin{vmatrix} +2{,}65 & +3{,}14 \\ & +5{,}75 \end{vmatrix}$$

se calculează coeficienții de pondere pentru ultimele două necunoscute:

$$D=(2{,}65)\ (5{,}75)-(3{,}14)^2=5{,}378;$$

$$Q_{33}=\frac{5{,}75}{5{,}378}=+1{,}069;\quad Q_{44}=+\frac{2{,}65}{5{,}378}=+0{,}493;$$

$$Q_{34}=-\frac{3{,}14}{5{,}378}=-0{,}584.$$

Ei se trec cu semnele inverse în partea dreaptă a ecuațiilor de condiție transformate.

7. Înmulțind coloana Q cu coloanele coeficienților ecuațiilor normale transformate, se obține:

$\rho_p^L=v_p$; ρ_p^s cu controlul $v_p-1=\rho_p^s$;

$\rho_u^L=v_u$; ρ_u^s cu controlul $v_u-1=\rho_u^s$.

Scanned with OKEN Scanner

8. Pe ultimele două necunoscute $v_p = +2{,}290$ și $v_u = +2{,}741$ le înmulțim cu coeficienții ρ iar pe urmă le însumăm cu ρ^L și calculăm necunoscutele v_1, v_2.

$(2{,}290)\ (0{,}003)+(2{,}741)\ (-0{,}090)+1{,}537=+1{,}297$

$(2{,}290)\ (0{,}198)+(2{,}741)\ (0{,}250)-0{,}926=+0{,}213.$

9. Se controlează corectitudinea rezolvării ecuațiilor normale după formula:

$$[\rho^L L'] = [v' L]$$

unde: v' — necunoscutele obținute independent;

L — termeni liberi ai ecuațiilor normale;

ρ^L — înmulțitorul în coloana L;

L' — termenii liberi ai ecuațiilor transformate (înscriși în forma 6 deasupra valorilor ρ^L).

Avem:

$$[\rho^L L'] = (1{,}537)\ (-3{,}40) + (-0{,}926)\ (2{,}67) + (2{,}290)\ (-14{,}68) + (2{,}741)\ (-22{,}95) = -104{,}22;$$

$$[v' L] = (1{,}297)\ (-3{,}40) + (0{,}213)\ (2{,}67) + (2{,}290)\ (-15{,}20) + (2{,}741)\ (-23{,}92) = -104{,}21.$$

Aceste mărimi se folosesc pentru a calcula valoarea $[ll \cdot n] = [ll] + [v' L]$ determinată în scopul controlului calculelor corecțiilor cu formula $[ll \cdot n] = [vv]$

Avem: $[ll \cdot n] = 121{,}52 - 104{,}21 = 17{,}31$;

$[vv] = 17{,}34.$

Corecțiile, după cum și mărimile $[ll]$ și $[vv]$, se calculează după datele din coloanele tabelului 5 (pag. 158).

10. Se calculează erorile poziției punctelor folosind formula (III.15), care pentru exemplul nostru se prezintă astfel:

$$M_I = 0{,}0023\, m'' b^{km} \sqrt{(\delta_3 + \delta_1)^2 q_{11} + 2(\delta_3 + \delta_1)\delta_3 q_{12} + (4{,}43 + \delta_3^2) q_{22}} = 0{,}0023(1{,}3)(3{,}4) \times$$

$$\times \sqrt{(1{,}31 + 0{,}22)^2 (0{,}33) + 2(1{,}31 + 0{,}22)(1{,}31)(-0{,}15) + (4{,}43 + \sqrt{+1{,}31^2)(0{,}15)}} = 0{,}011\ m;$$

$$M_{II} = 0{,}0023\, m'' b_1^{km} \sqrt{(\delta_{p+q} + \delta_p)^2 Q_{33} + 2(\delta_{p+q} + \delta_p)\delta_{p+q} Q_{34} + (4{,}43 + \delta^2{}_{p+q}) Q_{44}} = 0{,}0023\ (1{,}3)\ (6{,}0) \times$$

$$\times \sqrt{(1{,}55+0{,}24)^2(1{,}07)+2(1{,}55+0{,}24)(1{,}55)(-0{,}58)+(4{,}43+1{,}55^2)(0{,}49)} = 0{,}034\ m.$$

Formula pentru calculul lui M_{II} este precisă, iar formula pentru calculul lui M_I este aproximativă.

Mărimea $M_I = 0{,}011\ m$ confruntată cu rezultatul obținut după formula precisă, valorile corespund pînă la zecimala de ordinul trei (nepotrivirea fiind de 0,0007).

Scanned with OKEN Scanner

În exemplele examinate, coordonatele provizorii au fost determinate folosind unghiurile independente.

În cazul cînd există coordonate calculate anterior, folosirea lor trebuie să se facă cu folosirea unghiurilor de orientare aproximativă.

În acest caz se vor folosi ecuațiile de erori din formula (III.12).

Este necesar să se facă o verificare minuțioasă a calculului orientărilor din coordonate, întrucît greșelile lor se descoperă numai la sfîrșitul calculelor.

În cazul cînd există mai mult de două ecuații normale (adică mai mult de un punct de determinat) pentru controlul calculului în tabelul ecuațiilor de erori cu tabelul ecuațiilor normale se introduce suplimentar încă o coloană, pentru sumă.

§ 14. COMPENSAREA FIGURILOR TIPICE, ÎN DIFERITE VARIANTE

Particularitatea procedeului expus constă în aceea că ecuațiile de deducere a corecțiilor, date pentru o oarecare figură, sînt bune pentru compensarea altor figuri care se aseamănă prin elementele lor cu altele pe care le vom numi variante ale figurii principale.

Pentru fiecare figură sînt posibile cîteva variante. Toate acestea se compensează după unele și aceleași formule, care se deosebesc numai printr-o scurtare sau completare neînsemnată.

Totuși nu toate din ele sînt bune pentru folosirea în practică.

Pentru cele mai simple variante se dau coeficienții ecuațiilor de erori în partea de jos a tabelei.

Figurile unor astfel de variante sînt date la anexa 4, în grupa B.

Așa, de exemplu, la compensarea fig. 16 s-a scris: în cazul cînd lipsește latura DB (fig. 17, anexa 4) se șterg ultimele două linii în (5). Aceasta înseamnă că fig. 17 reprezintă fig. 16 puțin schimbată (este o variantă a ei). Ea a fost obținută ca urmare a faptului că unghiurile 13, 14 nu s-au măsurat și diagonala DB s-a dovedit a nu fi legată de direcțiile măsurate în punctul ce se determină.

Prin urmare, legăturile geometrice s-au schimbat, lucru ce se poate lua în considerație foarte simplu prin lăsarea la o parte a coeficienților A_{13}, A_{14}, B_{13}, B_{14}.

Practic în (5) (pag. 147) se taie ultimele două linii, iar în (7) (pag. 148) se rezolvă ultimul triunghi. Toate celelalte calcule se execută după modelul din exemplul 14.

Se pot folosi variante cărora li se adaugă ecuații. De exemplu, dacă la fig. 26 se adaugă latura AC (măsurînd unghiurile p, q, t), atunci la tabelul 5 este necesar să se adauge liniile coeficienților pentru aceste unghiuri.

Cunoscînd folosirea metodei, se poate scrie ușor expresia coeficienților pentru acest caz:

$$A_q = C_q = D_q = 0; \qquad B_q = 1;$$

$$A_p = -A_8 - A_{10} - 1; \qquad B_p = -B_8 - B_{10}; \qquad C_p = D_p = 0;$$

$$A_t = -A_7; \qquad B_t = -B_7; \qquad C_t = D_t = 0.$$

Variantele figurilor care necesită o ștergere a unei părți din ecuații sînt mai simple decît variantele care cer o completare a ecuațiilor.

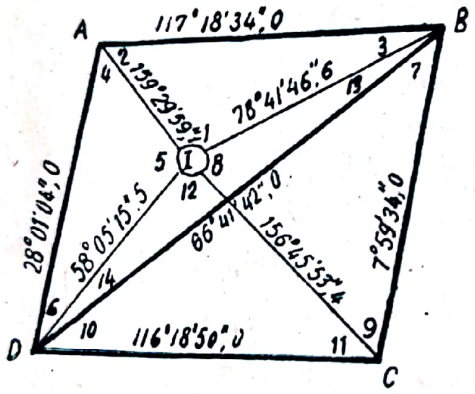
O figură complicată se poate compensa după unul și același exemplu de coeficienți dat la început pentru mai multe variante de figuri. Totuși o astfel de folosire a coeficienților cere o anumită experiență. Din această cauză în prezenta carte se dau numai cele mai simple variante.

Nu este greu de constatat că procedeul de compensare a figurilor tipice prin ecuații intermediare ale erorilor este convenabil în cazul rețelelor constrînse cu forme complicate.

El este mai stabil decît compensarea pe coordonatele (x, y). În comparație cu procedeul măsurătorilor condiționate, el are o superioritate în ceea ce privește siguranța determinării termenilor liberi ai ecuațiilor de erori și în controlul tuturor calculelor.

Singura etapă fără control rămîne calculul unghiurilor de orientare (4), însă calculul este simplu și rezultatul poate fi verificat prin calcul repetat (de exemplu, cu ajutorul cotangentelor sau al logaritmilor).

Calculele tuturor exemplelor sînt uniforme și simple.



Exemplul 14. **Compensarea figurii 16.**
Punctul ce se determină I, *ordinul 4*

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	Notificație
1	+1	0	$\sigma_1 = \delta_1 + \delta_3$
2	0	+1	$\sigma_2 = \delta_3 + \delta_6$
3	−1	−1	$\sigma_3 = \delta_1 - \delta_9$
			$\sigma_4 = -(\delta_2 + \delta_9)$
4	0	−1	$\sigma_5 = \delta_{10} + \delta_{12}$
5	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_6 = \delta_8 + \delta_{12}$
6	$-A_5$	$-B_5 + 1$	
			$z_1 = 1 : (\delta_5 + \delta_6)$
7	+1	+1	$z_2 = 1 : (\delta_8 + \delta_9)$
8	$\sigma_3 z_2$	$\sigma_4 z_2$	
9	$-A_8 - 1$	$-B_8 - 1$	
			Controlul $\sigma_5(A_5 - B_5) + \sigma_6(A_8 - B_8) + \sigma_5 = 0$
10	A_5	$-B_6$	
11	$-A_9$	$-B_9$	
12	$A_6 + A_9$	$-B_5 - B_8$	
13	+1	+1	
14	A_5	B_{10}	

Cînd lipsește latura DB (fig. 17, anexa 4) se șterg ultimele două rînduri de la (5).

Scanned with OKEN Scanner

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
B				246°41′42″,0	7 918,95
D	3	6 555 105,99	9 467 027,22	28 01 04 ,0	6 120,97
A	3	6 560 509,59	9 469 902,52	117 18 34 ,0	4 949,18
B	3	6 558 238,93	9 474 300,08	187 59 34 ,0	6 354,38
C	3	6 551 946,28	9 473 416,51	296 18 50 ,0	7 127,88
D					

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiului*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	99°11′47″,5	0,987 142	4 949,18
2	42 11 25 ,1	0,671 595	3 367,14
(3)	(38 36 47 ,4)	0,624 059	3 128,81

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	*A*	*B*
	I	
x	6 557 578,93	6 557 578,94
x_0	6 560 509,59	6 558 238,93
Δx	—2 930,66	—659,99
$\cos \alpha$	0,936 670	0,196 010
s	3 128,81	3 367,14
$\sin \alpha$	0,350 211	0,980 602
Δy	+1 095,74	—3 301,82
y_0	9 469 902,52	9 474 300,08
y	9 470 998,26	9 470 998,26

Scanned with OKEN Scanner

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 557 578,935	9 470 998,26	0,429 327
C	6 551 946 28	9 473 416,51	336°45′53″,4
	+5 632,655	−2 418,25	
I	6 557 578,935	9 470 998,26	
D	6 555 105 99	9 467 027,22	1,605 794
	+2 472,945	+3 971,04	58°05′15″,5

5. *Ecuațiile corecțiilor*

$\delta 1''$	Nr. unghiurilor	Coeficienții A $v_1 = -0,31$	Coeficienții B $v_2 = -2,29$	Termenii liberi l	Corecțiile v
−0,35	1	+1,00	0	0,0	−0,3
+2,33	2	0	+1,00	0,0	−2,3
+2,64	3	−1,00	−1,00	−1,9	+0,7
				−1,9	
	4	0	−1,00	+0,5	+2,8
−0,43	5	+0,71	+1,95	+6,4	+1,7
+3,65	6	−0,71	−0,95	−3,2	−0,8
				+3,7	
	7	+1,00	+1,00	+1,4	−1,2
+0,45	8	−0,97	−1,48	−5,3	−1,6
+3,48	9	−0,03	+0,48	+4,6	+3,5
				+0,7	
+1,30	10	+0,71	+0,95	+5,1	+2,7
	11	+0,03	−0,48	−0,1	+1,0
+0,33	12	−0,74	−0,47	−1,2	+0,1
				+3,8	
	13	+1,00	+1,00	+0,6	−2,0
	14	+0,71	+0,95	+1,1	−1,3

6. *Formarea și rezolvarea ecuațiilor normale*

+7,51	+ 8,16	+21,01	−0,3473	+0,1971
	+14,38	+35,45	+0,1971	−0,1814

Controlul: $[ll \cdot n] = +47,6$ $[vv] = +47,6$

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiu-rilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	99°11′47″,5	—0″,3	99°11′47″,2	0,987 142	4 949,18
2	42 11 25 ,1	—2 ,3	42 11 22 ,8	0,671 587	3 367,10
3	38 36 49 ,3	+0 ,7	38 36 50 ,0	0,624 069	3 148,86
	180 00 01 ,9	—1 ,9	180 00 00 ,0		
	w_1=+1 ,9				
4	48 31 04 ,4	+2 ,8	48 31 07 ,2	0,749 172	4 678,13
5	101 24 37 ,2	+1 ,7	101 24 38 ,9	0,980 234	6 120,97
6	30 04 14 ,7	—0 ,8	30 04 13 ,9	0,501 065	3 128,85
	179 59 56 ,3	+3 ,7	180 00 00 ,0		
	w_2=—3 ,7				
7	70 42 11 ,2	—1 ,2	70 42 10 ,0	0,943 817	6 129,78
8	78 04 12 ,1	—1 ,6	78 04 10 ,5	0,978 400	6 354,38
9	31 13 36 ,0	+3 ,5	31 13 39 ,5	0,518 440	3 367,10
	179 59 59 ,3	+0 ,7	180 00 00 ,0		
	w_3=—0,7				
10	58 13 29 ,4	+2, 7	58 13 32 ,1	0,850 128	6 129,77
11	40 27 03 ,5	+1 ,0	40 27 04 ,5	0,648 801	4 678,12
12	81 19 23 ,3	+0, 1	81 19 23 ,4	0,988 555	7 127,88
	179 59 56 ,2	+3 ,8	180 00 00 ,0		
	w_4=—3 ,8				
8+12	159 23 35 ,4	—1 ,5	159 23 33, 9	0,351 960	7 918,95
13	12 00 04 ,0	—2 ,0	12 00 02 ,0	0,207 921	4 678,13
14	8 36 25 ,4	—1 ,3	8 36 24 ,1	0,149 651	3 367,08
	180 00 04 ,8	—4 ,8	180 00 00 ,0		
	w_5=+4 ,8				

Scanned with OKEN Scanner

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	117°18′34″,0	297°18′34″,0
$<$	+42 11 22 ,8	—38 36 50 ,0
α	159 29 56 ,8	258 41 44 ,0
x	5 557 578,88	6 557 578,90
x_0	5 560 509,59	6 558 238,93
Δx	—2 930,71	—660,03
$\cos \alpha$	0,936 667	0,196 022
s	3 128,86	3 367,10
$\sin \alpha$	0,350 222	0,980 600
Δy	+1 095,80	—3 301,78
y_0	9 469 902,52	9 474 300,08
y	9 470 998,32	9 470 998,30
	Mediile	$x = 5\ 557\ 578{,}89$ $x = 9\ 470\ 998{,}31$

9. *Aprecierea preciziei*

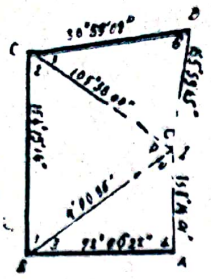
$m = \pm 2''{,}0;$

$M = 0{,}017\ m.$

Calculat: _____

„____“ _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 15. **Compensarea figurii 18.**
(intersecția înainte multiplă)

Punctul ce se determină I. Rețeaua analitică

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	Elementele formulei
1	+1	0	$\sigma_1 = \delta_u - \delta_2$
2	−1	−1	$\sigma_2 = -(\delta_2 + \delta_p)$
3	−1	0	$\sigma_3 = \delta_t - \delta_1$
			$\sigma_4 = \delta_t + \delta_p$
4	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_5 = \delta_4 + \delta_u$
5	+1	+1	$\sigma_6 = -(\delta_6 + \delta_t)$
6	$\sigma_3 z_2$	$\sigma_4 z_2$	$\sigma_7 = \delta_1 - \delta_u$
			$z_1 = 1 : \sigma_5$
			$z_2 = 1 : \sigma_6$

Controlul: $\sigma_5 (A_4 - B_4) + \sigma_6 (A_6 - B_6) + \sigma_7 = 0$

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	3	6 365 683,79	9 432 558,87		
B	4	6 364 899,84	9 430 130,81	252°06′21″,9	2 551,48
C	4	6 369 946,57	9 427 696,97	334 15 14 ,0	5 602,95
	4	6 372 795,76	9 429 407,86	30 59 03 ,3	3 323,42

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiului*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	39°54′24″	0,639 529	3 587,00
2	47 37 14	0,738 697	4 143,22
(p)	(92 37 22)	0,998 953	5 602,95

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	B	C
	I	
x	6 368 919,80	6 368 919,81
x_0	6 364 899,84	6 369 946,57
Δx	+4 019,96	−1 026,76
cos α	0,970 251	0,286 246
s	+4 143,22	3 587,00
sin α	0,242 101	0,958 156
Δy	+1 003,08	+3 436,91
y_0	9 430 130,81	9 427 696,97
y	9 431 133,89	9 431 133,88

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 368 919,80	9 431 133,88	0,440 354
A	6 365 683,79	9 432 558,87	336°14′01″
	+3 236,01	−1 424,99	
I	3 368 919,80	9 431 133,88	0,445 314
D	3 372 795,76	9 429 407,86	155°59′45″
	−3 875,96	+1 726,02	

5. *Ecuaţiile corecţiilor*

δ 1″	Nr. unghiurilor	Coeficienţii A $v_i = +1{,}9$	Coeficienţii B $v_p = -0{,}8$	Termenii liberi l	Corecţiile v
+2,53	1	+1,0	0	0,0	+1,9
+1,92	2	−1,0	−1,0	0,0	−1,1
—	3	−1,0	0	+4,0	+2,1
+0,22	4	+0,3	−0,6	+1,0	+2,0
—	5	+1,0	+1,0	−2,0	−0,9
+1,48	6	+0,2	−0,5	−3,0	−2,2
−0,10	p				
+2,72	u				
+1,81	t				

Scanned with OKEN Scanner

6. *Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale*

+4,1	+1,7	−6,3	−0,34	+0,22
	+2,6	−1,1	+0,22	−0,53

Controlul:

$[ll \cdot n] = +19$;

$[vv] = +19$;

7. *Formarea şi rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	39°45′24″	+2″	39°45′26″	0,639 540	3 587,1
2	47 37 14	−1	47 37 13	0,738 694	4 143,2
(*p*)	(92 37 22)		92 37 21	0,998 953	5 603,0
3	58 05 40	+2	58 05 42	0,848 925	3 535,8
4	84 07 38	+2	84 07 40	0,994 753	4 143,2
(*u*)	(37 46 42)		37 46 38	0,612 593	2 551,5
5	75 38 59	−1	75 38 58	0,968 798	4 242,9
6	54 59 21	−2	54 59 19	0,819038	3 587,1
(*t*)	(49 21 40)		49 21 43	0,758 839	3 323,4

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	*B*	*C*
	I	
α_0	334°15′14″	154°15′14″
<	+39 45 26	−47 37 13
α	14 00 40	106 38 01
x	6 368 919,8	6 368 919,8
x_0	6 364 899,8	6 369 946,6
Δx	+4 020,0	−1 026,8
cos α	0,970 249	0,286 251
s	4 143,2	3 587,1
sin α	0,242 110	0,958 155
Δy	+1 003,1	+3 436,9
y_0	9 430 130,8	9 427 697,0
y	9 431 133,9	9 431 133,9

Mediile $x = 6\ 368\ 919{,}8$

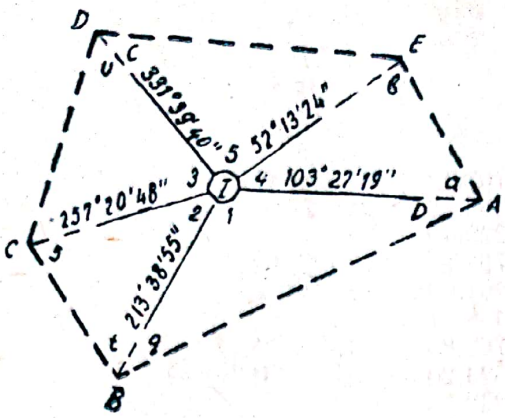
$y = 9\ 431\ 133{,}9$

9. *Aprecierea preciziei*

$m = \pm 2''{,}2$; $M = 0{,}043\ m$.

Calculat_____ „_____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 16. **Compensarea figurii 19.** (intersecția înapoi multiplă)

Punctele ce se determină I. Rețeaua analitică.

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	Elementele formulei	
1	$+1$	0	$\sigma_1 = \delta_1 - \delta_S$	$\sigma_5 = \delta_1 + \delta_q$
2	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_2 = -(\delta_v + \delta_s)$ $\sigma_3 = -(\delta_t + \delta_u)$	$\sigma_6 = \delta_b + \delta_q$ $\sigma_7 = \delta_a + \delta_c$
3	$(\sigma_3 + A_2\sigma_4) z_2$	$(\sigma_3 + \sigma_4 B_2) z_2$	$\sigma_4 = \delta_2 - \delta_u$	$\sigma_8 = \delta_4 - \delta_c$
4	$\sigma_5 z_3$	$\sigma_6 z_3$	$z_1 = 1 : (\delta_2 + \delta_s)$ $z_2 = 1 : (\delta_3 + \delta_u)$	
5	$\sigma_8 A_4 z_4$	$(\sigma_7 + \sigma_8 B_4) z_4$	$z_3 = 1 : (\delta_4 + \delta_b)$ $z_4 = 1 : (\delta_5 + \delta_c)$	

Controlul: $[A] = [B] = 0$.

Cînd lipsește unghiul 5 (fig. 20 anexa 4) se șterge ecuația pentru v_5^0 și corespunzător ei rîndul cinci de la (5).

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	4	6 507 134,01	9 414 985,29		
				252°35'17",5	4 947,92
B	3	6 505 653,41	9 410 264,09		
				337 02 22 ,6	
C	4	6 507 402,20	9 409 523,20		
				13 22 00 ,6	
D	4	6 510 633,80	9 410 291,10		
				131 52 10 ,8	
E	4	6 508 558,72	9 412 606,28		
				120 54 57 ,5	
A					

Coordonatele provizorii ale punctului 1. $x = 6\ 507\ 905{,}0$;
$y = 9\ 411\ 762{,}8$.

Scanned with OKEN Scanner

2. *Calculul unghiului de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 507 905,00	9 411 762,80	4,179 677
A	6 507 134,01	9 414 985,29	283°27′19″
	+ 770,99	−3 222,49	
I	6 507 905,00	9 411 762,80	0,665 623
B	6 505 653,41	9 410 264,09	33°38′55″
	+2 251,59	+1 498,71	
I	6 507 905,00	9 411 762,80	4,454 256
C	6 507 402,20	9 409 523,20	77°20′48″
	+ 502,80	+2 239,60	
I	6 507 905,00	9 411 762,80	0,539 321
	6 510 633,80	9 410 291,10	151°39′40″
	−2 728,80	+1 471,70	
I	6 507 905,00	9 411 762,80	1,290 277
E	6 508 558,72	9 412 606,28	232°13′24″
	− 653,72	− 843,48	

3. *Ecuaţiile corecţiilor*

δ 1″	Nr. unghiurilor	Coordonatele A $v_1 = +10{,}5$	Coordonatele B $v_p = -0{,}1$	Termenii liberi l	Corecţiile v
−0,78	1	+1,0	0,0	−20	−9,5
+2,20	2	−0,5	−1,5	+13	+7,9
+0,59	3	−1,2	−1,2	+ 5	−7,5
+1,69	4	+2,1	+2,0	−20	+1.8
+0,35	5	−1,4	+0,7	+14	−0,8
	Σ	0,0	0,0		
+3,52	*p*				
+2,60	*q*				
+1,39	*t*				
+0,38	*s*				
+2,36	*u*				
+6,68	*a*				
−0,82	*b*				
+5,84	*c*				

Mărimile unghiurilor p, q, ..., c, necesare pentru determinarea lui δ_p, δ_q,..., δ_c, pot fi măsurate cu transportorul de pe desenul reţelei pe care punctul I se trece prin procedeul Bolotov.

5. *Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale*

					Controlul:
+ 9,06	+ 5,41	− 94,1	+ 0,183	+ 0,121	$[ll \cdot n] = +213$;
	+ 8,18	− 55,7	+ 0,121	− 0,202	$[vv] = +213$;

Scanned with OKEN Scanner

5. *Formarea și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
I	110°11'56"	—10"	110°11'46"	0,938 516	4 947,92
p	(30 52 01)	0	30 52 01	0,513 046	2 704,81
q			38 56 13	0,628 464	3 313,30
			180 00 00		
2	43 41 40	+ 8	43 41 48		
3	74 18 47	— 7	74 18 40		
4	51 14 15	+ 2	51 14 17		
5	80 33 30	— 1	80 33 29		

6. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	252°35'18"	72°35'18"
$<$	+30 52 01	—38 56 13
α	283 27 19	33 39 05
x	6 507 904,97	6 507 904,96
x_0	6 507 134,01	6 505 653,41
Δx	+ 770,96	+2 251,55
cos α	0,232 686	0,832 425
s	3 313,30	2 704,81
sin α	0,972 552	0,554 138
Δy	—3 222,36	+1 498,83
y_0	9 414 985,29	9 410 264,09
y	9 411 762,93	9 411 762 92

Mediile $x = 6\ 507\ 904{,}97$;
$y = 9\ 411\ 762{,}92$.

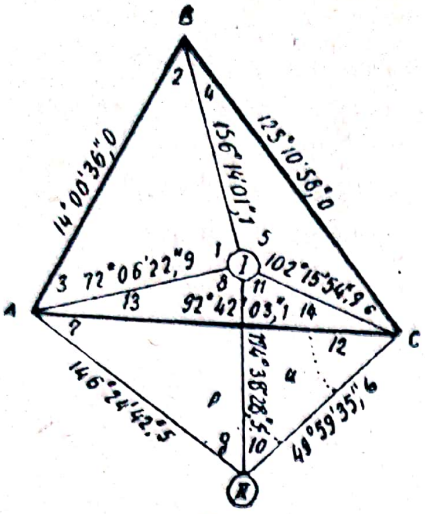
7. *Aprecierea preciziei*

$$M = 0{,}055\ m$$

La calculul lui M s-a luat $m = \pm 15''$.

Calculat _____ „____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 17. **Compensarea figurii 21.** Punctul ce se determină I ordinul 4 II ordinul 4

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele formulei
1	$+1$	0	0	0	$\sigma_1=\delta_1+\delta_3$
2	0	$+1$	0	0	$\sigma_2=\delta_3+\delta_6$
3	-1	-1	0	0	$\sigma_3=\delta_1-\delta_9$
4	0	-1	0	0	$\sigma_4=-(\delta_2+\delta_9)$
5	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	0	0	$\sigma_5=\delta_9-\delta_p$
6	$-A_5$	$-B_5+1$	0	0	$\sigma_6=\delta_9+\delta_u$
7	$+1$	$+1$	-1	-1	$\sigma_7=-(\delta_{10}+\delta_{14})$
8	$\sigma_3 z$	$\sigma_4 z_2$	$\sigma_5 z_2$	$\sigma_6 z_2$	$\sigma_8=\delta_{12}-\delta_{14}$
9	$-A_8-1$	$-B_8-1$	$-C_8+1$	$-D_8+1$	$\sigma_9=-(\delta_9+\delta_{10})$
10	$-A_9$	$-B_9$	$+C_8$	$-D_9$	$z_1=1:(\delta_5+\delta_6)$
11	A_6+A_9	B_6+B_9	$-C_8$	$-D_8$	$z_2=1:(\delta_8+\delta_9)$
12	A_5	$-B_6$	0	$+1$	
13	$+1$	$+1$	0	0	
14	A_{12}	B_{12}	0	0	

Controlul: $\sigma_8\,(A_5-B_5)+\sigma_9(A_8-B_8+C_8-D_8)+\sigma_7=0$

Cînd lipsește latura AC (fig. 22, anexa 4) se șterg ultimele două rînduri de la (5). Cînd lipsește latura BC (fig. 23, anexa 4) se șterg rîndurile pentru unghiurile 4, 5, 6, de la (5).

Scanned with OKEN Scanner

1. *Datele inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	3	6 504 899,84	9 450 130,81		
				14°00′36″,0	4 001,12
B	3	6 508 781,94	9 451 099,44		
				123 10 58 ,0	7 734,44
C	3	6 504 548,79	9 457 572,62		
				272 42 03 ,1	7 450,09

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiului*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	84°07′38″,2	0,994 752	4 001,12
2	37 46 34 ,9	0,612 581	2 463,94
(3)	(58 05 46 ,9)	0,848 938	3 414,62
p	83 34 53 ,1	0,993 732	7 450,09
u	42 42 27 ,5	0,678 258	5 084,95
	(53 42 39,4)	0,806 041	6 042,95

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	A	B	A	C
	I		II	
x	6 505 656,89	6 505 656,89	6 500 663,90	6 500 663,91
x_0	6 504 899,84	6 508 781,94	6 504 899,84	6 504 548,79
Δx	+ 757,05	—3 125,05	—4 235,94	—3 884,88
$\cos \alpha$	0,307 251	0,915 196	0,833 035	0,642 878
S	2 463,94	3 414,62	5 084,95	6 042,95
$\sin \alpha$	0,951 628	0,403 008	0,553 220	0,765 968
Δy	+2 344,75	+1 376,12	+2 813,10	—4 628,71
y_0	9 450 130,81	9 451 099,44	9 450 130,81	9 457 572,62
y	9 452 475,56	9 452 475,56	9 452 943,91	9 452 943,91

Scanned with OKEN Scanner

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 505 656,89	9 452 475,56	4,599 820
C	6 504 548,79	9 457 572,62	282°15′54″,9
	+1 108,10	−5 097,06	
I	6 505 656,89	9 452 475,56	0,0938 015
II	6 500 663,90	9 452 943,91	
	+4 992,99	−468,35	354°38′28″,5

5. *Ecuațiile corecțiilor*

$\delta 1''$	Nr. unghiurilor	Coeficienții $v_1=+1,30$	$v_2=+0,21$	$v_p=+2,29$	$v_u=+2,74$	Termenii liberi l	Suma s	Corecțiile v
+0,22	1	+1,00	0	0	0	0,0	+1,00	+1,3
+2,72	2	0	+1,00	0	0	0,0	+1,00	+0,2
+1,31	3	−1,00	−1,00	0	0	+2,8	+0,80	+1,3
						+2,8		
—	4	0	−1,00	0	0	−0,1	−1,10	−0,3
−1,53	5	+0,38	+1,71	0	0	−1,9	+0,19	−1,1
+5,51	6	−,038	−0,71	0	0	+0,8	−0,29	+0,2
						−1,2		
—	7	+1,00	+1,00	−1,00	−1,00	+2,8	+2,80	−0,7
+0,47	8	−0,84	−1,51	+0,84	+1,41	−4,7	−4,80	−0,3
+3,92	9	−0,16	+0,51	+0,16	−0,41	+2,8	+2,90	+1,9
						+0,9		
+1,46	10	+0,16	−0,51	+0,84	+0,41	−2,8	−1,90	+0,3
—	11	−0,54	−0,20	−0,84	−1,41	+7,8	+4,81	+1,3
+1,64	12	+0,38	+0,71	0,00	+1,00	−1,2	+0,89	+2,2
						+3,8		
—	13	+1,00	+1,00	0	0	−0,3	+1,70	+1,2
+12,51	14	+0,38	+0,71	0	0	−1,2	−0,11	+0,6
+ 0,24	*p*							
+ 2,28	*u*							

Scanned with OKEN Scanner

v_1	v_2	v_p	v_u	L	s	$-q, -Q$	
+5,63	+5,67	−1,14	−0,91	− 3,40	+ 5,85	−0,332	+0,153
+1.297		+0,003	−0,090	+ 1,537	+ 0,446		
	+12,28	−2,45	−2,56	+ 2,67	+15,61	+0,153	−0,152
	+0,213	+0,198	+0,250	− 0,926	− 1,478		
		+3,14	+3,65	−15,20	−12,00		
		+2,65	+3,14	−14,68	− 8,89	−1,069	+0,584
		+2,290		+ 2,290	+ 1,298		
			+6,31	−23,92	−17,43		
			+5,75	−22,95	−14,05	+0,584	−0,493
			+2,741	+ 2,741	+ 1,734		

Controlul: $[\rho^L L'] = -104{,}2;$

$[v'L] = -104{,}2;$

$[ll] = +121{,}5;$

$[ll \cdot n] = 17{,}3;$

$[vv] = 17{,}3.$

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiurilor	Unghiurile de orientare	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	84°07′38″,2	+1″,3	84°07′39″,5	0,994 753	4 001,12
2	37 46 34 ,9	+0 ,2	37 46 35 ,1	0,612 582	2 463,94
3	58 05 44 ,1	+1,3	58 05 45 ,4	0,848 934	3 414,60
	179 59 57 ,2	+2 ,8	180 00 00 ,0		
	$w_1 = -2,8$				
4	33 03 03 ,2	−0 ,3	33 03 02 ,9	0,545 383	5 216,13
5	126 01 55 ,7	−1 ,1	126 01 54 ,6	0,808 690	7 734,44
6	20 55 02 ,3	+0 ,2	20 55 02 ,5	0,357 021	3 414,61
	180 00 1 ,2	−1 ,2	180 00 00 ,0		
	$w_2 = +1,2$				
7	74 18 16 ,8	−0 ,7	74 18 16 ,1	0,962 713	5 014,94
8	77 27 59 ,1	−0 ,3	77 27 58 ,8	0,976 169	5 085,04
9	28 13 43 ,2	+1 ,9	28 13 45 ,1	0,473 000	2 463,94
	179 59 59 ,1	+0 ,9	180 0 00 ,0		
	$w_3 = -0,9$				
10	55 21 09 ,9	+0 ,3	55 21 10 ,2	0,822 669	5 216,13
11	72 22 25 ,8	+1 ,3	72 22 27 ,1	0,953 055	6 042,84
12	52 16 20 ,5	+2 ,2	52 16 22 ,7	0,790 935	5 014,92
	179 59 56 ,2	+3 ,8	180 00 00 ,0		
	$w_4 = -3,8$				
8+11	149 50 24 ,9	+1 ,0	149 50 25 ,9	0,502 408	7 450,09
13	20 35 40 ,5	+1 ,2	20 35 41 ,7	0,351 759	2 216,15
14	9 33 53 ,0	−0 ,6	9 33 52 ,4	0,166 159	2 463,93
	179 59 58 ,4	+1 ,6	180 00 00 ,0		
	$w_5 = -1,6$				

Scanned with OKEN Scanner

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	A	B	A	C
	I		II	
α_0	14°00′36″, 0	194°00′36″, 0	92°42′03″, 1	272°42′03″, 1
L	+58 05 45 , 4	−37 46 35 , 1	+53 42 34 , 4	−42 42 30 , 3
α	72 06 21 , 4	156 14 00 , 9	146 24 37 , 5	229 59 32 , 8
x	6 505 656 ,91	6 505 656 ,91	6 500 663 ,90	6 500 663 ,91
x_0	6 504 899 ,84	6 508 781 ,94	6 504 899 ,84	6 504 548 ,79
Δx	+ 757 ,07	−3 125 ,03	−4 235 ,94	−3 884 ,88
cos α	0 ,307 258	0, 915 196	0, 833 021	0, 624 889
s	2 463 ,94	3 414 ,60	5 085 ,04	6 042 ,84
sin α	0 ,951 626	0, 403 009	0, 553 240	0, 765 959
Δy	+2 344 ,75	+1 376 ,11	+2 813 ,25	−4 628 ,57
y_0	9 450 130 ,81	9 451 099 ,44	9 450 130 ,81	9 457 572 ,62
y	9 452 475 ,56	9 452 475 ,55	9 452 944 ,06	9 452 944 ,05

Mediile $x = 6\ 505\ 656{,}91$, $y = 9\ 452\ 475{,}56$

Mediile $x = 6\ 500\ 663{,}90$, $y = 9\ 452\ 944{,}06$

9. *Aprecierea preciziei*

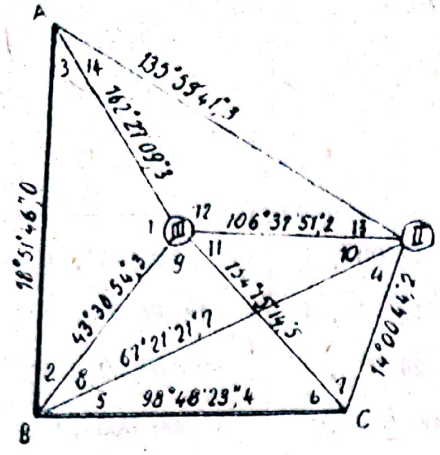
$$m = \pm 1''{,}3$$

$M_I = 0{,}011\ m$ şi $M_{II} = 0{,}034\ m$.

Calculat_____

„_____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 18. **Compensarea figurii 24.**
Punctele ce se determină I. ordinul 4
II ordinul 4

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele formulei
1	+1	0	0	0	$\sigma_1 = -(\delta_1 + \delta_3)$
2	0	+1	0	0	$\sigma_2 = \delta_9 - \delta_3$
3	−1	−1	0	0	$\sigma_3 = \delta_{9+11} - \delta_3$
4	0	0	+1	0	$\sigma_4 = \delta_{6+7} + \delta_4$
5	0	0	0	+1	$\sigma_5 = \delta_{6+7} + \delta_{9+11}$
6	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	0	0	$\sigma_6 = \delta_{6+7} + \delta_{3+14}$
7	$-A_6$	$-B_6$	−1	−1	$\sigma_7 = \delta_{10} - \delta_{14}$
8	0	−1	0	−1	$\sigma_8 = \delta_{13} + \delta_{14}$
9	A_7	B_7+1	0	0	$\delta_9 = \delta_2 - \delta_{14}$
10	$\sigma_1 z_2$	$\sigma_3 z_2$	$\sigma_4 z_2$	$\sigma_5 z_2$	
11	$A_6 - A_{10}$	$B_6 - B_{10}$	$-C_{10}$	$-D_{10}+1$	
12	$A_{10}-1$	$B_{10}-1$	C_{10}	$D_{10}-1$	$z_1 = 1 : (\delta_6 + \delta_9)$
13	$-A_{10}$	$-B_{10}$	$-C_{10}+\sigma_4 z_3$	$-D_{10}+\sigma_6 z_3$	$z_2 = 1 : (\delta_{10}+\delta_{9+11})$
14	+1	+1	$-C_{12}-C_{13}$	$-D_{12}-D_{13}$	$z_3 = 1 : (\delta_{3+14}+\delta_{10+13}$

Controlul: $\sigma_7(-A_{10} + B_{10} + C_{10} - D_{10}) + \sigma_8(A_{13} - B_{13} - C_{13} + D_{13}) + \sigma_9 = 0$

Cînd lipsește latura *A* II (fig. 25, anexa 4) se șterg ultimele trei rînduri de la (5)

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	3	6 518 071,71	9 457 951,96	198°51'46",0	6626,42
B	3	6 511 801,16	9 455 809,62	98 46 23 ,4	5101,23
C	3	6 511 023,10	9 460 851,17		

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiului*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	118°56′15″,0	0,875 148	6 626,42
2	24 39 08 ,3	0,417 111	3 158,27
3	(36 24 36 ,7)	0,593 562	4 494,31
4	53 20 37 ,5	0,802 231	5 101,23
5	31 25 01 ,7	0,521 265	3 314,62
6+7	(95 14 20 ,8)	0,995 823	6 332,24

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	*A*	*B*	*B*	*C*
	I		II	
x	6 515 060,40	6 515 060,40	6 514 239,10	6 514 239,09
x_0	6 518 071,71	6 511 801,16	6 511 801,16	6 511 023,10
Δx	−3 011,31	+3 259,24	+ 2 437,94	+3 215,99
cos α	0,953 468	0,725 193	0,385 004	0,970 244
s	3 158,27	4 494,31	6 332,24	3 314,62
sin α	0,301 495	0,688 545	0,922 915	0,242 130
Δy	+9 52,20	+ 3 094,53	+ 5 844,12	+ 802,57
y_0	9 457 951,96	9 455 809,62	9 455 809,62	9 460 851,17
y	9 458 904,16	9 458 904,15	9 461 653,74	9 461 653,74

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 515 060,40	9 458 904,16	3,347 84
II	6 514 239,10	9 461 653,74	286°37′51″,2
	+ 821,30	−2 749,58	
I	6 515 060,40	9 458 904,16	0,482 256
C	6 511 023,10	9 460 851,17	334°15′14″,5
	+4 037,30	−1 947,01	
II	6 514 239,10	9 461 653,74	0,965 864
A	6 518 071,71	9 457 951,96	135°59′41″,3
	−3 832,61	+3 701,78	

Scanned with OKEN Scanner

5. *Ecuațiile corecțiilor*

$\delta 1''$	Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Termenii liberi l	Suma	Corecțiile v
		$v_1 = +0,72$	$v_2 = -1,28$	$v_4 = +1,79$	$v_5 = +1,02$			
−1,16	1	+1,00	0	0	0	0	+1,00	+0,7
+4,60	2	0	+1,00	0	0	0	+1,00	−1,3
+2,86	3	−1,00	−1,00	0	0	+0,1	−1,90	+0,7
						+0,1		
+1,57	4	0	0	+1,00	0	0	+1,00	+1,8
—	5	0	0	0	+1,00	0	+1,00	+1,0
+1,45	6	−0,76	−0,92	0	0	−1,9	−3,58	−1,3
	7	+0,76	+0,92	−1,00	−1,00	+5,0	+4,68	+1,6
						+3,1		
+4,54	8	0	−1,00	0	−1,00	−1,4	−3,40	−1,1
+0,80	9	+0,76	+1,92	0	0	+2,9	+5,58	+1,0
+2,57	10	−1,13	−2,60	+0,91	−0,83	−3,7	−7,35	−0,4
	11	+0,37	+1,68	−0,91	+1,83	+3,1	+6,07	+1,4
						+0,9		
—	12	−2,13	−3,60	+0,91	−1,83	−1,2	−7,85	+1,7
+3,74	13	+1,13	+2,60	−0,19	+1,29	+1,0	+5,83	−0,6
+4,24	14	+1,00	+1,00	−0,72	+0,54	+1,5	+3,32	+0,2
						+1,3		
−1,06	9+11							
−0,20	6+7							
+1,08	3+14							
+0,83	10+13							

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiu-rilor	Unghiurile măsurate	Corectiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Latura m
1	118°56′15″,0	+0,7	118°56′15″,7	0,875 146	6 626,42
2	24 39 08 ,3	—1,3	24 39 07 ,0	0,417 105	3 158,23
3	36 24 36 ,6	+0,7	36 24 37 ,3	0,593 564	4 494,34
	179 59 59 ,9	+0,1	180 00 00 ,0		
	w_1=—0 ,1				
4	53 20 37 ,5	+1,8	53 20 39 ,3	0,802 237	5 101,23
5	31 25 01 ,7	+1,0	31 25 02 ,7	0,521 269	3 314,62
6+7	95 14 17 ,7	+0,3	95 14 18 ,0	0,995 824	6 332,20
	179 59 56 ,9	+3,1	180 00 00 ,0		
	w_2=—3 ,1				
8	23 50 28 ,8	—1,1	23 50 27 ,7	0,404 201	2 869,60
9+11	116 52 57 ,1	+2,4	116 52 59 ,5	0,891 930	6 332,22
10	39 16 33 ,2	—0,4	39 16 32 ,8	0,633 054	4 494,34
	179 59 59 ,1	+0,9	180 00 00 ,0		
	w_3 =—0 ,9				
12	124 10 43 ,1	+1,7	124 10 44 ,8	0,827 286	5 328,39
13	29 21 49 ,1	—0,6	29 21 48 ,5	0,490 347	3 158,23
14	26 27 26 ,5	+0,2	26 27 26 ,7	0,445 532	2 869,59
	179 59 58 ,7	+1,3	180 00 00 ,0		
	w_4 =—1 ,3				
6	55 28 53 ,0	—1,3	55 28 51 ,7	0,823 939	4 494,34
9	69 15 36 ,9	+1,0	69 15 37 ,9	0,935 200	5 101,23
5+8	55 15 30 ,5	—0,1	55 15 30 ,4	0,821 731	4 482,29
	180 00 00 ,4	—0,4	180 00 00 ,0		
	w_5 =+0 ,4				
7	39 45 24 ,7	+1,6	39 45 26 ,3	0,639 537	2 869,59
11	47 37 20 ,2	+1,4	47 37 21 ,6	0,738 722	3 314,63
4+10	92 37 10 ,7	+1,4	92 37 12 ,1	0,998 955	4 482,29
	179 59 55 ,6	+4,4	180 00 00 ,0		
	w_6 =— 4 ,4				

Scanned with OKEN Scanner

6. *Formarea și rezolvarea ecuațiilor normale*

V_1	V_2	V_4	V_5	L	S	$-q, -Q$
+11,96	+19,02	−5,00	+6,75	+17,86	+50,59	−0,3835+0,1886
+0,719		+0,1635	+0,3894	+0,0270	− 0,4187	
	+38,68	−9,30	+15,79	+36,46	+100,65	+0,1886−0,1186
	−1,283	+0,1600	−0,5996	−0,9558	− 2,3958	
		+5,04	−3,72	−13,55	−26,53	
		+2,73	−0,09	− 4,80	− 2,16	−0,3665−0,0060
		+ 1,792		+ 1,7920	+ 0,7920	
			+12,34	+ 9,44	+40,60	
			+ 5,50	− 5,47	− 0,06	−0,0060−0,1819
			+ 1,024	+1,0238	+ 0,0238	

Controlul

$[p^L L'] = -48,5$

$[v'L] = -48,5$

$[ll] = +66,9$

$[ll \cdot n] = +18,4$

$[vv] = +18,4$

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	A	B	B	C
	I		II	
α_0	198°51′46″,0	18°51′46″,0	98°46′23″,4	278°46′23″,4
<	−36 24 37 ,3	+24 39 07 ,0	−31 25 02 ,7	+95 14 18 ,0
α	162 27 08 ,7	43 30 53 ,0	67 21 20 ,7	14 00 41 ,4
x	6 515 060 ,44	6 515 060 ,44	6 514 239 ,11	6 514 239 ,10
x_0	6 518 071 ,71	6 511 801 ,16	6 511 801 ,16	6 511 023 ,10
Δx	−3 011 ,27	+3 259 ,28	+2 437 ,95	+3 216 ,00
cos α	0,953 467	0,725 197	0,385 008	0,970 247
S	3 158 ,23	4 494 ,34	6 332 ,20	3 314 ,62
sin α	0,301 498	0,688 541	0,922 913	0,242 117
Δy	+ 952 ,20	+3 094 ,54	+5 844 ,07	+ 802 ,53
y_0	9 457 951 ,96	9 455 809 ,62	9 455 809 ,62	9 460 851 ,17
y	9 458 904 ,16	9 458 904 ,16	9 461 653 ,69	9 461 653 ,70

Mediile $x = 6\ 515\ 060,44$, $y = 9\ 458\ 904,16$

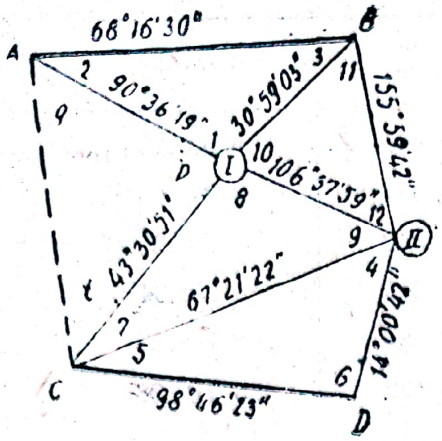
Mediile $x = 6\ 514\ 239,10$, $y = 9\ 461\ 653,70$

9. *Aprecierea preciziei*

$m = \pm 1″,3$

$M_I = 0,011\ m$ și $M_{II} = 0,023\ m$.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 19. **Compensarea figurii 26**

Punctele ce se determină

(lanțul de triangulație dintre două laturi)

I. ordinul 4

II. ordinul 4

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele formulei
1	$+1$	0	0	0	$\sigma_1=\delta_1+\delta_3$
2	0	$+1$	0	0	$\sigma_2=\delta_3-\delta_p$
3	-1	-1	0	0	$\sigma_3=\delta_p+\delta_q$
4	0	0	$+1$	0	$\sigma_4=-(\delta_1+\delta_6)$
5	0	0	0	$+1$	$\sigma_5=\delta_p-\delta_6$
6	0	0	-1	-1	$\sigma_6=\delta_p-\delta_9$
7	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	0	-1	$\sigma_7=\delta_1+\delta_{12}$
8	$A_7\sigma_6 z_2$	$(\sigma_3+B_7\sigma_6)z_2$	$\sigma_4 z_2$	$\sigma_5 z_2$	$\sigma_8=\delta_{12}-\delta_2$
9	$-A_7-A_8$	$-B_7-B_8$	$-C_8$	$-D_8+1$	$\sigma_9=\delta_{12}-\delta_6$
10	A_9-1	B_9-1	C_9	$-D_3$	$\sigma_{10}=\delta_7+\delta_{12}$
11	$(\sigma_7+\sigma_{10}A_7+\sigma_{11}A_8)z_3$	$(\sigma_8+\sigma_{10}B_7+\sigma_{11}B_8)z_3$	$(\sigma_4+\sigma_{10}C_7+\sigma_{11}C_8)z_3$	$(\sigma_9+\sigma_{10}D_7+\sigma_{11}D_8)z_3$	$\sigma_{11}=\delta_{12}-\delta_8$ $\sigma_{12}=\delta_4-\delta_{12}$ $\sigma_{13}=\delta_{11}+\delta_{12}$
12	$-A_9-A_{11}+1$	$-B_9-B_{11}+1$	$-C_9-C_{11}$	$-D_9-D_{11}+1$	$z_1=1:(\delta+\delta_t)$ $z_2=1:(\delta_8+\delta_9)$ $z_3=1:(\delta_{11}+\delta_{12})$

Controlul $-\sigma_{10}(A_7-B_7+1)-\sigma_{11}(A_8-B_8+C_8-D_8)+\sigma_{13}(A_{11}-B_{11}+C_{11}-D_{11})-\sigma_7-\sigma_{12}=0$

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	3	6 506 844,99	9 417 526,89	98°46'23",3	4 251,04
B	3	6 506 196,61	9 421 728,20		
C	3	6 509 598,42	9 416 572,84	68 16 29 ,6	5 030,73
D	3	6 511 460,56	9 421 246,24		

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	120°22′45″,1	0,862 697	5 030,73
2	22 19 50 ,3	0,379 951	2 215,65
(3)	(37 17 24 ,6)	0,605 852	3 532,96
4	53 20 37 ,6	0,802 232	4 251,04
5	31 25 00 ,1	0,521 258	2 762,15
(6)	(95 14 22 ,3)	0,995 822	5 276 88

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	A	B	C	D
	I		II	
x	6 509 561,08	6 509 561,07	6 508 876,57	6 508 876,56
x_0	6 509 598,42	6 511 460,56	6 506 844,99	6 506 196,61
Δx	−37,34	−1 899,49	+2 031,58	+2 679,95
cos α	0,010 569	0,857 304	0,384 997	0,970 242
S	3 532,96	2 215,65	5 276,88	2 762,15
sin α	0,999 944	0,514 810	0,922 918	0,242 136
Δy	+3 532,76	−1 140,64	+4 870,13	+668,82
y_0	9 416 572,84	9 421 246,24	9 417 526,89	9 421 728,20
y	9 420 105,60	9 420 105,60	9 422 397,02	9 422 397,02

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 509 561,08	9 420 105,60	3,347 484
II	6 508 876,56	9 422 397,02	106°37′57″,3
	+684,52	−2 291,42	
I	6 509 561,08	9 420 105,60	0,949 420
C	6 506 844,99	9 417 526,89	43°30′49″ ,5
	+2 716,09	+2 578,71	
II	6 508 876,56	9 422 397,02	0,445 348
B	6 511 460,56	9 421 246,24	155°59′39″,5
	−2 584,00	+1 150,78	
C	6 506 845	9 417 527	0,346 53
A	6 509 598	9 416 573	340°53′
	−2 753	+954	

Scanned with OKEN Scanner

5. *Ecuațiile corecțiilor*

$\delta 1''$	Nr. unghiu-rilor	Coeficienții $v_1=-1,66$	$v_2=+0,26$	$v_4=+1,80$	$v_5=+1,23$	Termenii liberi l	Suma	Corec-țiile v
−1,24	1	+1,00	0	0	0	0,0	+1,00	−1,7
+5,12	2	0	+1,00	0	0	0,0	+1,00	+0,3
+2,77	3	−1,00	−1,00	0	0	−3,2	−5,26	−1,8
						−3,2		
+1,57	4	0	0	+1,00	0	0,0	+1,00	+1,8
—	5	0	0	0	+1,00	0,0	+1,00	+1,2
−0,20	6	0	0	−1,00	−1,00	+5,0	+3,00	+2,0
						+5,0		
+4,75	7	+0,50	+0,27	0	−1,00	−0,2	−0,43	−2,2
+1,06	8	−0,08	+0,70	−0,38	+0,60	−1,5	−0,50	−0,9
+2,57	9	−0,42	−0,97	+0,38	+0,40	−0,5	−1,27	+0,9
						−2,2		
+0,55	10	−1,42	−1,97	+0,38	−0,60	−3,5	−7,27	−1,9
+1,48	11	+1,15	−0,29	−0,51	−1,22	+3,6	+2,73	−0,8
+1,81	12	+0,27	+2,26	+0,13	+1,82	−4,5	+0,14	−1,7
						−4,4		
+1,96	p							
+0,74	q							
+1,09	t							

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	120°22′45″,1	—1″,7	120°22′43″,4	0,862 702	5 030,73
2	22 19 50 ,3	+0 ,3	22 19 50, 6	0,379 953	2 215,64
3	37 17 27 ,8	—1 ,8	37 17 26 ,0	0 605 857	3 532,97
	180 00 03 ,2	—3 ,2	180 00 00 ,0		
	w_1=+3 ,2				
4	53 20 37 ,6	+1 ,8	53 20 39 ,4	0,802 237	4 251,04
5	31 25 00 ,1	+1 ,2	31 25 01 ,3	0,521,263	2 762,16
6	95 14 17 ,3	+2 ,0	95 14 19 ,3	0,995 823	5 276,85
	179 59 55 ,0	+5 ,0	180 00 00 ,0		
	w_2=—5 ,0				
7	23 50 33 ,9	—2 ,2	23 50 31 ,7	0,404 219	2 391,41
8	116 52 53 ,7	—0 ,9	116 52 52 .8	0,891 945	5 276,85
9	39 16 34 ,6	+0 ,9	39 16 35 ,5	0,633 063	3 745,27
	180 00 02 ,2	—2 ,2	180 00 00 ,0		
	w_3 =+2 ,2				
10	75 38 55 ,8	—1 ,9	75 38 53 ,9	0,968 793	2 228,64
11	54 59 21 ,9	—0 ,8	54 59 21 ,1	0,819 044	2 391,41
12	49 21 46 ,7	—1 ,7	49 21 45, 0	0,758 845	2 215,64
	180 00 04 ,4	—4 ,4	180 00 00 ,0		
	w_4 =+4 ,4				

Scanned with OKEN Scanner

6. *Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale*

v_1	v_2	v_4	v_5	L	S	$-q, -Q$
+5, 85	+ 4, 56	−1,22	−0,45	+11,32	+20,06	−0,2383+0,0865
−1, 664		+0,2094	+0,6574	− 2,8481	− 2,9802	
	+12, 57	−0,94	+6,36	− 1,74	+20,81	+0,0865−0,1109
	+ 0,256	−0,0013	−0,7442	+ 1,1721	− 0,5726	
		+2,71	+1,39	− 8,38	− 6,44	
		+2,46	+1,29	− 6,01	− 2,26	−0,4768+0,1340
		+1,799		+ 1,7989	+ 0,7988	
			+ 9,62	−16,70	+ 0,22	
			+ 4,59	− 7,96	− 2,08	+0,1340−0,2555
			+ 1,228	+ 1,2284	+ 0,2286	

Controlul:

$[\rho LL'] = -54,8$

$[v'L\ ] = -54,8$

$[\ ll\ ] = +83,2$

$[\ ll.n\ ] = +28,3$

$[\ vv\ ] = +28,3$

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	$\frac{A}{I}$	$\frac{I}{II}$	$\frac{D}{II}$
α_0	68°16′29″, 6	270°36′20″, 2	278°46′23″, 3
$<$	+22 19 50 , 6	+196 01 37 , 3	+ 95 14 19 , 3
α	90 36 20 , 2	106 37 57 , 5	14 00 42 , 6
x	6 509 561 ,08	6 508 876 ,58	6 508 876 ,58
x_0	6 509 598 ,42	6 509 561 ,08	6 506 196 ,61
Δx	− 37 ,34	− 684,50	+ 2 679 ,97
cos α	0,010 570	0 ,286 234	0 ,970 246
S	3 532 ,97	2 391 ,41	2 762 ,16
sin α	0,999 944	0 ,958 159	0 ,242 122
Δy	+ 3 532 ,77	+ 2 291 ,35	+668 ,78
y_0	9 416 572 ,84	9 420 105 ,61	9 421 728 ,20
y	9 420 105 ,61	9 422 396 ,96	9 422 396 ,98

Mediile $x = 6\,509\,561{,}08$, $y = 9\,420\,105{,}61$

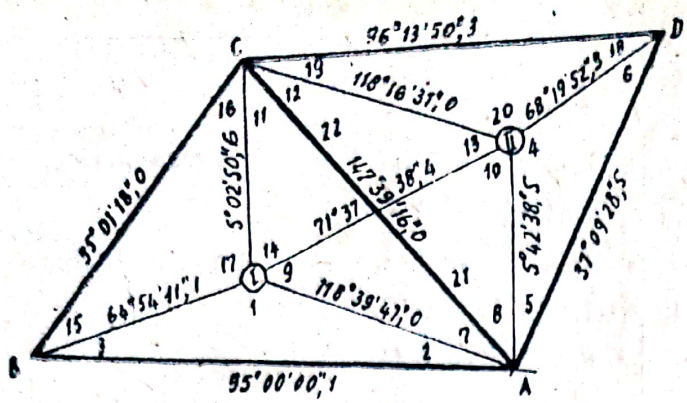
Mediile $x = 6\,508\,876{,}58$, $y = 9\,422\,396{,}97$

9. *Aprecierea preciziei*

$$m = \pm 1'',9;$$

$M = 0{,}023\ m$ şi $M_{II} = 0{,}033\ m$.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 20.

Compensarea figurii 27

Puncte ce se determină

I II ordinul 4

Coeficienții ecuațiilor corecțiilor

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele
1	+1	0	0	0	$\sigma_1=\delta_1+\delta_3$
2	0	+1	0	0	$\sigma_2=\delta_3+\delta_{10}$
3	−1	−1	0	0	$\sigma_3=-(\delta_4+\delta_6)$
4	0	0	+1	0	$\sigma_4=\delta_{10}-\delta_6$
5	0	0	0	+1	$\sigma_5=\delta_3-\delta_{9+14}$
6	0	0	−1	−1	$\sigma_6=\delta_{10+13}-\delta_6$
7	0	−1	0	0	$\sigma_7=-(\delta_8+\delta_{10})$
8	0	0	0	−1	$\sigma_8=-(\delta_{13}+\delta_{14})$
9	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_3 z_1$	$\sigma_4 z_1$	$\sigma_9=\delta_7-\delta_{10}$
10	$-A_9$	$-B_9+1$	$-C_9$	$-D_9+1$	$\sigma_{10}=+(\delta_9+\delta_{10})$
11	$\sigma_1 z_2$	$\sigma_5 z_2$	0	0	$\sigma_{11}=+(\delta_{11}+\delta_{14})$
12	0	0	$\sigma_3 z_3$	$\sigma_6 z_3$	$\sigma_{12}=-(\delta_{12}+\delta_{13})$
13	A_9	B_9-1	C_9-C_{12}	D_9-D_{12}	$z_1=1:(\delta_9+\delta_{10})$
14	$-A_9-A_{11}$	$-B_9-B_{11}+1$	$-C_9$	$-D_9$	$z_2=-1:(\delta_{11}+\delta_{9+14})$
15	+1	+1	0	0	$z_3=1:(\delta_{12}+\delta_{10+13})$
16	$-A_{11}$	$-B_{11}$	0	0	
17	$A_{11}-1$	$B_{11}-1$	0	0	
18	0	0	+1	+1	
19	0	0	$-C_{12}$	$-D_{12}$	
20	0	0	$C_{12}-1$	$D_{12}-1$	
21	0	−1	0	−1	
22	A_{11}	B_{11}	C_{12}	D_{12}	

Controlul: $(\sigma_{10}-\sigma_8)(A_9+B_9+C_9+D_9)+\sigma_{11}(A_{11}+B_{11})+\sigma_{12}(C_{12}+D_{12})+\sigma_7+\sigma_8+\sigma_9=0$.

Dacă unghiurile 21, 22 nu sînt măsurate, atunci în tabelul 5 se șterg ultimele două rînduri. Dacă unghiurile 18, 19, 20, 21, 22 (fig. 28, anexa 4) n-au fost măsurate atunci se șterg ultimele cinci rînduri de la (5).

Scanned with OKEN Scanner

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		X	Y		
A	3	6 529 582,67	9 443 931,43		
				275°00′00″,1	6 045,69
B	3	6 530 109,58	9 437 908,75		
				35 01 18 ,0	5 207,28
C	3	6 534 374,01	9 440 897,14		
				96 13 50 ,3	6 192,77
		6 533 701,90	9 447 053,34		
				217 09 28 ,5	5 168,60
A					
				327 39 16 ,0	5 671,32
C					

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	126°14′24″,1	0,806 548	6 045,69
2	23 39 46 ,9	0,401 357	3 008,48
(3)	(30 05 49 ,0)	0,501 465	3 758,86
4	117 22 46 ,2	0,887 980	5 168,60
5	31 26 50 ,0	0,521 713	3 036,70
(6)	(31 10 23 ,8)	0,517 628	3 012,92

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	A	B	A	
	I		II	
x	6 531 385,64	6 531 385,63	6 532 580,64	6 532 580,63
x_0	6 529 582,67	6 530 109,58	6 529 582,67	6 533 701,90
Δx	+1 802,97	+1 276,05	+2 997,97	−1 121,27
cos α	0,479 658	0,424 152	0,995 037	0,369 241
s	3 758,86	3 008,48	3 012,92	3 036,70
sin α	0,877 456	0,905 591	0,099 506	0,929 334
Δy	−3 298,23	+2 724,45	+299,80	−2 822,11
y_0	9 443 931,43	9 437 908,75	9 443 931,43	9 447 053,34
y	9 440 633,20	9 440 633,20	9 444 231,23	9 444 231,23

Scanned with OKEN Scanner

4. *Calculul unghiurilor de orientare*

Punctele	x / Δx	y / Δy	$\operatorname{tg}\alpha$ / α
I	6 531 385,64	9 440 633,20	3,010 904
II	6 532 580,64	9 444 231,23	251°37′38″,4
	—1 195,00	— 3 598,03	
I	6 531 385,64	9 440 633,20	0,088 322
C	6 534 374,01	9 440 897,14	185°02′50″,6
	—2 988,37	—263,94	
II	6 532 580,64	9 444 231,23	1,859 120
C	6 534 374,01	9 440 897,14	118°16′31″,0
	—1 793,37	+3 334,09	

6. *Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale*

v_1	v_2	v_4	v_5	L	s	$-q$,$-Q$
+13,21	+20,58	+ 0,11	+ 0,58	— 59,22	—24,74	—0,3242+0,1595
+ 1,182		+ 0,2594	+ 0,4946	+ 0,1548	— 0,0915	
	+41,83	+ 1,85	+ 4,28	—119,40	—50,86	+0,1595—0,1024
	+ 2,072	— 0,1719	— 0,3458	+ 2,7810	+ 1,2620	
		+10,59	+13,50	— 35,41	— 9,36	
		+10,30	+12,91	— 30,25	— 7,04	—0,3422+0,1956
Controlul:		+0,963		+ 0,9628	— 0,0359	
$[pLL']$=—445,7			+23,78	— 60,00	— 17,86	
$[v'L]$ =—445″7			+22,59	+ 48,00	—12,50	+0,1956—0,1560
$[ll]$ =+ 479,5			+ 1,571	+ 1,5711	+ 0,5730	
$[ll\cdot n]$ =+ 33,7						
$[vv]$ =+ 33,7						

Scanned with OKEN Scanner

δ1''	Nr. unghiu-rilor	Coeficienții A $v_1=+1,18$	B $v_2=+2,07$	C $v_4=+0,96$	D $v_5=+1,57$	Termenii liberi e	Suma	Corecțiile v
−1,54	1	+1,00	0	0	0	0,0	+1,00	+1,2
—	2	0	+1,00	0	0	0,0	+1,00	+2,1
+3,64	3	−1,00	−1,00	0	0	+2,3	+0,30	−1,0
						+2,3		
−1,09	4	0	0	+1,00	0	0,0	+1,00	+1,0
—	5	0	0	0	+1,00	0,0	+1,00	+1,5
+3,49	6	0	0	−1,00	−1,00	+1,2	−0,80	−1,3
						+1,2		
+3,80	7	0	−1,00	0	0	+0,6	−0,40	−1,6
+2,70	8	0	0	0	−1,00	+1,5	+0,50	−0,1
+1,96	9	+0,72	+1,58	−0,83	−0,88	−2,8	−2,21	−0,9
+0,94	10	−0,72	−0,58	+0,83	+1,88	−0,9	+0,51	+0,8
						−1,6		
+2,76	11	−1,14	−2,46	0	0	+6,5	+2,90	+0,1
+3,74	12	0	0	−0,84	−1,52	+4,9	+2,54	+1,7
+1,99	13	+0,72	+0,58	0,0	+0,64	−3,8	−1,86	−0,7
+0,91	14	+0,42	+1,88	+0,84	+0,88	−6,9	−2,88	−0,3
						+0,7		
—	15	+1,00	+1,00	0	0	−2,3	−0,30	+1,0
—	16	+1,14	+2,46	0	0	−8,1	−4,50	−1,7
−1,23	17	−2,14	−3,46	0	0	+8,4	+2,80	−1,3
						−2,0		
—	18	0	0	+1,00	+1,00	−1,3	+0,70	+1,3
—	19	0	0	+0,84	+1,52	−2,3	+0,06	+0,9
−1,77	20	0	0	−1,84	−2,52	+7,1	+2,74	+1,3
						+3,5		
—	21	0	−1,00	0	−1,00	+2,1	+0,10	−1,5
—	22	−1,14	−2,46	−0,84	−1,52	+11,4	+5,44	+1,8
−0,91	9+14							
−0,87	10+13							

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	126°14′24″,1	+1″,2	126°14′25″,3	0,806 544	6 045,69
2	23 39 46 ,9	+2 ,1	23 39 49 ,0	0,401 366	3 008,56
3	30 05 46 ,7	−1 ,0	30 05 45 ,7	0,501 451	3 758,77
	179 59 57 ,7	+2 ,3	180 00 00 ,0		
	w_1=−2 ,3				
4	117 22 46 ,2	+1 ,0	117 22 47 ,2	0,887 978	5 168,60
5	31 26 50 ,0	+1 ,5	31 26 51 ,5	0,521 719	3 036,74
6	31 10 22 ,6	−1 ,3	31 10 21 ,3	0,517 617	3 012,86
	179 59 58 ,8	+1 ,2	180 00 00 ,0		
	w_2=−1 ,2				
21	67 02 49 ,4	−1 ,5	67 02 47 ,9	0,920 823	3 791,16
9	47 02 11 ,4	−0 ,9	47 02 10 ,5	0,731 785	3 012,86
10	65 55 0 ,8	+0 ,8	65 55 01 ,6	0,912 956	3 758,77
	180 00 01 ,6	−1 ,6	180 00 00 ,0		
	w_3=+1 ,6				
22	66 46 08 ,2	+1 ,7	66 46 09 ,9	0,918 925	3 791,16
13	46 38 56 ,4	−0 ,7	46 38 55 ,7	0,727 159	3 000,00
14	66 34 54 ,7	−0 ,3	66 34 54 ,4	0,917 628	3 785,81
	179 59 59 ,3	+0 ,7	180 00 00 ,0		
	w_4=−0 ,7				
15	29 52 55 ,4	+1 ,0	29 52 56 ,4	0,498 221	3 000,02
16	29 58 35 ,5	−1 ,7	29 58 33 ,8	0,499 638	3 008,55
17	120 08 31 ,1	−1 ,3	120 08 29 ,8	0,864 786	5 207,28
	180 00 02 ,0	−2 ,0	180 00 00 ,0		
	w_5=+2 ,0				
18	27 53 59 ,3	+1 ,3	27 54 00 ,6	0,467 932	3 785,82
19	22 02 43 ,0	+0 ,9	22 02 43 ,9	0,375 344	3 036,73
20	130 03 14 ,2	+1 ,3	130 03 15 ,5	0,765 435	6 192,77
	179 59 56 ,5	+3 ,5	180 00 00 ,0		
	w_6=−3 ,5				
7	28 59 28 ,4	−1 ,5	28 29 26 ,9	0,484 669	3 000,00
11	37 23 28 ,1	+0 ,1	37 23 28 ,2	0,607 253	3 758,77
9+14	113 37 06 ,1	−1 ,2	113 37 04 ,9	0,916 237	5 671,32
	180 00 02 ,6	−2 ,6	180 00 00 ,0		
	w_7=+2 ,6				
8	38 03 21 ,0	−0 ,1	38 03 20 ,9	0,616 428	3 785,84
12	29 22 40 ,1	+1 ,7	29 22 41 ,8	0,490 571	3 012,88
10+13	112 33 57 ,2	+0 ,1	112 33 57 ,3	0,923 429	5 671,32
	179 59 58 ,3	+1 ,7	180 00 00 ,0		
	w_8=−1 ,7				

Scanned with OKEN Scanner

8. Calculul coordonatelor definitive

Elementele formulei	B 1	6 I II	II
α_0	95°00'00", 1	244°54'14", 4	217° 09'28", 5
L	—30 05 45 , 7	—173 16 35, 8	+31 10 21 , 3
α	64 54 14 , 4	71 37 38, 6	248 19 49 , 8
x	6 531 385 ,62	6 532 580 ,57	6 532 580 ,58
x_0	6 530 109 ,58	6 531 385 ,62	6 533 701 ,90
Δx	+1 276 ,04	+ 1 194 ,95	—1 121 ,32
cos α	0,424 137	0,315 195	0,369 252
s	3 008 ,56	3 791 ,16	3 036 ,74
sin α	0,905 598	0,949 027	0,929 330
Δy	+2 724 ,55	+3 597 ,91	—2 822 ,13
y_0	9 437 908 ,75	9 440 633 ,30	9 447 053 ,34
y	9 440 633 ,30	9 444 231 ,21	9 444 231 ,21

Mediile $x = 6\ 531\ 385{,}62$, $y = 9\ 440\ 633{,}30$ — Mediile $x = 6\ 532\ 580{,}58$, $y = 9\ 444\ 231{,}21$

9. Aprecierea preciziei

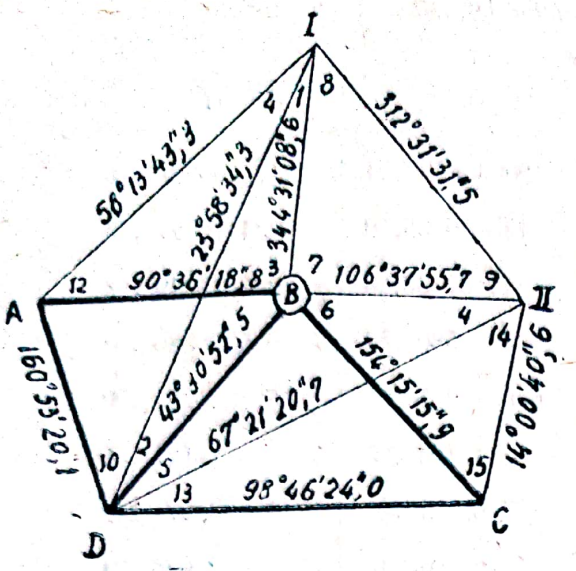
$$m = \pm 1'',4;$$

$$M_I = 0{,}013\ m \quad \text{și} \quad M_{II} = 0{,}013\ m$$

Calculat: ..... „.....“ ..... 19.....

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 21. **Compensarea figurii 29** *Punctele ce se determină I ordinul 4 II ordinul 4*



Coeficienţii ecuaţiilor de erori

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele formulei
1	+1	0	0	0	$\sigma_1 = \delta_1 - \delta_9$
2	0	+1	0	0	$\sigma_2 = -(\delta_2 + \delta_9)$
3	−1	−1	0	0	$\sigma_3 = -(\delta_4 + \delta_9)$
4	0	0	+1	0	$\sigma_4 = \delta_5 - \delta_9$
5	0	0	0	+1	$\sigma_5 = \delta_1 + \delta_3$
6	0	0	−1	−1	$\sigma_6 = \delta_3 - \delta_2 + \delta_{12} - \delta_{10}$
7	+1	+1	+1	+1	$\sigma_7 = \delta_4 + \delta_6$
8	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_3 z_1$	$\sigma_4 z_1$	$\sigma_8 = \delta_6 - \delta_5 + \delta_{15} - \delta_{13}$
9	$-A_8 - 1$	$-B_8 - 1$	$-C_8 - 1$	$-D_8 - 1$	$\sigma_9 = \delta_1 + \delta_2 - \delta_4 - \delta_5$
10	0	−1	0	0	$\sigma_{10} = -(\delta_8 + \delta_9)$
11	$\sigma_5 z_2$	$\sigma_6 z_2$	0	0	$z_1 = 1 : (\delta_8 + \delta_9)$
12	$-A_{11}$	$-B_{11} + 1$	0	0	$z_2 = 1 : (\delta_{11} + \delta_{12})$
13	0	0	0	−1,00	$z_3 = 1 : (\delta_{14} + \delta_{15})$
14	0	0	$\sigma_7 z_3$	$\sigma_8 z_3$	
15	0	0	$-C_{14}$	$-D_{14} + 1$	

Controlul: $\sigma_{10}(A_8 - B_8 + C_8 - D_8) + \sigma_9 = 0$

Cînd lipsesc laturile *BC* şi *DC* (fig. 31, anexa 4) se şterg ultimele trei rînduri de la (5). În cazul schimbării dispunerii datelor iniţiale (fig. 30, anexa 4) compensarea se face după formulele figurii de bază fără schimbări.

Scanned with OKEN Scanner

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Laturile
		x	y		
B	3	6 515 060,49	9 458 904,14	154°15′15″,9	4 482,33
C	3	6 511 023,11	9 460 851,16	278 46 24 ,0	5 101,25
D	3	6 511 801,18	9 455 809,60	340 53 20 ,1	3 496,82
A	3	6 515 105,27	9 454 664,74	90 36 18 ,8	4 239,64
B	3			223 30 52 ,5	4 494,36
D	3				

2. *Rezolvarea provizorie a triunghiului*

Nr. unghiului	Unghiul măsurat	Sinusul unghiului	Laturile
1+11	(73°42′34″,7)	0,959 853	4 239,64
3	73 54 49 ,8	0,960 846	4 244,03
12	32 22 35 ,5	0,535 481	2 365,20
(4+14)	(92 37 15 ,1)	0,998 954	4 482,33
6	47 37 20 ,2	0,738 718	3 314,64
15	39 45 24 ,7	0,639 531	2 869,59

3. *Calculul coordonatelor provizorii*

Elementele formulei	A	B	B	C
	I		II	
x	6 517 339,88	6 517 339,88	6 514 239,14	6 514 239,13
x_0	6 515 105,27	6 515 060,49	6 515 060,49	6 511 023,11
Δx	+2 234,61	+2 279,39	−821,35	+3 216,02
$\cos \alpha$	0,526 530	0,963 719	0,286 226	0,970 248
s	4 244,03	2 365,20	2 869,59	3 314,64
$\sin \alpha$	0,850 157	0,266 918	0,958 162	0,242 113
Δy	+3 608,09	−631,31	+2 749,53	+802,52
y_0	9 454 664,74	9 458 904,14	9 458 904,14	9 460 851,16
y	9 458 272,83	9 458 272,83	9 461 653,67	9 461 653,68

Scanned with OKEN Scanner

4. Calculul unghiurilor de orientare

Punctul	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 517 339,88	9 458 272,83	1,090 337
II	6 514 239,14	9 461 653,68	47°28′28″,5
	+3 100,74	−3 380,85	312 31 31,5
I	6 517 339,88	9 458 272,83	0,444 731
D	6 511 801,18	9 455 809,60	23°58′34″ ,3
	+5 538,70	+2 463,23	
II	6 514 239,14	9 461 653,68	2,397 119
D	6 511 801,18	9 455 809,60	67°21′20″,7
	+2 437,96	+5 844,08	

5. Ecuațiile de erori

$\delta 1''$	Nr. ungh.	Coeficienții $v_1=+0,77$	$v_2=-0,01$	$v_3=-0,71$	$v_4=+0,78$	Termenii liberi l	Suma	Corecțiile v
+2,56	1	+1,00	0	0	0	−1,3	−0,30	−0,5
+6,28	2	0	+1,00	0	0	−0,7	+0,30	−0,7
+0,61	3	−1,00	−1,00	0	0	0	−2,00	−0,8
						−2,0		
+2,57	4	0	0	+1,00	0	+1,8	+2,80	+1,1
+4,77	5	0	0	0	+1,00	−2,6	−1,60	−1,8
+1,92	6	0	0	−1,00	−1,00	0,0	−2,0	−0,1
						−0,8		
−1,34	7	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00	−1,6	+2,40	−0,8
+3,37	8	−0,23	−1,38	−0,90	+0,06	−1,3	−3,75	−0,8
+4,32	9	−0,77	+0,38	−0,10	−1,06	+0,7	−0,85	−0,6
						−2,2		
+2,26	10	0	−1,00	0	0	−0,1	−1,10	−0,1
+3,09	11	+0,48	−0,70	0	0	−1,0	−1,22	−0,6
+3,31	12	−0,48	+1,70	0	0	0	+1,22	−0,4
						−1,1		
+3,46	13	0	0	0	−1,00	+1,6	+0,60	+0,8
+1,55	14	0	0	+1,12	−0,94	+2,2	+2,38	+0,7
+2,53	15	0	0	−1,12	+1,94	−0,6	+0,22	+1,7
						+3,2		

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1+11	73°42′37″,0	—1 ,1	73°42′35″,9	0,959 854	4 239,64
3	73 54 49 ,8	—0 ,8	73 54 49 ,0	0,960 845	4 244,02
12	32 22 35 ,5	—0 ,4	32 22 35 ,1	0,535 479	2 365,19
	180 00 02 ,3	—2 ,3	180 00 00 ,0		
	w_1=+2 ,3				
4+14	92 37 11 ,1	+1 ,8	92 37 12 ,9	0,998 954	4 482,33
6	47 37 20 ,2	—0 ,1	47 37 20 ,1	0,738 717	3 314,64
15	39 45 25 ,3	+1 ,7	39 45 27 ,0	0,639 540	2 869,63
	179 59 56 ,6	+3 ,4	180 00 00 ,0		
	w_2=—3 ,4				
7	122 06 48 ,7	—0 ,8	122 06 47 ,9	0,846 998	4 587,49
8	31 59 38 ,4	—0 ,8	31 59 37 ,6	0,529 827	2 869,63
9	25 53 35 ,1	—0 ,6	25 53 34 ,5	0,436 691	2 369,20
	180 00 02 ,2	—2 ,2	180 00 00 ,0		
	w_3=+2 ,2				
1	39 27 27 ,0	—0 ,5	39 27 26 ,5	0,635 504	4 494,36
2	19 32 18 ,9	—0 ,7	19 32 18 ,2	0,334 439	2 365,19
3+*B*	121 00 16 ,1	—0 ,8	121 00 15 ,3	0,857 129	6 061,72
	180 00 02 ,0	—2 ,0	180 00 00 ,0		
	w_4=+2 ,0				
11	34 15 10 ,0	—0 ,6	34 15 09 ,4	0,562 843	3 496,82
10	43 05 14 ,3	—0 ,1	43 05 14 ,2	0,683 112	4 244,04
12+*A*	102 39 36 ,8	—0 ,4	102 39 36 ,4	0,975 688	6 061,73
	180 00 01 ,1	—1 ,1	180 00 00 ,0		
	w_5=+1 ,1				
4	39 16 33 ,2 M	+1 ,1	39 16 34 ,3	0,633 059	4 494,36
5	23 50 30 ,8	—1 ,8	23 50 29 ,0	0,404 207	2 869,65
6+*B*	116 52 56 ,8	—0 ,1	116 52 56 ,7	0,891 936	6 332,24
	180 00 00 ,8	—0 ,8	180 00 00 ,0		
	w_6=+0 ,8				
13	31 25 01 ,7	+0 ,8	31 25 02 ,6	0,521 268	3 314,64
14	53 20 37 ,9	+0 ,7	53 20 38 ,5	0,802 235	5 101,25
15+*C*	95 14 17 ,2	+1 ,7	95 14 18 ,9	0,995 823	6 332,24
	179 59 56 ,8	+3 ,2	180 00 00 ,0		
	w_7=—3 ,2				

Scanned with OKEN Scanner

6. Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale

v_1	v_2	v_4	v_5	L	s	$-q$, $-Q$
+4, 09	+0, 91	+1,28	+1,80	−3,62	+ 4,46	−0,2500+0,0242
+0,766		−0,267	−0,438	+0,919	− 0,787	
	+9, 38	+2,20	+0,51	+0,57	+13,57	+0,0242−0,1090
	−0,011	−0,209	−0,012	−0,150	− 1,371	
		+6,33	−1,17	+4,44	+13,08	
		+5,53	−1,76	+5,29	+ 9,06	−0,1929−0,0378
		−0,708		−0,708	− 1,708	
	Controlul :		+9,77	−9,85	+ 1,06	
	$[\rho^L L'] = -13,6$		+8,98	−8,27	− 1,05	−0,0378−0,1188
	$[v'L] = -13,6$		+0,782	+0,782	− 0,218	
	$[ll] = +25,6$					
	$[ll.n] = +12,0$					
	$[vv] = +12,0$					

8. Calculul coordonatelor definitive

Elementele formulei	A	B	B	C
	I		II	
α_0	90°36′18″,8	270°36′18″,8	154°15′15′,9	334°15′15″,9
$<$	−32 22 35 ,1	+73 54 49 ,0	−47 37 20 ,1	+39 45 27 ,0
α	58 13 43 ,7	344 31 07 ,8	106 37 55 ,8	14 00 42 ,9
x	6 517 339 ,87	6 517 339 ,87	6 514 239 ,13	6 514 239 ,13
x_0	6 515 105 ,27	6 515 060 ,49	6 515 060 ,49	6 511 023 ,11
Δx	+2 234 ,60	+2 279 ,38	−821 ,36	+3 216 ,02
cos α	0,526 528	0,963 718	0,286 226	0,970 246
s	4 244 ,02	2 365 ,19	2 869 ,63	3 314 ,64
sin α	0,850 158	0,266 921	0,958 162	0,242 124
Δy	+3 608 ,09	− 631 ,32	+2 749 ,57	+802 ,55
y_0	9 454 664 ,74	9 458 904 ,14	9 458 904 ,14	9 460 851 ,16
y	9 458 272 ,83	9 458 272 ,82	9 461 653 ,71	9 461 653 ,71

Mediile x=6 517 339,87 y=9 458 272,82

Mediile x=6 514 239,13 y=9 461 653,71

9. Aprecierea preciziei

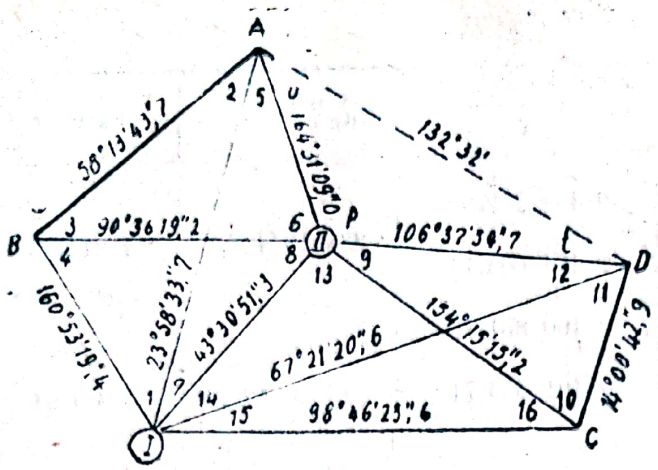
$m = \pm 1'',1$

$M_I = 0,023\ m$ şi $M_{II} = 0,032\ m$.

Calculat _____

„ _____" _____

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 22.
Compensarea figurii 32
Punctele ce se determină
I ordinul 4 II ordinul 4

Coeficienții ecuațiilor de erori

Nr. unghiurilor	A	B	C	D	Elementele formulei
1	+1	0	0	0	$\sigma_1 = -(\delta_p+\delta_t)$
2	0	+1	0	0	$\sigma_2 = \delta_6-\delta_t$
3	0	0	$\sigma_1 z_1$	$\sigma_2 z_1$	$\sigma_3 = \delta_1+\delta_{3+4}$
4	−1	−1	$-C_3$	$-D_3$	$\sigma_4 = \delta_{3+4}+\delta_{6+8}$
5	0	−1	0	−1	$\sigma_5 = \delta_{6+8}-\delta_t$
6	0	0	C_4	D_4+1	$\sigma_6 = \delta_p-\delta_{10}$
7	$\sigma_3 z_2$	$\sigma_4 z_2$	$\sigma_1 z_2$	$\sigma_5 z_2$	$\sigma_7 = -(\delta_u+\delta_{10})$
8	$-A_7$	B_7+1	C_3-C_7	D_3-D_7	$\sigma_8 = \delta_{3+4}-\delta_{7+14}$
9	0	0	$\sigma_6 z_3$	$\sigma_7 z_3$	$\sigma_9 = \delta_{5+u}+\delta_{7+14}$
10	0	0	$-C_9-1$	$-D_9-1$	$\sigma_{10} = \delta_{7+14}-\delta_{10+16}$
11	$\sigma_8 z_4$	$\sigma_8 z_4$	0	0	$\sigma_{11} = \delta_u+\delta_{14}$
12	$-A_{11}$	$-B_{11}$	+1	+1	$z_1 = 1:(\delta_3+\delta_6)$
13	A_7	B_7-1	C_7-C_9-1	D_7-D_9-1	$z_2 = 1:(\delta_{6+8}+\delta_7)$
14	$-A_7+A_{11}$	$-B_7+B_{11}+1$	$-C_7$	$-D_7$	$z_3 = 1:(\delta_9+\delta_{10})$
15	$\sigma_{10}A_{11}z_5$	$(\sigma_9+\sigma_{10}B_{11})z_5$	0	0	$z_4 = 1:(\delta_{7+14}+\delta_{t\,,12})$
16	$-A_{11}-A_{15}$	$-B_{11}-B_{15}$	C_9+1	D_9+1	$z_5 = 1:(\delta_{15}+\delta_{10+16})$
					$\sigma_{12} = \delta_7+\delta_{14}$
					$\sigma_{13} = -(\delta_{12}+\delta_{14})$

Controlul: $\sigma_{12}(A_7-B_7-C_7+D_7)+\sigma_{13}(A_{11}-B_{11})+\sigma_{11}=0$

Scanned with OKEN Scanner

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		X	Y		
A	3	6 517 339,87	9 458 272,82		
				238°13′43″,7	4 244,02
B	3	6 515 105,27	9 454 664,74		
C	3	6 511 023,11	9 460 851,16		
D	3	6 514 239,13	9 461 653,71	14 00 42 ,9	3 314,64

2. Rezolvarea provizorie a triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	43°05′14″,3	0,683 112	4 244,02
2	34 15 10 ,0	0,562 845	3 496,83
(3+4)	(102 39 35 ,7)	0,975 688	6 061,73
6	73 54 49 ,8	0,960 846	4 244,02
3	32 22 35 ,5	0,535 481	2 365,20
(2+5)	(73 42 34 ,7)	0,959 853	4 239,63

3. Calculul coordonatelor provizorii

Elementele formulei	A	B	A	B
	I		II	
x	6 511 801,17	6 511 801,17	6 515 060,48	6 515 060,48
x_0	6 517 339,87	6 515 105,27	6 517 339,87	6 515 105,27
Δx	—5 538,70	—3 304,10	—2 279,39	—44,79
cos α	0,913 716	0,944 884	0,963 720	0,010 565
s	6 061,73	3 496,83	2 365,20	4 239,63
sin α	0,406 354	0,327 404	0,266 916	0,999 944
Δy	—2 463,21	+1 144,88	+631,31	+4 239,39
y_0	9 458 272,82	9 454 664,74	9 458 272,82	9 454 664,74
y	9 445 809,61	9 455 809,62	9 458 904,13	9 458 904,13

Scanned with OKEN Scanner

5. Ecuațiile de erori

δl''	Nr. unghiurilor	Coeficienții $v_1=+0,21$	$v_2=-0,70$	$v_p=+2,14$	$v_u=-1,21$	Termenii liberi l	Suma	Corecțiile v
+2,25	1	+1,00	0	0	0	0,0	+1,00	+0,2
—	2	0	+1,00	0	0	0,0	+1,00	−0,7
+3,32	3	0	0	−0,76	−0,94	0,0	−1,70	−0,5
—	4	−1,00	−1,00	+0,76	+0,94	−1,1	−1,40	−0,1
						−1,1		
+2,56	5	0	−1,00	0	−1,00	−2,3	−4,30	−0,4
+0,62	6	0	0	+0,76	+1,94	0	+2,70	−0,7
+5,93	7	+0,37	−0,37	−0,63	−1,17	−1,3	−3,10	−0,9
—	8	−0,37	+1,37	−0,13	+0,23	+1,6	+2,70	0,0
						−2,0		
+1,92	9	0	0	−0,87	−1,33	+0,3	−1,90	+0,1
+2,53	10	0	0	−0,13	+0,33	+2,4	+2,60	+1,7
—	11	+0,56	−0,85	0	0	−0,2	−0,49	+0,5
+2,57	12	−0,56	+0,85	+1,00	+1,00	+0,9	+3,19	+1,1
						+3,4		
—	13	+0,37	−1,37	−0,76	−0,84	−0,5	−3,10	−0,1
+4,76	14	+0,19	+0,52	+0,63	+1,17	−1,5	+1,01	−1,9
+3,45	15	+0,42	+0,27	0	0	+1,3	+1,99	+1,2
—	16	−0,98	+0,58	+0,13	−0,33	−0,3	−0,90	−0,2
						−1,0		

−1,34	p
+3,37	u
+4,32	t
−0,47	3+4
−1,27	6+8
+2,24	7+14
−0,20	10+16
+0,97	12+t
+0,71	5+u

Scanned with OKEN Scanner

4. Calculul unghiurilor de orientare

Punctele	x / Δx	y / Δy	$\operatorname{tg}\alpha$ / α
I	6 511 801,17	9 455 809,62	0,949 437
II	6 515 060,48	9 458 904,13	43°30′51″,3
	—3 259,31	—3 094,51	
I	6 511 801,17	9 455 809,62	6,479 629
C	6 511 023,11	9 460 851,16	81°13′36″,4
	+ 778,06	—5 041,54	
I	6 511 801,17	9 455 809,62	2,397 123
D	6 514 239,13	9 461 653,71	67°21′20″,6
	—2 437,96	—5 844,09	
II	6 515 060,48	9 458 904,13	0,482 252
C	6 511 023,11	9 460 851,16	25°44′44″,8
D	+4 037,37	—1 947,03	
II	6 515 060,48	9 458 904,13	3,347 635
	6 514 239,13	9 461 653,71	73°22′05″,3
	+ 821,35	—2 749,58	
A	6 517 340	9 458 273	1,090 30
D	6 514 239	9 461 654	47°28′
	+3 101	—3 381	

6. Formarea şi rezolvarea ecuaţiilor normale

v_1	v_2	v_p	v_u	L	s	$-q$, $-Q$
+4,21	—1,46	—1,79	—1,78	—0,22	— 1,04	—0,2517—0,0407
+0,210		+0,3858	+0,3166	—0,2332	— 0,5307	
	+9,02	+1,59	+3,23	+7,09	+19,47	—0,0407—0,1175
	—0,697	—0,1140	—0,3071	—0,8241	— 2,2454	
		+4,91	+7,06	—0,50	+11,27	
		+4,04	+6,01	—1,39	+ 8,66	—1,1294+0,5928
Control:		+2,139		+2,1390	+ 1,1387	
$[\rho LL^1]$=—9,92			+13,01	+3,21	+24,73	
$[v^1L]$=— 9,93			+11,45	+0,96	+18,42	+0,5928—0,3985
$[ll]$=+21,73			—1,207	—1,2066	— 2,2067	
$[ll.n]$=+11,80						
$[vv]$=+11,81						

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiu-rilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	43°05′14″,3	+0″,2	43°05′14″,5	0,683 113	4 244,02
2	34 15 10 ,0	−0 ,7	34 15 09 ,3	0,562 842	3 496,81
3+4	102 39 36 ,8	−0 ,6	102 39 36 ,2	0,975 688	6 061,72
	180 00 01 ,1	−1 ,1	180 00 00 ,0		
	ω_1=+1 ,1				
3	32 22 35 ,5	−0 ,5	32 22 35 ,0	0,535 479	2 365,19
6	73 54 49 ,8	−0 ,7	73 54 49 ,1	0,960 845	4 244,02
2+ 5	73 42 37 ,0	−1 ,1	73 42 35 ,9	0,959 854	4 239,64
	180 00 02 ,3	−2 ,3	180 00 00 ,0		
	ω_2=+2 ,3				
4	70 17 01 ,3	−0 ,1	70 17 01 ,2	0,941 374	4 494,36
8	47 05 26 ,3	0	47 05 26 ,3	0,732 432	3 496,82
1+ 7	62 37 33 ,2	−0 ,7	62 37 32 ,5	0,888 021	4 239,64
	180 00 00 ,8	−0 ,8	180 00 00 ,0		
	ω_3 =+0 ,8				
5	39 27 27 ,0	−0 ,4	39 27 26 ,6	0,635 504	4 494,36
7	19 32 18 ,9	−0 ,9	19 32 18 ,0	0,334 438	2 365,19
6+8	121 00 16 ,1	−0 ,7	121 00 15 ,4	0,857 129	6 061,72
	180 00 02 ,0	−2 ,0	180 00 00 ,0		
	ω_4 =+2 ,0				
9	47 37 02 ,2	+0 ,1	47 37 20 ,3	0,738 718	3 314,64
10	39 45 25 ,3	+1 ,7	39 45 27 ,0	0,639 540	2 869,63
11+12	92 37 11 ,1	+1 ,6	92 37 12 ,7	0,998 954	4 482,32
	179 59 56 ,6	+3 ,4	180 00 00 ,0		
	ω_5 =−3,4				
11	53 20 37 ,9	+0 ,5	53 20 38 ,4	0,802 234	5 101 23
15	31 25 01 ,7	+1 ,2	31 25 02 ,9	0,521 270	3 314,64
10+16	95 14 17 ,2	+1 ,5	95 14 18 ,7	0,995 822	6 332,21
	179 59 56 ,8	+3 ,2	180 00 00 ,0		
	ω_6 =−3 ,2				
13	69 15 36 ,6	−0 ,1	69 15 36 ,5	0,935 198	5 101,23
16	55 28 51 ,9	−0 ,2	55 28 51 ,7	0,823 939	4 494,34
14+15	55 15 32 ,5	−0 ,7	55 15 31 ,8	0,821 735	4 482,32
	180 00 01,0	−1 ,0	180 00 00 ,0		
	ω_7 =+1 ,0				
12	39 16 33 ,2	+1 ,1	39 16 34 ,3	0,633 059	4 494,34
14	23 50 30 ,8	−1 ,9	23 50 28 ,9	0,404 206	2 869,62
9+13	116 52 56 ,8	0	116 52 56 ,8	0,891 936	6 332,21
	180 00 00 ,8	−0 ,8	180 00 00 ,0		
	ω_8 =+0 8				

Scanned with OKEN Scanner

8. *Calculul coordonatelor definitive*

Elemen-tele formulei	*B*	*C*	*A*	*D*
	I		II	
α_0	58°13′43″,7	14°00′42″9	238°13′43″,7	194°00′42″,9
$<$	102 39 36 ,2	95 14 18,7	73 42 35 ,9	92 37 12 ,7
α	160 53 19 ,9	278 46 24,2	164 31 07 ,8	286 37 55 ,6
x	6 511 801,19	6 511 801,19	6 515 060,49	6 515 060,49
x_0	6 515 105,27	6 511 023,11	6 517 339,87	6 514 239,13
Δx	−3 304,08	+778,08	−2 279,38	+821,36
cos α	0,944 885	0,152 527	0,963 718	0,286 225
s	3 496,81	5 101,23	2 365,19	2 869,63
sin α	0,327 401	0,988 299	0,266 921	0,958 162
Δy	+1 144,86	−9 041,54	+631,32	−2 749,57
y_0	9 454 664,74	9 460 851,16	9 458 272,82	9 461 653,71
y	9 455 809,60	9 455 809,62	9 458 904,14	9 458 904,14

Mediile $x = 6\ 511\ 801{,}19$ $y = 9\ 455\ 809{,}61$

Mediile $x = 6\ 515\ 060{,}49$ $y = 9\ 458\ 904{,}14$

9. *Aprecierea preciziei*

$m = \pm 1'', 0$;

$M_1 = 0{,}013\ m$ şi $M_2 = 0{,}010\ m$.

Calculat_____ „_____" _____ 19_____

Capitolul IV

COMPENSAREA TRIANGULAȚIEI PRIN METODA VARIAȚIEI DIRECȚIILOR (METODA MĂSURĂTORILOR CONDIȚIONATE)

§ 15. GENERALITĂȚI

În cazul compensării riguroase după procedeul celor mai mici pătrate se vor compensa mărimile independente. Din această cauză, în cazul măsurării direcțiilor, compensarea trebuie să se execute pe direcții. Totuși la rețelele complimentare se măsoară de obicei direcții și se compensează pe unghiuri, deși față de aceasta are loc o pierdere a preciziei elementelor rețelei, aproximativ cu 5% (vezi [71] și altele).

Se procedează astfel pentru faptul că compensarea pe unghiuri cere un timp mai scurt decît compensarea pe direcții.

Într-o serie de exemple, ca în cazul unor construcții inginerești importante, lucrări miniere etc. se creează rețele independente de înaltă precizie.

Pentru ca aceste rețele să nu se deformeze din cauza erorilor datelor inițiale, ele se leagă numai printr-un singur punct inițial și un unghi de orientare și se măsoară baze speciale. La construirea unor astfel de rețele libere se tinde să se folosească diagonalele complimentare și figurile cu formă geometrică rigidă. Corespunzător, și compensarea în aceste cazuri va trebui să fie mai riguroasă în așa fel ca, precizia rețelei să nu scadă din cauza metodei prin care s-a făcut compensarea.

Făcîndu-se în aceste rețele observarea direcțiilor, aceste direcții vor trebui să fie și compensate (în special cînd există unghiuri ascuțite).

Însă în cazul compensării direcțiilor nu întotdeauna formulele standard sînt convenabile, iar pentru figurile complexe sînt dificile și puțin eficace.

În acest caz este mai simplu să se folosească schemele de calcul standard, în care se înscriu unele mărimi care sînt constante pentru figura dată.

Aceste mărimi constante se pot obține în mod diferit și se pot folosi diferite procedee și scheme de calcul.

Mai jos sînt date procedee și exemple de compensare după schemele standard: procedeul coeficienților de pondere convenționali și procedeul în trepte.

Ambele procedee pot fi folosite avantajos și în cazul compensării rețelelor mari, în special pe direcții.

Pentru o mai bună înțelegere a acestor procedee, o să arătăm particularitățile, care au o mare importanță practică în transformarea ecua-

ţiilor iniţiale şi normale. Faţă de aceasta, pe cele iniţiale le vom numi pe scurt ecuaţii de condiţie şi ecuaţii de erori în funcţie de sistemul de compensat.

§. 16. PARTICULARITĂŢILE DE TRANSFORMARE A ECUAŢIILOR INIŢIALE ŞI NORMALE

Rezolvarea sistemului de ecuaţii iniţiale sub condiţii $[vv] = \text{minim}$ este necesară la formarea ecuaţiilor normale, care de obicei se rezolvă prin metoda eliminării: fie prin transformarea coeficienţilor ecuaţiilor iniţiale, fie prin transformarea coeficienţilor ecuaţiilor normale.

În primul caz ecuaţiile (de regulă ecuaţia de condiţie) se transformă pe grupe, iar în al doilea caz ecuaţiile (normale) se transformă cîte una (după schema Gauss).

Într-o serie de cazuri practice este bine să se procedeze invers: ecuaţiile iniţiale să fie transformate cîte una, iar cele normale pe grupe.

Examinăm mai jos astfel de rezolvări şi particularităţi legate de ele.

Fie sistemul de ecuaţii de condiţie:

$$\left.\begin{aligned} a_1v_1 + a_2v_2 + \ldots + a_nv_n + w_a &= 0 \\ b_1v_1 + b_2v_2 + \ldots + b_nv_n + w_b &= 0 \\ c_1v_1 + c_2v_2 + \ldots + c_nv_n + w_c &= 0 \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.1)}$$

Vom rezolva acest sistem prin metoda de compensare pe două grupe, transformînd pe rînd fiecare ecuaţie din grupă. Coeficienţii şi termenii liberi transformaţi în aceeaşi ordine ca în ecuaţiile de mai sus îi vom nota cu litere mari.

Obţinem:

$$\left.\begin{aligned} B_i &= b_i + \rho_a^b u_i \\ W_B &= w_b + \rho_a^b w_a \\ C_i &= c_i + \rho_a^c a_i + \rho_B^c B_i \\ W_C &= w_c + \rho_a^c w_a + \rho_B^c w_B, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.2)}$$

unde

$$\rho_a^b = -\frac{[ab]}{[aa]}; \qquad \rho_B^c = \frac{[Bc]}{[Bb]}; \qquad \text{(IV.3)}$$

$$[Bb] = [bb.1]$$
$$[Bc] = [bc.1].$$

Ecuaţiile (IV.2) exprimă algoritmul coeficienţilor ecuaţiilor iniţiale transformate cîte una.

Din ecuaţiile (IV.3) se vede că $B = b \cdot 1$

în mod analog $C = c \cdot 2$ etc.,

folosind notaţiile lui Gauss $[bb\cdot 1]$, $[bc\cdot 1]$, $[cc\cdot 2]$ etc. pot fi examinate ca sumă a produselor $[b \times b\cdot 1]$, $[c \times b\cdot 1]$, $[c \times c\cdot 2]$ etc., în care înmulţitorii $b\cdot 1$, $c\cdot 2$ şi alţii sînt coeficienţii ecuaţiilor iniţiale transformate cîte una.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în ecuațiile (IV.1) se înlocuiesc b_i, c_i, și w din ecuațiile (IV.2), atunci obținem sistemul de ecuații de condiție:

$$\left.\begin{aligned} a_1v_1 + a_2v_2 + \ldots\ldots + a_nv_n + w_a = 0 \\ B_1v_1 + B_2v_2 + \ldots\ldots + B_nv_n + W_B = 0 \\ C_1v_1 + C_2v_2 + \ldots\ldots + C_nv_n + W_C = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.4)}$$

echivalent cu sistemul (IV.1).

Formînd din ecuațiile (IV.4) ecuațiile normale cu condiția egalității $[aB] = [aC] = [BC] = 0$;

$$[BB] = [Bb]; \qquad [CC] = [Cc], \qquad \text{(IV.5)}$$

obținem:

$$\left.\begin{aligned} [aa]\,k_a + w_a = 0 \\ [Bb]\,k_b + W_B = 0 \\ [Cc]\,k_c + W_c = 0. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.6)}$$

Coeficienții ecuațiilor normale de forma (IV.6) formează o matrice diagonală (ei sînt dispuși pe diagonală, iar toți ceilalți coeficienți sînt egali cu zero). Din ecuațiile (IV.6) în mod simplu se determină corelatele:

$$\left.\begin{aligned} k_a = -\frac{W_a}{[aa]} = \rho_a^w \\ k_B = -\frac{W_B}{[Bb]} = \rho_B^w \\ k_c = -\frac{W_C}{[Cc]} = \rho_c^w \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.7)}$$

Cu ajutorul corelatelor se determină corecțiile cu formula:

$$v_i = k_a a_i + k_B B_i + k_c C_i. \qquad \text{(IV.8)}$$

Aceasta se referă și la transformarea ecuațiilor de erori.

Totuși față de aceasta există unele particularități pe care le vom arăta pe scurt.

Avem ecuațiile de erori:

$$\left.\begin{aligned} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 + l_1 = v_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 + l_2 = v_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_nx_1 + b_nx_2 + c_nx_3 + l_n = v_n \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.9)}$$

și transformîndu-le în mod analog așa cum s-a arătat mai sus, adică fiecare ecuație separat, obținem sistemul echivalent:

$$\left.\begin{aligned} a_1\rho_a^1 + B_1\rho_B^1 + C_1x_3 + l_1 = v_1 \\ a_2\rho_a^1 + B_2\rho_B^1 + C_2x_3 + l_2 = v_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n\rho_a^1 + B_n\rho_B^1 + C_nx_3 + l_3 = v_3 \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.10)}$$

Acest sistem este același ca (IV.9), însă în el erorile sînt exprimate prin alte necunoscute, care sînt termenii liberi ai ecuațiilor eliminatorii.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru aceasta există formula de control:

$$a_i \rho_a^s + B_i \rho_B^s + C_i \rho_c^s = v_i. \qquad \text{(IV.11)}$$

Formînd din sistemul (IV.10) ecuațiile normale și ținînd cont de (IV.5), obținem sistemul cu elementele de pe diagonală:

$$\left.\begin{aligned} [aa]\,\rho_a^1 + [al] &= 0 \\ [Bb]\,\rho_B^1 + [Bl] &= 0 \\ [Cc]\,\rho_c^1 + [Cl] &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.12)}$$

În felul acesta, termenii liberi ai ecuațiilor eliminatorii constituie necunoscutele de pe diagonală. Cunoscîndu-i pe aceștia, se pot determina corecțiile din (IV.10) fără să se mai facă mersul înapoi al calculelor în schema de rezolvare a ecuațiilor normale.

În cazul mersului înapoi al calculelor, corecțiile se determină din ecuațiile (IV.9).

Din cele arătate mai sus se vede că din rezultatul transformării ecuațiilor inițiale pe rînd, cîte una, se obțin sisteme echivalente ale ecuațiilor inițiale de forma (IV.4), (IV.10), din care se formează direct matricea diagonală corespunzătoare coeficienților ecuațiilor normale de forma (IV.6), (IV.12).

Această particularitate dă posibilitatea să se construiască o rețea comodă pentru rezolvarea ecuațiilor inițiale prin intermediul transformărilor succesive a lor, fiecare ecuație separat (vezi [11]) în mod analog cu schema Gauss.

În tabela 14 se dă schema literală a unei astfel de rezolvări a ecuațiilor de condiție (pentru patru ecuații), iar în tabela 15 — exemplul numeric (pentru șase ecuații) datele necesare pentru acestea au fost luate din [67] pag. 185.

Particularitatea calculelor arătate constă în folosirea egalităților (IV.4), adică în aceea că înmulțind coeficienții lor și ecuațiile inițiale, se obțin direct coeficienții transformați ai ecuațiilor normale din schema Gauss.

Astfel de calcule sînt comode într-o serie de cazuri practice și pot fi folosite la compensarea figurilor tipice prin separarea în tabelul 15 a rubricii cu coeficienți constanți.

Tabelul 14

Schema de rezolvare a ecuațiilor de condiție prin transformările succesive ale coeficienților lor

a	$-(1:[aa])$						
b	ρ_a^b	$+1$				$-(1:[Bb])$	
c	ρ_a^c		$+1$			ρ_B^c	$-(1:[Cc])$
w	ρ_a^w					ρ_B^w	ρ_c^w
s	ρ_a^{s+w}					ρ_B^{s+w}	ρ_c^{s+w}
Nr. corecțiilor	a	b	c	v	s	B	C
1	a_1	b_1	c_1	v_1	s_1	B_1	C_1
2	a_2	b_2	c_2	v_2	s_2	B_2	C_2
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
n	a_n	b_n	c_n	v_n	s_n	B_n	C_n
w	w_a	w_b	w_c			W_B	W_C

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 15

Exemplu de rezolvare a ecuațiilor de condiție prin transformările succesive ale coeficienților lor

a	(—0,1667)								(—0,1875)			
b	0	(—0,1667)							—0,500	(—0,3000)		
c	+0,333	0	+1									
d	—0,333	+0,333		+1								
e	—0,907	—0,697			+1				+0,847	+1,657	(—0,003659)	
g	—0,682	+0,040				+1			+0,660	—0,224	+0,216	(—0,03772)
k	+0,167	+0,148							+0,188	+0,207	+0,008	—0,081
s	—2,422	—1,175							+0,196	+0,641	—0,772	—1,079
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*g*	*v*	*s*	*c*	*d*	*E*	*G*
1	—1				+2,59	—3,34	+0,08	—1,75	—0,333	+0,500	+4,033	—2,117
2		+1		—1	—7,29	+1,46	—0,04	—5,83	0	—0,667	—9,092	—0,315
3	+1			+1	+4,70		+0,33	+6,70	+0,333	+0,500	+4,904	+0,485
4		—1				+1,88	—0,37	+0,88	0	—0,333	+0,145	+1,946
5	—1			—1			—0,38	—2,00	—0,333	—0,500	—0,204	+0,530
6	+1		—1				+0,15	0	—0,667	0	—1,471	—1,440
7			+1	+1			+0,23	+2,00	+1,000	+0,500	+1,675	+0,910
8			—1	—1	+ 7,88		—0,31	+5,88	—1,000	—0,500	+6,205	+0,792
9		—1		+1	—11,47	+1,89	—0,06	—9,58	0	+0,667	—9,668	—0,388
10			+1		+ 3,59	—3,96	+0,30	+0,63	+1,000	—0,500	+3,608	—2,409
11		+1				+2,07	+0,05	+3,07	0	+0,333	—0,145	+2,004
12		—1					—0,22	—1,00	0	—0,333	+0,145	+0,066
13		+1					+0,22	+1,00	0	+0,333	—0,145	—0,066
14			—1		+0,25	+0,92	—0,10	+0,17	—1,000	+0,500	+0,232	+0,198
15	—1		+1		—1,79		—0,13	—1,79	+0,667	0	—0,319	+1,053
16	+1				+1,54	+0,75	+0,09	+3,29	+0,333	—0,500	+0,087	+0,419
17						—1,67	+0,14	—1,67	0	0	0	— 1,670
w	—1,00	—0,89	—0,68	—1,23	—1,80	+2,50	Σw = +3,10		—1,01	—0,69	—2,27	+2,14

Controlul:

$[vs] = +3,07$

$[vv] = +0,82$

$[kw] = -0,82$

$[\rho^w w] = -0,82$

Examinăm mai departe particularităţile de rezolvare a ecuaţiilor normale pe grupe prin intermediul coeficienţilor de pondere convenţionali. [83].

Grupele separate ale sistemului de ecuaţii normale pot fi formate cu diferiţi coeficienţi transformaţi care au notaţii diferite.

Din această cauză la notarea coeficienţilor în grupe de ecuaţii folosim notaţiile din matematică.

Luăm la început grupa formată din două ecuaţii normale:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \ldots + w_1 = 0,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x^2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + \ldots + w_2 = 0.$$

Din acestea se pot forma perechi de egalităţi:

$$\left.\begin{aligned} a_{11}\rho_{1i} + a_{12}\rho_{2i} + a_{1i} = 0 \\ a_{21}\rho_{1i} + a_{22}\rho_{2i} + a_{2i} = 0 \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.13)}$$

Examinîndu-le pe acestea ca independente, se pot obţine pentru necunoscutele ρ coeficienţii de pondere, determinaţi cu formula cunoscută:

$$\left.Q_{ij} = \frac{A_{ij}}{D}\right\}, \qquad \text{(IV.14)}$$

unde A_{ij} este determinantul necunoscutei (minor), iar D — determinantul sistemului. Coeficientul de forma Q_{ij} se numeşte corelativ, iar cel de forma Q_{ii} — de pondere.

Totuşi, dacă aceşti coeficienţi se referă numai la grupa de ecuaţii, ei se pot numi de grup sau coeficienţi de pondere de condiţie.

Notîndu-i prin q, scriem pentru grupă:

$$q_{ij} = \frac{A'_{ij}}{d}, \qquad \text{(IV.15)}$$

unde A' — determinantul minor ,iar d este determinantul grupei.

În cazul de faţă, adică în cazul a două ecuaţii în grup, vom avea:

$$q_{11} = \frac{a_{22}}{d}\ ; \qquad q_{12} = -\frac{a_{12}}{d}\ ; \qquad q_{22} = \frac{a_{11}}{d}\ ; \qquad d = a_{11}a_{22} - a_{12}^2. \qquad \text{(IV.16)}$$

Îi scrim în tabel:

$$\begin{array}{l|l} q_{11}q_{12} & a_{13}a_{14}\ldots\ldots \\ q_{12}q_{22} & a_{23}a_{24}\ldots\ldots \end{array}$$

şi înmulţind prima coloană q cu coloanele coeficienţilor, dispuşi în dreapta faţă de linie obţinem:

$$\rho_{1i} = -(q_{11}a_{1i} + q_{12}a_{2i}).$$

Înmulţind cu ele a doua coloană q, găsim:

$$\rho_{2i} = -(q_{12}a_{1i} + q_{22}a_{2i}). \qquad \text{(IV.17)}$$

În cazul cînd există trei ecuații în grupă, schema de calcul a factorului ρ prin intermediul lui q va avea forma:

$a_{11}\ a_{12}\ a_{13}$	$a_{14}\ a_{15}\ \ldots\ .$	$q_{41}q_{12}q_{13}$
$A'_{11}\ A'_{12}\ A'_{13}$	$\rho_{14}\ \rho_{15}\ \ldots\ .$	
$a_{22}\ a_{23}$	$a_{24}\ a_{25}\ \ldots\ .$	$q_{21}q_{22}q_{23}$
$A'_{22}\ A'_{23}$	$\rho_{24}\ \rho_{25}\ \ldots\ .$	
a_{33}	$a_{34}\ a_{35}\ \ldots\ .$	$q_{31}q_{32}q_{33}$
A'_{33}	$\rho_{34}\ \rho_{35}\ \ldots\ .$	

Mărimile q se determină cu formula (IV.15), care pentru acest caz va fi:

$$q_{ij} = q_{ji}.$$

A' este determinantul minor și d — determinantul sistemului. Aceștia se exprimă astfel:

$$\left.\begin{aligned} A'_{11} &= a_{22}a_{33} - a_{23}^2 \\ A'_{12} &= a_{13}a_{23} - a_{12}a_{33} \\ A'_{13} &= a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22} \\ A'_{22} &= a_{11}a_{33} - a_{13}^2 \\ A'_{23} &= a_{12}a_{13} - a_{11}a_{23} \\ A'_{33} &= a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \end{aligned}\right| \quad \left.\begin{aligned} d &= A'_{11}a_{11} + A'_{12}a_{12} + A'_{13}a_{13} = \\ &= A'_{12}a_{12} + A'_{22}a_{22} + A'_{23}a_{23} = \\ &= A'_{13}a_{13} + A'_{23}a_{23} + A'_{33}a_{33} \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.18)}$$

Coeficienții ρ se determină prin înmulțirea coloanelor q cu coloanele a_{i4}, a_{i5} conform formulelor:

$$\left.\begin{aligned} \rho_{1i} &= -(q_{11}a_{1i} + q_{21}a_{2i} + q_{31}a_{3i}) \\ \rho_{2i} &= -(q_{12}a_{1i} + q_{22}a_{2i} + q_{32}a_{3i}) \\ \rho_{3i} &= -(q_{13}a_{1i} + q_{23}q_{2i} + q_{33}a_{3i}) \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.19)}$$

Folosirea determinanților în cazul cînd numărul ecuațiilor din grupă este mai mare de trei nu este indicat. În asemenea cazuri coeficienții pot fi calculați după schemele care se folosesc pentru calculul coeficienților de pondere Q și alții.

Prin intermediul coeficientului q, ponderea se determină mai simplu decît în mod obișnuit. Așa, de exemplu, în sistemul format din patru ecuații pentru ultima pereche de ecuații (a doua grupă) avem:

$$q_{33} = Q_{33} = \frac{[Dd]}{D_0},$$

$$q_{44} = Q_{44} = \frac{[Cc]}{D_0},$$

$$q_{34} = Q_{34} = -\frac{[Cd]}{D_0},$$

unde determinantul sistemului $D_0 = [Cc]\,[Dd] - [Cd]^2$.

După cum se vede din aceste expresii, în ultima grupă se obțin direct ponderile ultimelor necunoscute.

Pentru necunoscutele primei grupe ponderea se află cu formulele:

$$\left.\begin{aligned} Q_{11} &= q_{11} + q_{13}\rho_a^c + q_{14}\rho_a^d \\ Q_{22} &= q_{22} + q_{23}\rho_b^c + q_{24}\rho_b^d \\ Q_{12} &= q_{12} + q_{13}\rho_b^c + q_{14}\rho_b^d \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.20)}$$

La rezolvarea ecuațiilor normale este bine să se folosească coeficienții de pondere în grupe de cîte două, trei ecuații în cazul cînd:

1) în grupa din stînga există coeficienți (nepătratici) egali cu zero;
2) se determină ponderea a mai multor necunoscute;
3) există un număr mare de ecuații;
4) se execută compensarea tipică (se va examina în paragraful următor).

În tabelele 16, 17 se dă schema literală cu notațiile ecuațiilor inițiale echivalente și un exemplu numeric de rezolvare a ecuațiilor normale prin transformări în grupe prin intermediul lui q [83].

În ea este păstrată structura generală a schemei reduse Gauss și sînt reduse grupe cu numărul de ecuații diferite: în grupa întîi intră o singură ecuație, în grupa a doua două ecuații, într-a treia trei ecuații. Datele pentru exemplu corespund tabelului 15.

Tabelul 16

Schema de rezolvare a ecuațiilor normale pe grupe prin intermediul lui q_1, Q.

a	b	c	d	e	g	ω	s
$[aa]$ x_1	$[ab]$ ρ_a^b	$[ac]$ ρ_a^c	$[ad]$ ρ_a^d	$[ae]$ ρ_a^e	$[ag]$ ρ_a^g	ω_a ρ_a^ω	s_a ρ_a^s
	$[bb]$	$[bc]$	$[bd]$	$[be]$	$[bg]$	ω_B	s_b
q_{Bb} q_{Bc}	$[Bb]$	$[Bc]$	$[Bb]$	$[Be]$	$[Bg]$	ω_B	S_B
	x_2		ρ_b^d	ρ_B^e	ρ_B^g	ρ_B^ω	ρ_B^s
		$[cc]$	$[cd]$	$[ce]$	$[cg]$	ω_e	s_c
q_{Bc} q_{Cc}		$[Cc]$	$[Cd]$	$[Ce]$	$[Cg]$	ω_C	S_C
		x_3	ρ_c^d	ρ_c^e	ρ_C^g	ρ_C^ω	ρ_C^s
			$[dd]$	$[de]$	$[dg]$	ω_d	s_d
Q_{Dd}	Q_{De}	Q_{Df}	$[Dd]$	$[De]$	$[Dg]$	ω_D	S_D
			A'_{Dd}	A'_{De}	A'_{Dg}	ρ_D^ω	ρ_D^s
			x_4	$[ee]$	$[eg]$	ω_e	s_e
Q_{Ed}	Q_{Ee}	Q_{Eg}		$[Ee]$	$[Eg]$	ω_E	S_E
				A'_{Ee}	A'_{Eg}	ρ_E^ω	ρ_E^s
				x_5	$[gg]$	ω_g	s_g
Q_{Gd}	Q_{Ge}	Q_{Gg}			$[GG]$	ω_G	S_G
					A'_{GG}	ρ_G^ω	S_G^s
					x_6		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17

Rezolvarea ecuațiilor normale pe grupe prin intermediul lui q, Q

	a	b	c	d	e	g	ω	S	Control
	+6,00	0	−2,00	+2,00	+5,44	+4,09	−1,00	+14,53	
	+0,1684	0	+0,3333	−0,3333	−0,9067	−0,6818	+0,1667	−2,4217	−2,4218
		+6,00	0	−2,00	+4,18	−0,24	−0,89	+7,05	
−0,1667	0	+6,00	0	−2,00	+4,18	−0,24	−0,89	+7,05	
		+0,2213		+0,3333	−0,6968	+0,0400	+0,1484	−1,1752	−1,1751
			+6,00	+2,00	−6,33	−4,88	−0,68	−5,89	
0	−0,1875		+5,333	+2,667	−4,517	−3,517	−1,013	−1,047	−1,047
D_o=+32			+0,0241	−0,5501	+0,8470	+0,6595	+0,1899	+0,1964	+0,1964
				+6,00	−7,36	+0,43	−1,23	−0,16	
	−0,310700	−0,007158	−0,005067	+3,333	−5,521	+0,746	−0,688	−2,130	−2,130
				(+7501,88)	(+172,76)	(+122,32)	+0,2093	−0,7911	−0,7907
				+0,2093	+294,12	−53,80	−1,80	+234,45	
	−0,007158	−0,005422	−0,008157		+282,449	−60,320	−1,131	+215,475	215,477
					(+130,91)	+196,92	−0,0092	−1,0091	−1,0092
					−0,0092	+44,56	+2,50	−7,34	
	−0,005067	−0,008157	−0,037730			+39,442	+2,478	−17,655	−17,654
						(+910,92)	−0,0808	−1,0807	
						−0,0808			

D_6= 24142,0

$[KS]$=+3,11
$[W]$ =−3,10

Scanned with OKEN Scanner

Ordinea calculelor

1) Prin metoda obișnuită se exclude una din necunoscute și se obține ecuația normală transformată cu coeficienții $[Bb]$, $[Bc]$, ...

2) Întrucît în a doua grupă sînt incluse două ecuații normale (cu coeficienții b și c) se transformă direct a treia ecuație obținînd:

$$[Cc] = [cc] + \rho_a^c\,[ac];$$

$$[Cd] = [cd] + \rho_a^c\,[ad].$$

. . . . . .

3) Se rezolvă (prin metoda de compensare pe două grupe) cele două ecuații transformate cu coeficienții care conțin literele $B.C.$ Pentru aceasta, la început se calculează q după formulele (IV.16) și se scriu în dreptul ecuațiilor transformate coeficienții $B.C.$, iar pe urmă ρ după formulele (IV.17). De exemplu, pentru tabela 17 avem:

$$\rho_B^d = (-0{,}1667)\ (-2{,}00) + (0{,}0)\ (+2{,}667) = +0{,}3333;$$
$$\rho_B^l = (-0{,}1667)\ (+4{,}18) + (0{,}0)\ (-4{,}517) = -0{,}6968 \text{ etc.}$$

Aceștia se scriu în linie cu corecția $[\rho_B] - 1 = \rho_B^s$.

Se înmulțește coloana a doua q cu aceiași coeficienți:

$$\rho_C^d = (0{,}0)\ (-2{,}00) + (-0{,}1875)\ (+2{,}667) = -0{,}5001;$$
$$\rho_C^e = (0{,}0)\ (+4{,}18) + (-0{,}1875)\ (-4{,}517) = +0{,}8470 \text{ etc.}$$

Se scriu liniile și se verifică prin însumare.

4. Se transformă următoarele ecuații. Întrucît în ultima grupă sînt incluse ultimele trei ecuații, înseamnă că toate acestea vor trebui să fie transformate direct prin intermediul factorilor ρ^d, ρ^e, ρ^g pe coloane, prin metoda obișnuită.

De exemplu:

$$[Dd] = [dd] + \rho_a^d\,[ad] + \rho_B^d\,[Bd] + \rho_c^d\,[Cd];$$

$$[De] = [de] + \rho_a^d\,[ae] + \rho_B^d\,[Be] + \rho_c^d\,[Ce];$$

. . . . . .

$$[Ee] = [ee] + \rho_a^e\,[ae] + \rho_B^e\,[Be] + \rho_c^e\,[Ce];$$

$$[Eg] = [eg] + \rho_a^e\,[ag] + \rho_B^e\,[Bg] + \rho_c^e\,[Cg] \text{ etc.}$$

În tabela 17 vom avem:

$$[Ee] = 294{,}12 + (-0{,}9067)\ (+5{,}440) + (-0{,}6968)\ (+4{,}18) + (+0{,}8470)\ (-4{,}517) = +282{,}449;$$

$$[Eg] = -53{,}80 + (-0{,}9067)\ (+4{,}09) + (-0{,}6968)\ (-0{,}24) + (0{,}8470)\ (-3{,}517) = -60{,}320 \text{ etc.}$$

Scanned with OKEN Scanner

5. Se rezolvă grupa formată din ultimele trei ecuații transformate.

Pentru grupa:

$$\begin{array}{|ccc|}\hline [Dd] & [De] & [Dg] \\ [De] & [Ee] & [Eg] \\ [Dg] & [Eg] & [Gg] \\ \hline\end{array}$$

Valoarea q_i se află după formula (IV.15). Întrucît grupa dată este ultima în sistemul normal, atunci $q_{ij} = Q_{ij}$, adică obținem direct coeficienții de pondere ai ultimelor necunoscute. Acestea fiind scrise în dreptul ecuațiilor transformate, se înmulțește prima coloană Q cu coloanele ω, S, obținînd p_D^{ω}, p_D^{s}; înmulțindu-se coloana a doua și a treia Q cu coloanele ω, S se obțin:

$$p_E^{\omega} \quad p_E^{s}$$

$$p_G^{\omega} \quad p_g^{s}.$$

Mărimile p_D^{ω}, p_E^{ω}, p_G^{ω} sînt egale:
în cazul rezolvării ecuațiilor de condiție k_4, k_5, k_6; în cazul rezolvării ecuațiilor de erori — x_4, x_5, x_6.

În urma verificării rezolvării sistemului $[kS'] = [w]$,

unde

$$S'_i = S_i - w_i.$$

§ 17. COMPENSAREA FIGURILOR TIPICE DE TRIANGULAȚIE PRIN INTERMEDIUL COEFICIENȚILOR DE PONDERE CONVENȚIONALI

Posibilitatea de folosire cu ușurință a coeficienților de pondere convenționali constă în aceea că pentru grupele tuturor ecuațiilor de condiție de figură date, mărimile q sînt constante. Din această cauză ele pot fi calculate mai dinainte și pot fi folosite pentru transformarea ecuațiilor de condiție de acordul laturilor și acordul coordonatelor.

Din numărul tuturor ecuațiilor care au coeficienții egali cu unu, formate atît în cazul compensării pe unghiuri, cît și în cazul compensării pe direcții se pot împărți în grupe de ecuații, în care intră corecții diferite.

De obicei în asemenea grupe se includ condițiile de figură însă se pot include și alte condiții.

În tabelul coeficienților ecuațiilor normale, aceste grupe formează diagonala (în matricea coeficienților acești coeficienți sînt pe diagonală, restul fiind zero). Din această cauză pentru simplificarea expunerii, aceste grupe cu ecuații de condiție le vom numi diagonale.

Întrebuințarea coeficienților q pentru compensarea figurilor tipice de triangulație se folosește pentru perechi de grupe de ecuații în două variante:

— pentru toate ecuațiile, care au coeficienții egali cu unu și pentru ecuațiile de condiție transformate pe seama grupei diagonale.

Prima variantă este mai indicată în cazul compensării pe direcții, iar a doua variantă — în cazul compensării pe unghiuri.

Scanned with OKEN Scanner

Dăm sistemul de ecuații de condiție formate dintr-o singură pereche de grupe de ecuații de condiție prin notațiile:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{prima grupă nr. 1} & a_1v_1 + a_2v_2 + \ldots + a_nv_n + w_a = 0 \\
\text{nr. 2} & b_1v_1 + b_2v_2 + \ldots + b_nv_n + w_b = 0 \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\text{grupa a doua nr. } (r-1) & t_1v_1 + t_2v_2 + \ldots + t_nv_n + w_t = 0 \\
\text{nr. } r & u_1v_1 + u_2v_2 + \ldots + u_nv_n + w_n = 0
\end{array}\right\}. \qquad \text{(IV.21)}$$

Pentru ele vom avea sistemul de ecuații normale:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Nr. 1} & [aa]\,k_a + [ab]\,k_b + \ldots + [at]\,k_t + [au]\,k_u + w_a = 0 \\
\text{Nr. 2} & [ab]\,k_a + [bb]\,k_b + \ldots + [bt]\,k_t + [bu]\,k_u + w_b = 0 \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\text{N } (r-1) & [at]\,k_a + [bt]\,k_b + \ldots + [tt]\,k_t + [tu]\,k_u + w_t = 0 \\
\text{Nr. } r & [au]\,k_a + [bu]\,k_b + \ldots + [tu]\,k_t + [uu]\,k_u + w_u = 0
\end{array}\right\}. \qquad \text{(IV.22)}$$

Avînd în vedere că sistemul (IV.21) se referă la o figură anumită (tipică) de triangulație, se poate calcula dinainte pentru prima grupă a sistemului (IV.22) coeficienții constanți q, după formula (IV.15).

Folosind pe q se calculează factorul ρ

$$\left.\begin{array}{l}
\rho_a^t = -q_{aa}[at] - q_{ab}[bt] \\
\rho_a^u = -q_{aa}[au] - q_{ab}[bu] \\
\rho_a^w = -q_{aa}\,w_a - q_{ab}\,w_b \\
\rho_a^s = -q_{aa}[as] - q_{ab}[bs]
\end{array}\right\}, \qquad \text{(IV.23)}$$

unde ρ_a^s se referă la termenul sumă.

Mai departe se transformă coeficienții ecuațiilor normale ai grupei a doua, incluzîndu-se termenii sumă:

$$\left.\begin{array}{ll}
[Tt] = [tt\ (r-2)] & = [tt] + \rho_a^t\,[at] + \rho_b^t[bt] + \ldots. \\
[Tu] = [tu\,(r-2)] & = [tu] + \rho_a^t\,[au] + \rho_b^t[bu] + \ldots. \\
w_T = w_t\,(r-2) & = w_t + \rho_a^t\,w_a + \rho_b^t\,w_b + \ldots. \\
S_r = S_t \cdot (r-2) & = S_t + \rho_a^t\,S_a + \rho_b^t\,S_b + \ldots. \\
[Uu] = [uu \cdot (r-2)] & = [uu] + \rho_a^u\,[au] + \rho_b^u[bu] + \ldots. \\
w_u = w_u \cdot (r-2) & = w_u + \rho_a^u\,w_a + \rho_b^u\,w_b + \ldots. \\
S_u = S_u \cdot (r-2) & = S_u + \rho_a^u\,S_a + \rho_b^u\,S_b + \ldots.
\end{array}\right\} \qquad \text{(IV.24)}$$

Se obțin ecuațiile transformate:

$$\left.\begin{array}{l}
[Tt]\,k_t + [Tu]\,k_u\,W_T = 0 \\
[Tu]\,k_u + [Uu]\,k_u\,W_U = 0
\end{array}\right\}. \qquad \text{(IV.25)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvîndu-le pe acestea, aflăm pe k_t, k_u, iar după aceasta găsim corelatele pentru prima grupă care se determină din egalităţile:

$$\left.\begin{aligned} k_a &= k_t \rho_a^t + k_u \rho_a^u + \rho_a^w \\ k_b &= k_t \rho_b^t + k_u \rho_b^u + \rho_b^w \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.26)}$$

Inversul funcţiei de pondere se obţine cu formula:

$$\frac{1}{P_F} = [ff] + \rho_a^f[af] + \rho_b^f[bf] + \ldots + \rho_T^f[Tf] + \rho_U^f[Uf]. \qquad \text{(IV.27)}$$

În tabelele 18—21 sînt date schemele literale şi exemplul numeric prezentat anterior (datele sînt aceleaşi ca şi în tabelul 15).

Ordinea calculelor

1. În tabelul 20 avînd ecuaţiile de condiţie, calculăm numai coeficienţii sumă ai condiţiilor de sinus: $S_i = t_i + u_i$.

Pe urmă se calculează:

$$\begin{aligned} [at] &= +\ 5{,}44; \quad [au] = +4{,}09; \\ [bt] &= +\ 4{,}18; \quad [bu] = -0{,}24; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ [tt] &= +294{,}12; \quad [uu] = +44{,}56, \end{aligned}$$

se înscriu în tabelul 21.

2. Se completează coloana w, din tabelul 21, se calculează $[as]$, $[bs]$.... şi se execută controlul pe linii

$$[at] + [au] = [as];$$
$$[bt] + [bu] = [bs].$$

După aceasta se scriu în coloana s.

$$s_a = [as] + w_a;$$
$$s_b = [bs] + w_b.$$

3. Înmulţind coloanele coeficienţilor constanţi q (calculaţi dinainte) cu coloanele t, u, w, s, conform formulelor (IV.23) se obţine ρ.

De exemplu:

$$\rho_a^t = (-0{,}262)\ (+5{,}44) + (+0{,}050)\ (+4{,}18) + (-0{,}138)\ (-6{,}33) + (+0{,}150)\ (-7{,}36) = -1{,}447 \text{ etc.},$$

adică înmulţirea primei coloane q dă prima linie ρ.

Avem controlul: $[\rho_a] = \rho_a^s$, adică $-1{,}447 - 0{,}346 + 0{,}127 = -1{,}666$.

Ca rezultat al înmulţirii coloanei a doua q cu coloanele t, u, w, s, obţinem a doua linie cu acelaşi control etc.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 18

Ecuațiile de condiție

Nr. corecțiilor	a	b	. . . . .	t	u	$s = t + u$	v
1	a_1	b_1	. . . . .	t_1	u_1	s_1	v_1
2	a_2	b_2	. . . . .	t_2	u_2	s_2	v_2
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
n	a_n	b_n	. . . . .	t_n	u_n	s_n	v_n

Tabelul 19

Schema de rezolvare a ecuațiilor normale cu ajutorul lui q

t	u	w	S	Coeficienții constanți — q (avînd semnul invers)
$[at]$	$[au]$	w_a	s_a	$q_{aa}\, q_{bb} \cdot \cdot \cdot q_{a(r-2)}$
ρ_a^t	ρ_a^u	ρ_a^w	ρ_a^s	
$[bt]$	$[bu]$	w_b	s_b	$q_{ab}\, q_{bb} \cdot \cdot \cdot q_{b(r-2)}$
ρ_b^t	ρ_b^u	ρ_b^w	ρ_b^s	
.	.	.	.	. . .
.	.	.	.	
$[tt]$	$[tu]$	w_t	s_t	
$[Tt]$	$[Tu]$	W_T	S_T	$q_{Tt}\, q_{Tu}$
	$[uu]$	w_u	s_u	
	$[UU]$	W_U	S_U	$q_{Tu}\ \ q_{Uu}$
		k_u	ρ_s^u	

Controlul : $[kw] = +$
$[\rho_w^w[= -$
$[vv] = +$

4. Se transformă coeficienții ecuațiilor normale după formula (IV.24) și se obține sistemul (IV.25), care are următorul aspect:

$$273{,}38\ k_t - 59{,}04\ k_u - 2{,}27 = 0;$$
$$-\ 59{,}04\ k_t + 39{,}31\ k_u + 2{,}63 = 0.$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 20

Ecuațiile de condiție

Nr. crt. \ k	a +0,168	b +0,221	c +0,025	d +0,209	t −0,009		u −0,081		v	s = t + u
1	−1				δ_{3-1}	+2,59	$-\delta_{1-4}$	−3,34	+0,08	−0,75
2		+1		−1	$-\delta_{3-2}$	−7,29	δ_{2-4}	+1,46	−0,04	−5,83
3	+1			+1	−Σ	+4,70			+0,33	+4,70
4		−1					−Σ	+1,88	−0,37	+1,88
5	−1			−1					−0,38	0
6	+1		−1						+0,15	0
7			+1	+1					+0,23	0
8			−1	−1	−Σ	+ 7,88			−0,30	+7,88
9		−1		+1	$-\delta_{9-8}$	−11,47	δ_{11-9}	+1,89	−0,06	−9,58
10			+1		δ_{10-8}	+3,59	$-\delta_{11-10}$	−3,96	+0,31	−0,37
11		+1					−Σ	+2,07	+0,05	+2,07
12		−1							−0,22	0
13		+1							+0,22	0
14			−1		δ_{15-14}	+0,25	$-\delta_{14-17}$	+0,92	−0,10	+1,17
15	−1		+1		−Σ	−1,79			−0,13	−1,79
16	+1				δ_{16-15}	+1,54	$-\delta_{17-16}$	+0,75	+0,09	+2,29
17							−Σ	−1,67	+0,14	−1,67
W	−1,00	−0,89	−0,68	−1,23		−1,80		+2,50		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 21

Rezolvarea ecuațiilor normale din ultima grupă cu ajutorul lui q

t $-0{,}009$	u $-0{,}081$	w	S	Coeficienții constanți $-q$			
+5,44	+4,09	−1,00	+ 8,53	−0,262	+0,050	−0,138	+0,150
−1,447	−0,346	+0,127	− 1,666				
+4,18	−0,24	−0,89	+ 3,05	+0,050	−0,200	+0,050	−0,100
−0,144	−0,035	+0,217	+ 0,038				
−6,33	−4,88	−0,68	−11,89	−0,138	+0,050	−0,262	+0,150
+0,013	+0,767	+0,087	+ 0,867				
−7,36	+0,43	−1,23	− 8,16	+0,150	−0,100	+0,150	−0,300
+1,656	−0,223	+0,206	+ 1,639				
+294,12	−53,80	−1,80	+238,52				
+273,38	−59,04	−2,27	+212,07	−0,00541	−0,00813		
		−0,009	−1,009			$[kw] = -0{,}82;$	
	+44,56	+2,50	−6,74			$[\rho^w w] = -0{,}82;$	
	+39,31	+2,63	−17,10			$[vv] = +0{,}82;$	
		−0,081	−1,081	−0,00813	−0,03765		

Rezolvarea se face prin orice procedeu. În cazul de față el este rezolvat prin intermediul lui q.

Avem:

$$-q_{Tt} = -\frac{39{,}31}{D} = -0{,}005414; \qquad -q_{Tu} = -\frac{59{,}04}{D} = -0{,}008\ 131;$$

$$-q_{Uu} = -\frac{273{,}38}{D} = -0{,}037\ 650,$$

unde $D = (273{,}38)\ (39{,}31) - (-59{,}04)^2 = 7261.$

Atunci

$$k_t = (-0{,}00541)\ (-2{,}27) + (-0{,}00813)\ (+2{,}63) = -0{,}009$$

$$k_u = (-0{,}00813)\ (-2{,}27) + (-0{,}03765)\ (+2{,}63) = -0{,}081.$$

5. Înscriind pe k_t și k_u deasupra coloanei t și u, se înmulțesc pe linie cu factori ρ; pe urmă adăugăm ρ^w conform formulelor (IV.26) și aflăm coi relatele ecuațiilor primei grupe. Toate corelatele se înscriu deasupra tabelului de ecuații de condiție, iar după aceasta se calculează corecțiile.

Din cele examinate se vede că compensarea prin procedeul arătat se face în general după scheme standard. Simplificarea calculelor se obține prin aceea că pentru figura respectivă s-au pregătit:

Scanned with OKEN Scanner

1) tabelul ecuațiilor de condiție în care rămîne să se mai scrie numai valoarea δ (diferența tabulară a logaritmilor) pentru condițiile de acordul laturii:

2) tabelul mărimilor constante q, adică rezolvarea ecuațiilor normale, este făcută parțial.

Această constantă pentru figura noastră nu este chiar atît de importantă, însă aduce totuși unele reduceri și ușurări ale lucrului.

Toate figurile se compensează după aceleași formule și după același model.

Schemele de calcul (tabelele 20 și 21) sînt simple, standard și pot fi puse sub formă de tabel cu rubrici de rezervă pentru diferite figuri.

Aceste tabele pot fi folosite și pentru compensarea pe unghiuri, cînd este nevoie de mai puține rubrici.

De obicei posibilitățile compensării tipice sînt legate de particularitățile figurilor geometrice existente într-o anumită rețea.

Procedeul coeficienților de pondere dă posibilitatea ca orice rețea după formă și dimensiune să se compenseze cu cea tipică care se referă atît la compensarea pe unghiuri, cît și pe direcții.

Mai jos se dau cinci exemple (23—27), fig. 33, 35, 38, 39 și 41 de compensare în care rezolvările sînt date complet. În afară de acestea sînt date variantele (modificările acestor figuri) prin numerele 34, 36, 37, 40. Pentru ele sînt date numai formulele de calcul (4, 5, 6) sau altele necesare, expuse anterior.

Aceste formule includ numai elementele principale care sînt referitoare la compensarea figurii respective.

Mărimile q sînt date cu precizia pînă la 0,001. În cazul cînd ele sînt folosite pentru compensarea punctelor de ordin superior vor trebui să fie calculate cu un mare număr de cifre.

În exemplele care au mai multe condiții de sinus (5, 6) sînt incluse pentru control coloanele sumă ale coeficienților.

În tabelele ecuațiilor de condiție pentru direcțiile către un singur punct, coeficienții sumă ai mărimilor δ sînt notați pentru simplificare peste tot cu Σ fără indici. Simbolul $-\Sigma$ reprezintă suma (cu semnul schimbat) coeficienților alăturați δ, care au indici comuni cu numerele liniilor Σ. De exemplu, pentru compensarea figurii 33 (a patrulaterului geodezic) în rîndul al șaselea (5) avem:

$$-\Sigma = -\delta_{6-4} + \delta_{6-5}.$$

Aici ambele simboluri δ au indici comuni, iar cifra 6 corespunde numărului liniei Σ.

Coeficienții și termenii liberi ai condițiilor de sinus sînt scriși în unitățile logaritmice de ordinul șase zecimal.

Ordinea generală a calculelor corespunde ordinii numerotării în tabele cu excepția parțială a calculelor 1—6 care se referă la 3. Rezolvarea triunghiurilor se execută după calculul lui 5 și 6. Nu se dă și calculul coordonatelor.

Trebuie să se aibă în vedere că valorile corecțiilor, după cum și ponderea elementelor compensate ale figurii rețelei depind atît de mărimile unghiurilor, precum și de dispunerea laturilor inițiale (de bază).

Prin schimbarea alegerii condițiilor de sinus în rețea se poate mări ponderea elementelor necesare în rezultatul compensării. Așa de exemplu,

Scanned with OKEN Scanner

la patrulaterul geodezic (fig. 33) este avantajos să se includă în compensare ecuația de condiție de pol cu polul în punctul A; la patrulaterul geodezic cu altă latură de bază inițială (fig. 34), ponderea elementelor compensate se mărește, dacă se ia ca pol punctul de intersecție al diagonalelor.

Luarea în considerare a tuturor acestor particularități și posibilități se poate face practic numai în cele mai simple figuri, care au unghiuri ascuțite (de exemplu în patrulaterul geodezic). În alte figuri mai complexe, în care triunghiurile au o formă mai corectă, se recomandă ca compensarea să se facă după formulele date, indiferent ce latură a figurii este de plecare.

Aprecierea preciziei

În figurile care au cîteva puncte de determinat, calculul erorilor medii pătratice ale tuturor punctelor este mai complicat și necesită un volum mare de muncă.

Din această cauză determinarea erorilor elementelor rețelei se limitează pentru fiecare caz, concret, în parte. De exemplu, dacă figura 39 reprezintă rețeaua de bază și în ea latura II-III este latura de plecare (de la ea începe lanțul de triunghiuri), atunci se va analiza eroarea laturii de plecare.

Pentru determinarea ei se formează funcția de pondere și se include în schema de rezolvare a ecuațiilor normale. În cazul de față pentru laturile II-III avem:

$$F = \overline{\text{II}} - \overline{\text{III}} = \frac{AB \sin (6-5) \sin (4-1)}{\sin (18-17) \sin (15-13)}.$$

Creșterea funcției de pondere are forma:

$$\Delta F = -\delta_{4-1}\Delta_1 + \delta_{4-1}\Delta_4 - \delta_{6-5}\Delta_5 + \delta_{6-5}\Delta_6 + \delta_{15-13}\Delta_{13} - \delta_{15-13}\Delta_{15} + \delta_{18-17}\Delta_{17} - \delta_{18-17}\Delta_{18} = -0{,}54\,\Delta_1 + 0{,}54\,\Delta_4 - 0{,}21\,\Delta_5 + 0{,}21\,\Delta_6 + 3{,}04\,\Delta_{13} - 3{,}04\,\Delta_{15} + 2{,}45\,\Delta_{17} - 2{,}45\,\Delta_{18}.$$

Incluzînd coeficienții acestei funcții în (5) se formează coeficienții:

$$[af] = -2{,}94;$$
$$[bf] = -0{,}21;$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$[ff] = +31{,}16.$$

Inversul funcției de pondere se obține conform formulei (IV.27). Pentru exemplul nostru, vom avea:

$$\frac{1}{P_F} = 31{,}16 + (0{,}984)\ (-2{,}94) + (0{,}599)\ (-0{,}21) + (1{,}452)\ (-5{,}12) + (-0{,}212)\ (-2{,}83) + (0{,}029)\ (+2{,}99) + (0{,}283)\ (9{,}97) + (0{,}284)\ (-51{,}35) = 9{,}64.$$

Atunci:

$$m_F = m\sqrt{\frac{1}{P_F}}.$$

Obținînd m_F se calculează eroarea relativă a laturii de plecare I — III după cum se arată la sfîrșitul exemplului 26.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru determinarea erorii medii pătratice a unghiului de orientare a aceleiași linii II-III, funcția de pondere va avea următoarea formă:

$$\Delta F_\alpha = \Delta_1 - \Delta_3 + \Delta_{18} - \Delta_{17}.$$

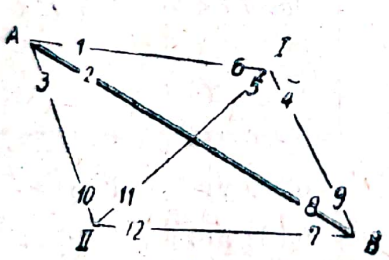
În acest caz în tabela ecuațiilor de condiție va trebui să se adauge pentru funcția respectivă o coloană în care se scriu coeficienții pentru liniile:

1 . . . . . .+1
3 . . . . . .—1
17 . . . . . .—1
18. . . . . +1

Pe urmă este necesar să se facă calculele următoare la fel ca și pentru determinarea erorilor laturii.

Avînd erorile laturii și a unghiului de orientare, se poate determina eroarea medie pătratică a coordonatelor punctului I conform formulei (I.13).

În mod asemănător se pot determina și erorile altor elemente ale rețelei. În figurile mai complicate, cînd punctele ce se determină nu sînt legate direct prin latură cu punctul considerat precis, pentru determinarea erorilor coordonatelor se obține această funcție sub formă mai complicată.



Exemplul 23. **Compensarea figurii 33.** (patrulaterul geodezic, polul în punctul A) Punctele ce se determină I, II ordinul 4

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Latura
		x	*y*		
A	3	6 112 772,15	5 564 427,26	133°18′43″,4	8 052,14
B	3	6 107 248,61	5 570 286,23		

2. *Tabelul cu direcții*

Nr. direcției	Direcțiile măsurate (plane reduse la centru)	Corecțiile reduse la origine	Direcțiile definitive
1	0°00′00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	30 01 36 ,4	+1 ,5	30 01 37 ,9
3	53 55 41 ,0	+1 ,2	53 55 42 ,2
4	0 00 00 ,0	0,0	0 00 00 ,0
5	53 09 14 ,6	—0,9	53 09 13 ,7
6	116 22 24 ,8	+0 ,6	116 22 25 ,4
7	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
8	30 04 53 ,0	—0 ,3	30 04 52 ,7
9	63 40 49 ,9	—0 ,6	63 40 49 ,3
10	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
11	62 51 04 ,6	+1 ,5	62 51 06 ,1
12	126 01 03 ,0	0 ,0	126 01 03 ,0

Scanned with OKEN Scanner

3. *Formarea și rezolvarea triunghiurilor*

Denumirea unghiurilor	Unghiurile	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
2—1	33°01′36″,4	+1″,6	30°01′38″,0	0,500 412	4 497,51
9—8	33 35 56 ,9	—0 ,3	33 35 56 ,6	0,553 378	4 973,54
6—4	116 22 24 ,8	+0 ,6	116 22 25 ,4	0,895 916	8 052,14
	179 59 58 ,1	+1 ,9	180 00 00 ,0		
3—2	23 54 04 ,6	—0 ,3	23 54 04 ,3	0,405 161	4 033,46
8—7	30 04 53 ,0	—0 ,3	30 04 52 ,7	0,501 228	4 989,83
12—10	126 01 03 ,0	0,0	126 01 03 ,0	0,808 837	8 052,14
	180 00 0, 6	—0 ,6	180 00 00 ,0		
3—1	53 55 41 ,0	+1 ,2	53 55 42 ,2	0,808 281	4 517,75
6—5	63 13 10 ,2	+1 ,5	63 13 11 ,7	0,892 743	4 989,83
11—10	62 51 04 ,6	+1 ,5	62 51 06 ,1	0,889 828	4 973,54
	179 59 55 ,8	+4 ,2	180 00 00 ,0		
9—7	63 40 49 ,9	—0 ,5	63 40 49 ,4	0,896 335	4 517,76
5—4	53 09 14 ,6	—0 ,9	53 09 13 ,7	0,800 248	4 033,46
12—11	63 09 58 ,4	—1 ,5	63 09 56 ,9	0,892 316	4 497,51
	180 00 2 ,9	—2 ,9	180 00 00 ,0		

4. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Notarea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	δ1″
6—5	9 950 7246	+10,6
9—8	9 743 0227	+31,7
12—10	9 907 8612	—15,3
Σ_1	9 601 6085	
6—4	9 952 2677	—10,4
8—7	9 700 0368	+36,3
11—10	9 949 3047	+10,8
Σ_2	9 601 6092	
	$W_u = \Sigma_1 - \Sigma_2 = -7$	

Scanned with OKEN Scanner

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcțiilor	a +0,14	b +0,13	c +0,70	u −0,09		Corecțiile v
1	−1		−1			−0,9
2		−1	1			+0,6
3	1	1				+0,3
4	−1	+1		δ_{6-4}	−1,04	+0,1
5		−1	−1	$-\delta_{6-5}$	−1,06	−0,8
6	1		1	$-\Sigma$	+2,10	+0,7
7	−1		1	δ_{8-7}	+3,63	+0,3
8		1	−1	$-\Sigma$	−6,80	0
9	1	−1		δ_{9-8}	+3,17	−0,3
10	−1	−1		$-\Sigma$	+2,61	−0,5
11		1	1	$-\delta_{11-10}$	−1,08	+1,0
12	1		−1	δ_{12-10}	−1,53	−0,5
w	−1,3	−2,3	−4,8		−0,7	

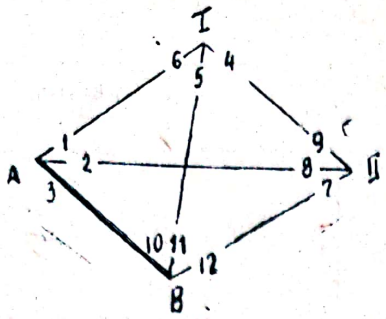
$$[Kw] = -4,07$$

$$[vv] = +4,05$$

6. *Rezolvarea ecuațiilor normale*

u −0,0931	w	Coeficienții constanți — q		
− 1,47	−1,3	−0,125	0	0
+ 0,184	+0,162			
−13,64	−2,3	0	−0,125	0
+ 1,705	+0,288			
+14,04	−4,8	0	0	−0,125
− 1,755	+0,600			
+86,40	−0,7			
+38,23	+3,56			

Scanned with OKEN Scanner



Pentru compensarea figurii 34.

4. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

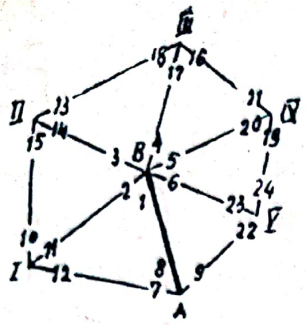
Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	
3—2		
6—5		
8—9		
12—11		
Σ_1		
2—1		
5—4		
8—7		
11—10		
Σ_2		

$$w_u = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcțiilor	a	b	c	u		Corecțiile v
1	—1		—1	δ_{2-1}		
2		—1	1	$-\Sigma$		
3	1	1		δ_{3-2}		
4	—1	1		δ_{5-4}		
5		—1	—1	$-\Sigma$		
6	1		1	δ_{6-5}		
7	—1		1	δ_{8-7}		
8		1	—1	$-\Sigma$		
9	1	—1		δ_{9-8}		
10	—1	—1		δ_{11-10}		
11		1	1	$-\Sigma$		
12	1		—1	δ_{12-11}		
	w_a	w_b	w_c		w_u	

Rezolvarea ecuațiilor normale se face în aceeași formă, ca în exemplul 23 (aceleași mărimi q)



Exemplul 24. Compensarea figurii 35.
(sistemul central)

Punctele ce se determină I—V . . . ordinul 4

1. *Datele inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	*y*		
A	3	6 107 563,81	5 571 684,52	320°47′28″,1	6 013,21
B	3	6 112 223,13	5 567 883,28		

2. *Tabelul cu direcții*

Nr. direcției	Direcțiile măsurate (plane, reduse la centru)	Corecțiile reduse la origină	Direcțiile definitive
1	0°00′00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	69 27 44 ,8	+0 ,4	69 27 45 ,2
3	143 13 03 ,7	—0 ,8	143 13 02 ,9
4	212 47 33 ,9	+0 ,1	212 47 34 ,0
5	265 34 05 ,1	+0 ,3	265 34 05 ,4
6	307 16 20 ,9	+0 ,3	307 16 21 ,2
7	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
8	49 34 17 ,6	—0 ,8	49 34 16 ,8
9	108 13 01 ,5	—1 ,0	108 13 00 ,5
10	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
11	49 41 04 ,5	—1 ,5	49 41 03 ,0
12	110 39 02 ,2	—1 ,3	110 39 00 ,9
13	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
14	53 35 04 ,3	+0 ,5	53 35 04 ,8
15	110 08 45 ,0	—0 ,9	110 08 44 ,1
16	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
17	57 58 08 ,4	—0 ,4	57 58 08 ,0
18	114 48 32 ,2	—0 ,1	114 48 32 ,1
19	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
20	89 11 33 ,0	—0 ,6	89 11 32 ,4
21	158 26 53 ,4	—0 ,3	158 26 53 ,1
22	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
23	68 37 38 ,5	—1 ,0	68 37 37 ,5
24	117 43 50 ,0	—0 ,7	117 34 49 ,3

Scanned with OKEN Scanner

Nr. unghiurilor	Notarea unghiurilor	Unghiurile	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
	2—1	69°27′44″,8	+0″,4	69°27′45″,2	0,936 443	6 440,37
1	8—7	49 34 17 ,6	—0 ,7	49 34 16 ,9	0,761 214	5 235,24
	12—11	60 57 57 ,7	+0 ,2	60 57 57 ,9	0,874 333	6 013,21
		180 00 00 ,1	—0 ,1	180 00 00 ,0		
		$w_a = +0\ ,1$				
	3—2	73 45 18 ,9	—1 ,2	73 45 17 ,7	0,960 074	6 023,22
2	11—10	49 41 04 ,5	—1 ,6	49 41 02 ,9	0,762 490	4 783,64
	15—14	56 33 40 ,7	—1 ,3	56 33 39 ,4	0,834 473	5 235,24
		180 00 4 ,1	—4 ,1	180 00 00 ,0		
		$w_b = +4\ ,1$				
	4—3	69 34 30 ,2	+0 ,9	69 34 31 ,1	0,937 132	5 354,98
3	14—13	53 35 04 ,3	+0 ,5	53 35 04 ,8	0,804 735	4 598,43
	18—17	56 50 23 ,8	+0 ,3	56 50 24 ,1	0,837 147	4 783,64
		179 59 58 ,3	+1 ,7	180 00 00 ,0		
		$w_c = -1\ ,7$				
	5—4	52 46 31 ,2	+0 ,2	52 46 31 ,4	0,796 270	3 915,43
4	17—16	57 58 08 ,4	—0 ,4	57 58 08 ,0	0,847 760	4 168,61
	21—20	69 15 20 ,4	+0 ,2	69 15 20 ,6	0,935 171	4 598,43
		180 00 00 ,0	0 ,0	180 00 00 ,0		
		$w_d = 0\ ,0$				
	6—5	41 42 15 ,8	0	41 42 15 ,8	0,665 288	3 668,96
5	20—19	89 11 33 ,0	—0 ,6	89 11 32 ,4	0,999 900	5 514,29
	24—23	49 06 11 ,5	+0 ,3	49 06 11 ,8	0,755 890	4 168,61
		180 00 00 ,3	—0 ,3	180 00 00 ,0		
		$w_e = +0\ ,3$				
	1—6	52 43 39 ,1	—0 ,3	52 43 38 ,8	0,795 765	5 138,48
6	9—8	58 38 43 ,9	—0 ,2	58 38 43 ,7	0,853 964	5 514,29
	23—22	68 37 38 ,5	—1 ,0	68 37 37 ,5	0,931 229	6 013,21
		180 00 01 ,5	—1 ,5	180 00 00 ,0		
		$w_f = +1\ ,5$				

Scanned with OKEN Scanner

4. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție la pol*

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	$\delta 1''$
12—11	9 941 6764	+11,7
15—14	9 921 4138	+13,9
18—17	9 922 8011	+13,7
21—20	9 970 8907	+ 8,0
24—23	9 878 4585	+18,3
9—8	9 931 4398	+12,9
Σ_1	9 566 6803	
8—7	9 881 5082	+18,0
11—10	9 882 2366	+17,9
14—13	9 905 6521	+15,5
17—16	9 928 2736	+13,2
20—19	9 999 9569	+ 0,3
23—22	9 969 0570	+ 8,2
Σ_2	9 566 6844	
	$w_u = -41$	

6. *Rezolvarea ecuațiilor normale*

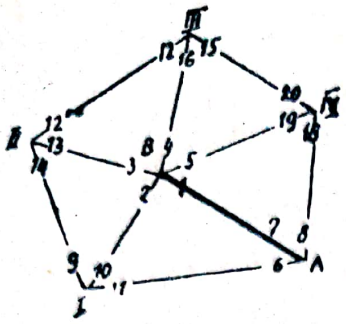
u $+0{,}0737$	w	Coeficienții constanți — q					
—0,76	+0,10	—0,225	—0,088	—0,038	—0,025	—0,038	—0,088
+0,067	—0,462						
—0,42	+4,10	—0,088	—0,225	—0,088	—0,038	—0,025	—0,038
+0,164	—0,846						
—0,42	—1,70	—0,038	—0,088	—0,225	—0,088	—0,038	—0,025
+0,209	—0,031						
—2,37	0	—0,025	—0,038	—0,088	—0,225	—0,088	—0,038
+0,252	—0,092						
+3,63	+0,30	—0,038	—0,025	—0,038	—0,088	—0,225	—0,088
—0,631	—0,241						
+0,89	+1,50	—0,088	—0,038	—0,025	—0,038	—0,088	—0,225
—0,336	—0,486						
+64,06	—4,10						
+60,65	—4,47						

$[kw] = -4{,}55;$

$[vv] = +4{,}54$

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcției	a −0,46	b −0,83	c −0,02	d −0,07	e −0,29	g −0,51	u +0,07		Corecțiile v
1	−1					1			−0″,05
2	1	−1							+0 ,37
3		1	−1						−0 ,81
4			1	−1					+0 ,05
5				1	−1				+0 ,22
6					1	−1			+0 ,22
7	−1						δ_{8-7}	+1,80	+0 ,59
8	1					−1	$-\Sigma$	−3,09	−0 ,18
9						1	δ_{9-8}	+1,29	−0 ,41
10		−1					δ_{11-10}	+1,79	+0 ,96
11	−1	1					$-\Sigma$	−2,96	−0 ,59
12	1						δ_{12-11}	+1,17	−0 ,37
13			−1				δ_{14-13}	+1,55	+0 ,13
14		−1	1				$-\Sigma$	−2,94	+0 ,60
15		1					δ_{15-14}	+1,39	−0 ,73
16				−1			δ_{17-16}	+1,31	+0 ,17
17			−1	1			$-\Sigma$	−2,69	−0 ,25
18			1				δ_{18-17}	+1,38	+0 ,08
19					−1		δ_{20-19}	+0,03	+0 ,29
20				−1	1		$-\Sigma$	−0,83	−0 ,28
21				1			δ_{12-20}	+0,80	−0 ,01
22						−1	δ_{23-22}	+0,83	+0 ,57
23					−1	1	$-\Sigma$	−2,66	−0 ,42
24					1		δ_{24-23}	+1,83	−0 ,15
	+0,1	+4,1	−1,7	0,0	+0,3	+1,5		−4,1	



La compensarea figurii 36.

4. *Calculul termenului liber al ecuației de condiție de pol*

Notarea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	δ1″
11—10		
14—13		
17—16		
20—19		
8—7		
Σ_1		
7—6		
10—9		
13—12		
16—15		
19—18		
Σ_2	$w_u = \Sigma_1 - \Sigma_2$	

6. *Rezolvarea ecuațiilor normale*

u	w	Coeficienții constanți —q				
		—0,227	—0,091	—0,046	—0,046	—0,091
		—0,091	—0,227	—0,091	—0,046	—0,046
		—0,046	—0,091	—0,227	—0,091	—0,046
		—0,046	—0,046	—0,091	—0,227	—0,091
		—0,091	—0,046	—0,046	—0,091	—0,227

Scanned with OKEN Scanner

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcției	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*u*	Corecțiile *v*
1	—1				1		
2	1	—1					
3		1	—1				
4			1	—1			
5				1	—1		
6	—1					δ_{7-6}	
7	1				—1	$-\Sigma$	
8					1	δ_{8-7}	
9		—1				δ_{10-9}	
10	—1	1				$-\Sigma$	
11	1					δ_{11-10}	
12			—1			δ_{13-12}	
13		—1	1			$-\Sigma$	
14		1				δ_{14-13}	
15				—1		δ_{16-15}	
16			—1	1		$-\Sigma$	
17			1			δ_{17-16}	
18					—1	δ_{19-18}	
19				—1	1	$-\Sigma$	
20				1		δ_{20-19}	

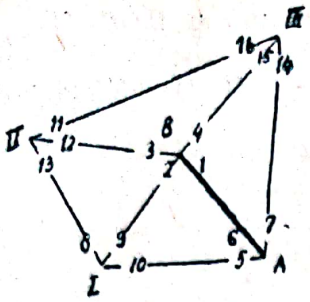
Scanned with OKEN Scanner

La compensarea figurii 37.

4. *Calculul termenului liber al condiției de pol*

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	$\delta 1''$
6—7		
16—15		
13—12		
10—9		
Σ_1		
6—5		
9—8		
12—11		
15—14		
Σ_2		

$$w_u = \Sigma_1 - \Sigma_2$$



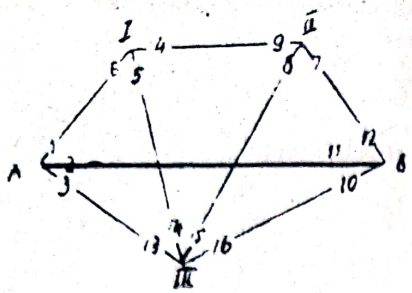
6. *Calculul ecuațiilor normale*

u	w	Coeficienții constanți $-q$
		$-0{,}233 - 0{,}100 - 0{,}067 - 0{,}100$
		$-0{,}100 - 0{,}233 - 0{,}100 - 0{,}067$
		$-0{,}067 - 0{,}100 - 0{,}233 - 0{,}100$
		$-0{,}100 - 0{,}067 - 0{,}100 - 0{,}233$

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcției	a	b	c	d	u	Corecțiile v
1	—1			1		
2	1	—1				
3		1	—1			
4			1	—1		
5	—1				δ_{6-5}	
6	1			—1	$-\Sigma$	
7				1	δ_{7-6}	
8		—1			δ_{9-8}	
9	—1	1			$-\Sigma$	
10	1				δ_{10-9}	
11			—1		δ_{12-11}	
12		—1	1		$-\Sigma$	
13		1			δ_{13-12}	
14				—1	δ_{15-14}	
15			—1	1	$-\Sigma$	
16			1		δ_{16-15}	

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 25. **Compensarea figurii 38.** (legătura)
Punctele ce se determină I, II, III ordinul 4

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	3	6 112 772,15	5 564 427,26	89°12′35″,6	8 052,14
B	3	6 112 883,19	5 572 478,64		

2. *Tabelul direcțiilor*

Nr. direcțiilor	Direcțiile măsurate (plane, reduse la centru)	Corecțiile reduse la zero	Direcțiile definitive
1	0°00″00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	51 55 25 ,6	+1 ,3	51 55 26 ,9
3	68 27 26 ,0	—0 ,9	68 27 25 ,1
4	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
5	66 30 47 ,6	+0 ,8	66 30 48 ,4
6	125 10 14 ,1	+0 ,2	125 10 14 ,3
7	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
8	45 38 51 ,1	+0 ,5	45 38 51 ,6
9	108 25 52 ,9	+0 ,4	108 25 53 ,3
10	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
11	20 39 49 ,8	+1 ,0	20 39 50 ,8
12	95 08 15 ,7	+0 ,6	95 08 16 ,3
13	0 00 00 0,0	0 ,0	0 00 00 ,0
14	52 53 09 ,4	—0 ,4	52 53 09 ,0
15	103 35 18 ,9	0	103 35 18 ,9
16	142 48 11 ,4	—0 ,4	142 48 11 ,0

Scanned with OKEN Scanner

3. *Formarea şi rezolvarea triunghiurilor*

Denumirea unghiurilor	Unghiurile	Corecţiile	Unghiurilor definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
3—1	68°27′26″,0	—0″,9	68°27′25″,1	0,930 142	5 118,80
6—5	58 39 26 ,5	—0 ,6	58 39 25 ,9	0,854 071	4 700,16
14—13	52 53 09 ,4	—0 ,4	52 53 09 ,0	0,797 435	4 388,48
	180 00 01 ,9	—1 ,9	180 00 00 ,0		
	$w_a = +1$,9				
5—4	66 30 47 ,6	+0 ,8	66 30 48 ,4	0,917 154	5 279,21
9—8	62 47 01 ,8	—0 ,1	62 47 01 ,7	0,889 287	5 118,80
15—14	50 42 09 ,5	+0 ,4	50 42 09 ,9	0,773 871	4 454,46
	179 59 58 ,9	+1 ,1	180 00 00 ,0		
	$w_b = -1$,1				
8—7	45 38 51 ,1	+0 ,5	45 38 51 ,6	0,715 054	3 790,15
12—10	95 08 15 ,7	+0 ,6	95 08 16 ,3	0,995 984	5 279,21
16—15	39 12 52 ,5	—0 ,4	39 12 52 ,1	0,632 225	3 351,11
	179 59 59 ,3	+0 ,7	180 00 00 ,0		
	$w_c = -0$,7				
3—2	16 32 00 ,4	—2 ,2	16 31 58 ,2	0,284 565	3 790,15
11—10	20 39 49 ,8	+1 ,0	20 39 50 ,8	0,352 889	4 700,16
16—13	142 48 11 ,4	—0 ,4	142 48 11 ,0	0,604 556	8 052,14
	180 00 01 ,6	—1 ,6	180 00 00 ,0		
	$w_d = +1$,6				

4. *Calculul termenului liber ai ecuaţiilor de condiţie de pol*

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	$\delta 1''$
6—5	9 931 4945	+12,9
9—8	9 949 0421	+10,8
12—10	9 998 2516	— 1,9
3—2	9 454 1967	+70,9
Σ_1	9 332 9849	
3—1	9 968 5500	+ 8,4
5—4	9 962 4413	+ 9,1
8—7	9 854 3382	+20,5
11—10	9 547 6323	+55,8
Σ_2	9 332 9618	

$$w_u = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +231$$

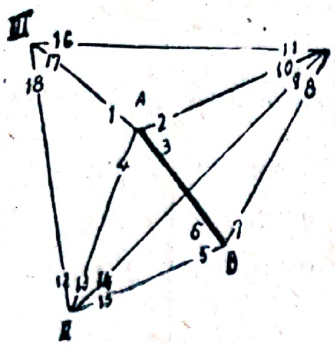
Scanned with OKEN Scanner

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcțiilor	a +0,03	b +0,23	c +0,04	d −0,25	u	−0,13	Corecțiile v
1	−1				δ_{3-1}	+0,84	−0″,14
2				−1	$-\delta_{3-2}$	−7,09	+1 ,17
3	1			1	$-\Sigma$	+6,25	−1 ,03
4		−1			δ_{5-4}	+0,91	−0 ,35
5	−1	1			$-\Sigma$	−2,20	+0 ,49
6	1				δ_{6-5}	+1,29	−0 ,14
7			−1		δ_{8-7}	+2,05	−0 ,31
8		−1	1		$-\Sigma$	−3,13	+0 ,22
9		1			δ_{9-8}	+1,08	+0 ,09
10			−1	−1	$-\Sigma$	+5,77	−0 ,54
11				1	δ_{11-10}	−5,58	+0 ,48
12			1		δ_{12-10}	−0,19	+0 ,06
13	−1			−1			+0 ,22
14	1	−1					−0 ,20
15		1	−1				+0 ,19
16			1	1			−0 ,21
	+1,9	−1,1	−0,7	+1,6		+23,1	

6. *Rezolvarea ecuațiilor normale*

u −0,128	w	Coeficienții constanți $-q$			
+ 8,90	+1,90	−0,233	−0,100	−0,067	+0,100
− 1,238	−0,126				
+ 1,10	−1,10	−0,100	−0,233	−0,100	+0,067
+ 0,101	+0,243				
−11,14	−0,70	−0,067	−0,100	−0,233	+0,100
+ 2,088	+0,306				
+ 1,99	+1,60	+0,100	+0,067	+0,100	−0,233
− 0,614	−0,326				
		$[kw] = -3,61$			
+117,00	+23,10	$[\rho^w w] = -3,58$			
+141,61	+18,19	$[vv] = +3,67$			



Exemplul 26. **Compensarea figurii 39.** (sistemul bazei)

Punctele ce se determină I, II, III ordinul 3

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Latura
		x	y		
A	2	6 510 200,10	9 420 030,20	150°20′30″,0	2 294,35
B	2	6 508 206,33	9 421 165,51		

2. *Tabelul direcțiilor*

Direcțiile	Direcțiile în plan, reduse la centru reperelor	Corecțiile reduse la origină	Direcțiile definitive
1	0°00′00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	102 12 01 ,7	+0 ,2	120 12 01 ,9
3	194 59 33 ,8	—0 ,3	194 59 33 ,5
4	255 42 42 ,3	—0 ,6	255 42 41 ,7
5	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
6	84 36 35 ,6	+0 ,1	84 36 35 ,7
7	142 21 55 ,7	—0 ,2	142 21 55 ,5
8	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
9	16 05 28 ,8	0 ,0	16 05 28 ,8
10	29 27 09 ,0	—0 ,4	29 27 08 ,6
11	69 45 14 ,6	—0 ,5	65 45 14 ,1
12	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
13	34 58 12 ,1	+0 ,6	34 58 12 ,7
14	48 05 53 ,7	—0 ,6	48 05 53 ,1
15	69 38 28 ,8	0, 0	69 38 28 ,8
16	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
17	41 29 52 ,9	—0 ,3	41 29 52 ,6
18	82 14 21 ,8	—0 ,2	82 14 21 ,6

Scanned with OKEN Scanner

Denumirea unghiurilor	Unghiurile	Corecţiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
3—2	92°47′32″,1	—0″,5	92′47′31″,6	0,998 813	4 660,62
7—6	57 45 20 ,1	—0 ,3	57 45 19 ,8	0,845 779	3 915,51
10—8	29 27 09 ,0	—0 ,4	29 27 08 ,6	0,491 700	2 294,35
	180 00 01 ,2	—1 ,2	180 00 00 ,0		
	w_b=+1 ,2				
4— 3	60 43 08 ,5	—0 ,3	60 43 08 ,2	0,872 231	3 517,87
6— 5	84 36 35 ,6	+0 ,1	84 36 35 ,7	0,995 578	4 015,35
15—13	34 40 16 ,7	—0 ,6	34 40 16 ,1	0,568 865	2 294,34
	180 00 00 ,8	—0 ,8	180 00 00 ,0		
	w_c=+0 ,8				
7—5	142 21 55 ,7	—0 ,2	142 21 55 ,5	0,610 623	7 750,14
9—8	16 05 28 ,8	0	16 05 28 ,8	0,277 169	3 517,87
15—14	21 32 35 ,1	+0 ,6	21 32 35 ,7	0,367 204	4 660,62
	179 59 59 ,6	+0 ,4	180 00 00 ,0		
	w_d=—0 ,4				
2—1	102 12 01 ,7	+0 ,2	102 12 01 ,9	0,977 414	5 821,67
11—10	36 18 05 ,6	—0 ,1	36 18 05 ,5	0,592 034	3 526,27
17—16	41 29 52 ,9	—0 ,3	41 29 52 ,6	0,662 594	3 946,54
	180 00 00 ,2	—0 ,2	180 00 00 ,0		
	w_e=+0 ,2				
4—2	153 30 40 ,6	—0 ,8	153 30 39 ,8	0,446 025	7 750,14
10—9	13 21 40 ,2	—0 ,4	13 21 39 ,8	0,231 087	4 015,37
14—13	13 07 41 ,6	—1 ,2	13 07 40 ,4	0,227 125	3 946,53
	180—00 02 ,4	—2 ,4	180 00 00 ,0		
	w=+2 ,4				
1— 4	104 17 17 ,7	+0 ,6	104 17 18 ,3	0,969 066	5 962,10
13—12	34 58 12 ,1	+0 ,6	34 58 12 ,7	0,573 151	3 526,27
18—17	40 44 28 ,9	+0 ,1	40 44 29 ,0	0,652 646	4 015,35
	179 59 58 ,7	+1 ,3	180 00 00 ,0		
	w_a=—1 ,3				

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 5

Ecuațiile de condiție

Nr. direcției	a −0,03	b −0,58	c −0,44	d +0,41	e −0,21	t +0,01		u −0,01		i—coeficienții funcției de greutate	$s=t+u+f$	v
1	+1				−1					−0,54	−0,54	+0″,19
2		−1			+1						0	+0 ,37
3		+1	−1								0	−0 ,14
4	−1		+1							+0,54	+0,54	−0 ,42
5			−1	−1		δ_{6-5}	+0,19			−0,21	−0,02	+0,04
6		−1	+1			$-\Sigma$	−1,52			+0,21	−1,31	+0,12
7		+1		+1		δ_{7-6}	+1,33				+1,33	−0,16
8		−1		−1		δ_{10-8}	+3,73				+3,73	+0,22
9				+1		$-\delta_{10-9}$	−8,87	δ_{10-9}	+ 8,87		0	+0,21
10		+1			−1	$-\Sigma$	+5,14	$-\Sigma$	−11,73		−6,59	−0,19
11					+1			δ_{11-10}	+2,86		+2,86	−0,24
12	−1							δ_{13-12}	+ 3,01		+3,01	0
13	+1		−1			$-\Sigma$	+5,98	$-\Sigma$	−12,04	+3,04	−3,02	+0,60
14				−1		$-\delta_{14-13}$	−9,03	δ_{14-13}	+ 9,03		0	−0,60
15			+1	+1		δ_{15-13}	+3,05			−3,04	+0,01	0
16					−1			δ_{17-16}	+2,38		+2,38	+0,19
17	−1				+1			$-\Sigma$	−4,82	+2,45	−2,37	−0,14
18	+1							δ_{18-17}	+2,44	−2,45	−0,01	−0,05
	−1,3	−1,2	+0,8	−0,4	+0,2	6,7		+8, 5				

t +0,0113	u −0,0107	f	w	s	Coeficienții constanți $-q$				
+5, 98	− 7,79	− 2,94	−1,30	−6,05	−0,267	−0,133	−0,167	+0,100	−0,133
−0,642	+ 0,633	+ 0,984	−0,013	+0,962					
+4, 26	−11,73	− 0,21	+1,20	−6,48	−0,133	−0,367	−0,233	+0,200	−0,167
−0,296	+ 1,267	+ 0,599	−0,567	+1,003					
−4, 64	+12,04	− 5,12	+0,80	+3,08	−0,167	−0,233	−0,367	+0,200	−0,133
+0,529	− 1,397	+ 1,452	−0,463	+0,112					
+0, 62	− 0,16	− 2,83	−0,40	−2,77	+0,100	+0,200	+0,200	−0,300	+0,100
−0,178	+ 0,070	− 0,212	+0,410	+0,090					
−5, 14	+ 7,39	+ 2,99	+0,20	+5,44	−0,133	−0,167	−0,133	+0,100	−0,267
+0,544	− 0,598	+ 0,029	−0,227	−0,252					
+249,73	−292,51	+ 8,55	−6,70	−40,93					
+239,31	−273,73	+ 9,97	−5,62	−30,07	−0,013476	−0,008128			[kw] =−1,39
		+ 0,2830	+0,0113	−0,7056			d=33675,6		[ρ^w w]=−1,38
	+494,86	−54,39	+8,50	+156,46					[vv] =+1,38
	+453,82	−51,35	+7,93	+136,67	−0,008128	−0,007106			
		+ 0,2839	−0,0107	−0,7268					
		+31,16	0	−14,68					
		+ 9,64	+1,35	−11,00					

Eroarea medie pătratică a direcției $m = \pm\sqrt{\frac{1,38}{7}} = +0'',44$;

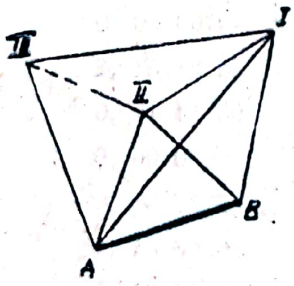
Eroarea logaritmului laturii în unități de ordinul 6 zecimal $II—III$, $m_{lgs} = \pm 0,44\sqrt{9,64} = \pm 1,4$

Eroarea relativă $\frac{\Delta s}{s} = \frac{m_{lgs}}{s} = \frac{1,4}{0,43.10^6} = \frac{1}{330000}$

Scanned with OKEN Scanner

4. Calculul termenilor liberi ai ecuațiilor de condiție de pol

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	δ1″
7—6	9 927 2573	+13,3
15—13	9 755 0113	+30,5
10—9	9 363 7784	+88,7
Σ_1	9 046 0470	
10—8	9 691 7018	+37,3
6—5	9 998 0754	+ 1,9
14—13	9 356 2765	+90,3
Σ_2	9 046 0537	
	$w_t=\Sigma_1-\Sigma_2=-67$	
18—17	9 814 6774	+24,4
11—10	9 772 3474	+28,6
14—13	9 356 2765	+90,3
Σ_3	9 943 3013	
13—12	9 758 2667	+30,1
17—16	9 821 2477	+23,8
10—9	9 363 7784	+88,7
Σ_4	8 943 2928	
	$w_u=\Sigma_3-\Sigma_4=+85$	



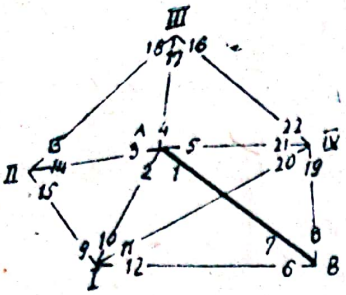
La compensarea figurii 40.

4. *Calculul termenilor liberi ai ecuațiilor de condiție de pol*

Polul C			Polul III		
Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor		Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	
3—2			2—4		
10—8			11—10		
16—15			17—16		
Σ_1			Σ_3		
3— 1			1— 4		
9— 8			11— 9		
15—14			14—17		
Σ_2	$w_t=\Sigma_1-\Sigma_2$		Σ_4	$w_u=\Sigma_3-\Sigma_4$	

Tabelul ecuațiilor de condiție și rezolvarea ecuațiilor normale pentru exemplul dat se găsesc la tabelul 20 și 21.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 27. **Compensarea figurii 41.**

Punctele ce se determină I—IV . . . . ordinul 4

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	3	6 110 793,15	5 570 425,12	143°12′10″,3	3 601,10
B	3	6 107 909,53	5 572 582 12		

2. Tabelul cu direcții

Nr. direcțiilor	Direcțiile măsurate (plane, reduse la centru)	Corecțiile reduse la origină	Direcțiile definitive
1	0°00′00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	69 15 37 ,4	+0 ,9	69 15 38 ,3
3	116 21 05 ,9	+0 ,2	116 21 06 ,1
4	236 43 50 ,2	+0 ,3	236 43 50 ,5
5	312 22 48 ,9	—0 ,3	312 22 48 ,6
6	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
7	55 28 51 ,8	—0 ,6	55 28 51 ,2
8	95 14 16 ,0	+1 ,0	95 14 17 ,0
9	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
10	62 37 32 ,9	—1 ,9	62 37 31 ,0
11	86 28 04 ,7	—3 ,3	86 28 01 ,4
12	117 53 02 ,1	—0 ,6	117 53 01 ,5
13	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
14	22 19 50 ,3	—2 ,3	22 19 48 ,0
15	92 36 52 ,3	—3 ,0	92 36 49 ,3
16	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
17	54 59 21 ,1	—2 ,1	54 59 19 ,0
18	92 16 49 ,0	—2 ,5	92 16 46 ,5
19	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
20	53 20 42 ,0	+1 ,0	53 20 43 ,0
21	92 37 21 ,8	+1 ,0	92 37 22 ,8
22	141 59 06 ,8	—1 ,0	141 59 05 ,8

Scanned with OKEN Scanner

Denumirea unghiurilor	Unghiul	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
2—1	69°15′37″,4	+0″,9	69°15′38″,3	0,935 201	4 098,36
7—6	55 28 51 ,8	—0 ,6	55 28 51 ,2	0,823 937	3 610,77
12—10	55 15 29 ,2	+1 ,4	55 15 30 ,5	0,821 731	3 601,10
	179 59 58 ,4 $w_a = -1,6$	+1 ,6	180 00 00 ,0		
3—2	47 05 28 ,5	—0, 8	47 05 27 ,7	0,732 436	2 809,36
10—9	62 37 32 ,9	—1 ,9	62 37 31 ,0	0,888 018	3 406,12
15—14	70 17 02 ,0	—0 ,7	70 17 01 ,3	0,941 374	3 610,77
	180 00 03 ,4 $w_b = +3,4$	—3 ,4	180 00 00 ,0		
4—3	120 22 44 ,3	+0 ,2	120 22 44 ,5	0,862 699	4 850,03
14—13	22 19 50 ,3	—2 ,3	22 19 48 ,0	0,379 941	2 136,00
18—17	37 17 27 ,9	—0 ,4	31 17 27 ,5	0,605 863	3 406,12
	180 00 02 ,5 $w_c = +2,5$	—2 ,5	180 00 00 ,0		
5—4	75 38 58 ,7	—0 ,7	75 38 58 ,0	0,968 798	2 726,99
17—16	54 59 21 ,1	—2 ,1	54 59 19 ,0	0,819 038	2 305,44
22—21	49 21 45 ,0	—2 ,0	49 21 43 ,0	0,758 839	2 135,99
	180 00 04 ,8 $w_d = +4,8$	—4 ,8	180 00 00 ,0		
1—5	47 37 11 ,1	+0 ,3	47 37 11 ,4	0,738 689	2 662,88
8—7	39 45 24 ,2	+1 ,6	39 45 25 ,8	0,639 535	2 305,44
21—19	92 37 21 ,8	+1 ,0	92 37 22 ,8	0,998 952	2 601,10
	179 59 57 ,1 $w_e = -2,9$	+2 ,9	180 00 00 ,0		
8—6	95 14 16 ,0	+1 ,0	95 14 17 ,0	0,995 824	5 087,26
12—11	31 24 57 ,4	+2 ,7	31 25 00 ,1	0,521 258	2 662,90
20—19	53 20 42 ,0	+0 ,9	53 20 42 ,9	0,802 247	4 098,36
	179 59 55 ,4 $w_g = -4,6$	+4 ,6	180 00 00 ,0		
2—5	116 52 48 ,5	+1 ,2	116 52 49 ,7	0,891 952	5 087,24
11—10	23 50 31 ,8	—1 ,4	23 50 30 ,4	0,404 213	2 305,43
21—20	39 16 39 ,8	+0 ,1	39 16 39 ,9	0,633 081	3 610,77
	180 00 00 ,1 $w = +0,1$	—0 ,1	180 00 00 0,0		

Scanned with OKEN Scanner

4. Calculul termenilor liberi ai ecuațiilor de condiție de pol

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	δ_1''
8—7	9 805 8604	+25,4
12—10	9 914 7279	+14,6
21—20	9 801 4539	+25,8
Σ_1	9 522 0422	
7—6	9 915 8950	+14,5
11—10	9 606 6163	+47,7
21—19	9 999 5448	— 1,0
Σ_2	9 522 0561	
	$W_t = \Sigma_1 - \Sigma_2 = -139$	
11—10	9 606 6163	+47,7
15—14	9 973 7630	+ 7,5
18—17	9 782 3756	+27,7
22—21	9 880 1532	+18,0
Σ_3	9 242 9081	
10—9	9 948 4240	+10,9
14—13	9 579 7274	+51,3
17—16	9 913 3071	+14,8
21—20	9 801 4539	+25,8
Σ_4	9 242 9124	

$$W_n = \Sigma_3 - \Sigma_4 = -43$$

5. *Ecuațiile de condiție*

Nr. direcțiilor	−0,63 *a*	−1,33 *b*	−1,27 *c*	−1,41 *d*	−0,88 *e*	+1,11 *g*	*t*	*t* +0,25	*u*	*u* +0,10	*v*	$s = t + u$
1	−1				1						−0,25	0
2	1	−1									+0,70	0
3		1	−1								−0,06	0
4			1	−1							+0,14	0
5				1	−1						−0,53	0
6	−1					−1	δ_{7-6}	+1,45			−0,12	+1,45
7	1				−1		$-\Sigma$	−3,99			−0,75	−3,99
8					1	1	δ_{8-7}	+2,54			+0,87	+2,54
9		−1							δ_{10-9}	+1,09	+1,44	+1,09
10	−1	1					$-\Sigma$	+3,31	$-\Sigma$	−5,86	−0,47	−2,55
11						−1	$-\delta_{11-10}$	−4,77	δ_{11-10}	+4,77	−1,82	0
12	1					1	δ_{12-10}	+1,46			+0,85	+1,46
13			−1						δ_{14-13}	+5,13	+1,78	+5,13
14		−1	1						$-\Sigma$	−5,88	−0,53	−5,88
15		1							δ_{15-14}	+0,75	−1,25	+0,75
16				−1					δ_{17-16}	+1,48	+1,56	+1,48
17			−1	1					$-\Sigma$	−4,25	−0,56	−4,25
18			1						δ_{18-17}	+2,77	−1,00	+2,77
19					−1	−1	δ_{21-19}	−0,10			−0,25	−0,10
20						1	$-\delta_{21-20}$	−2,58	δ_{21-20}	+2,58	+0,72	0
21				−1	1		$-\Sigma$	+2,68	$-\Sigma$	−4,38	+0,76	−1,70
22				1					δ_{22-21}	+1,80	−1,23	+1,80
	−1,6	+3,4	+2,5	+4,8	−2,9	−4,6		−13,9		−4,3		

Scanned with OKEN Scanner

t +0,251	u +0,095	w	s	Coeficienții transformați $-q$					
— 7,29	+ 5,86	— 1,60	— 3,03	—0,344	—0,141	—0,079	—0,096	—0,208	+0,184
+1,252	— 1,191	— 0,830	— 0,769						
+ 3,31	— 0,32	+ 3,40	+ 6,39	—0,141	—0,249	—0,105	—0,067	—0,096	+0,079
—0,128	— 0,110	— 1,290	— 1,529						
0	— 3 ,99	+ 2,50	— 1,49	—0,079	—0,105	—0,237	—0,105	—0,079	+0,053
+ 0,031	+ 0,699	— 1,342	— 0,612						
— 2,68	+ 0,45	+ 4,80	+ 2,57	—0,096	—0,067	—0,105	—0,249	—0,141	+0,079
+ 0,215	+ 0,210	— 1,486	— 1,061						
+ 9,31	— 4,38	— 2,90	+ 2,03	—0,208	—0,096	—0,079	—0,141	—0,344	+0,184
— 0,736	+ 0,167	— 0,717	— 1,285						
+ 4,84	— 2,19	— 4,60	— 1,95	+0,184	+0,079	+0,053	+0,079	+0,184	—0,290
— 0,982	+ 0,706	+ 1,286	+ 1,010						
+74,16	— 60,54	—13,90	— 0,28						
+52,43	— 47,81	— 8,58	— 3,96	—0,02593	—0,00752				
	+176,74	— 4,30	+111,90			$D=6355,7$			
	+164,82		+113,27	—0,00752	—0,00825				

$[Kw]=-19,89$

$[p^w w]=-19,89$

$[vv]=+19,94$

§ 18. METODA DE COMPENSARE PE GRUPE, IN TREPTE (ESCALATORIALĂ) *

Transformăm algoritmii de forma (IV.3) substituind în egalităţile următoare valorile celor precedente şi scoatem în afara parantezei coeficienţii ρ.

Atunci:

$$\left.\begin{array}{l|l} [Bb] = [bb]\ \rho_a^b\ [ab] & [Cc] = [cc] + (\rho_a^c + \rho_a^b\ \rho_B^c)\ [ac] + \rho_B^c\ [bc] \\ [Bc] = [bc]\ \rho_a^b\ [ac] & [Cd] = [cd] + (\rho_a^c + \rho_a^b\ \rho_B^c)\ [ad] + \rho_B^c\ [bd] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ [Dd] = [dd] + \{\rho_a^d + \rho_B^d\ \rho_a^b + \rho_c^d\ (\rho_a^c + \rho_B^c\ \rho_a^b)\}\ [ad] + & \\ + (\rho_B^d + \rho_B^c\ \rho_c^d)\ [bd] + \rho_c^d\ [cd]. & \end{array}\right\}$$

Notăm:

$$\left.\begin{array}{l|l} \sigma_a^b = \rho_a^b & \\ \sigma_a^c = \rho_a^c + \rho_B^c\ \sigma_a^b & \sigma_b^c = \rho_B^c \\ \sigma_a^d = \rho_a^d + \rho_B^d\ \sigma_a^b + \rho_c^d\ \sigma_a^c & \sigma_b = \rho_B^d + \rho_c^d\ \sigma_b^c \\ \sigma_a^\omega = \rho_a^\omega + \rho_B^\omega\ \sigma_a^b + \rho_C^\omega\ \sigma_a^c + & \sigma_b^\omega = \rho_B^\omega + \rho_C^\omega\ \sigma_b^c + \rho_D^\omega\ \sigma_b^d \\ + \rho_D^\omega\ \sigma_a^d & \\ \sigma_a^s = \rho_a^s + \rho_B^s\ \sigma_a^b + \rho_C^s\ \sigma_a^c + & \sigma_b^s = \rho_B^s + \rho_C^s\ \sigma_b^c + \rho_D^s\ \sigma_b^d. \\ + \rho_D^s\ \sigma_a^d & \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{lll} \sigma_c^d = \rho_C^d & & \\ \sigma_c^\omega = \rho_C^\omega + \rho_D^\omega\ \sigma_c^d & \sigma_d^\omega = \rho_D^\omega & \text{(IV.28)} \\ \sigma_c^s = \rho_C^s + \rho_D^s\ \sigma_c^d & \sigma_d^s = \rho_D^s. & \end{array}$$

Formulele (IV.28) se numesc formule de recurenţă [77]. Ele se obţin foarte simplu datorită notării coeficienţilor ecuaţiilor eliminatoare cu ρ.

Folosind σ în (IV.3) găsim algoritmi

$$\left.\begin{array}{l|l} [Bb] = [bb] + \sigma_a^b\ [ab] & \\ [Bc] = [bc] + \sigma_a^b\ [ac] & [Cc] = [cc] + \sigma_a^c\ [ac] + \sigma_b^c\ [bc] \\ [Bd] = [bd] + \sigma_a^b\ [ad] & [Cd] = [cd] + \sigma_a^c\ [ad] + \sigma_b^c\ [bd] \\ \omega_B = \omega_b + \sigma_a^b\ \omega_a & \omega_C = \omega_c + \sigma_a^c\ \omega_a + \sigma_b^c\ \omega_b \\ S_B = s_b + \sigma_a^b\ s_a & S_c = s_c + \sigma_a^c\ s_a + \sigma_b^c\ s_b \end{array}\right\} \quad \text{(IV.29)}$$

* Metoda (şi terminologia) conform cu rezolvarea ecuaţiilor normale vezi [77], § 16.

$$\left.\begin{aligned} [Dd] &= [dd] + \sigma_a^d\,[ad] + \sigma_b^d\,[bd] + \sigma_c^d\,[cd] \\ \omega_D &= \omega_d + \sigma_a^d\,\omega_a + \sigma_b^d\,\omega_b + \sigma_c^d\,\omega_c \\ S_D &= s_d + \sigma_a^d\,s_a + \sigma_b^d\,s_b + \sigma_c^d\,s_c\,. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.29)}$$

Ecuațiile eliminatorii ale metodei în trepte au forma:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \sigma_a^\omega \\ x_2 &= \sigma_b^\omega \\ x_3 &= \sigma_c^\omega \\ x_4 &= \sigma_d^\omega \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(IV.30)}$$

Luînd diferența $\sigma^\omega - \sigma^s$, făcînd schimbările lui σ prin ρ și ținînd seama de controlul lui ρ pe linii, găsim:

$$\left.\begin{aligned} x_1 - 1 &= \sigma_a^s \\ x_2 - 1 &= \sigma_b^s \\ x_3 - 1 &= \sigma_c^s \\ x_4 - 1 &= \sigma_d^s\,. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.31)}$$

Aceste egalități servesc drept control definitiv al calculelor. Acum scriem toți algoritmii pentru ecuațiile inițiale transformate, cîte una:

$$\left.\begin{aligned} B_i &= b_i + \rho_a^b\,a_i \\ \omega_B &= \omega_b + \rho_a^b\,\omega_a \\ C_i &= c_i + \rho_a^c\,a_i + \rho_B^c\,B_i \\ \omega_c &= \omega_c + \rho_a^c\,\omega_a + \rho_B^c\,\omega_b \\ D_i &= d_i + \rho_a^d\,a_i + \rho_B^d\,B_i + \rho_c^d\,C_i \\ \omega_D &= \omega_d + \rho_a^d\,\omega_a + \rho_B^d\,\omega_b + \rho_c^d\,\omega_c \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.32)}$$

Pe aceștia îi transformăm introducînd în următoarele egalități coeficienții precedenți și scoatem în afara parantezei coeficienții ρ pe care îi înlocuim prin σ.

Scanned with OKEN Scanner

Atunci :

Tabelul 22

Schema de rezolvare în trepte a ecuațiilor normale

	a	b	c	d	l	s	Controlul
a	$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$[ad]$	$[al]$	$[as]$	Σ_a
	$-(1:[aa])$	σ_a^b	σ_a^c	σ_a^d	x_1	σ_a^s	x_1-1
b	ρ_a^b	$[bb]$	$[bc]$	$[bd]$	$[bl]$	$[bs]$	Σ_b
		$-(1:[Bb])$	σ_b^c	σ_b^d	x_2	σ_b^s	x_2-1
c	ρ_a^c	ρ_B^d	$[cc]$	$[cd]$	$[cl]$	$[cs]$	Σ_c
			$-(1:[Cc])$	σ_c^d	x_3	σ_c^s	x_3-1
d	ρ_a^d	ρ_B^d	ρ_C^d	$[dd]$	$[dl]$	$[ds]$	Σ_d
				$-(1:[Dd])$	x_4	σ_d^s	x_4-1
l	ρ_a^l	ρ_B^l	ρ_C^l	x_4			
s	ρ_a^s	ρ_B^s	ρ_C^s	ρ_D^s			
Q_{1i}	σ_{11}	σ_{12}	σ_{13}	$\sigma_{14}=Q_{14}$	Q_{13}	Q_{12}	Q_{11}
Q_{2i}		σ_{22}	σ_{23}	$\sigma_{24}=Q_{24}$	Q_{23}	Q_{22}	
Q_{3i}			σ_{33}	$\sigma_{34}=Q_{34}$	Q_{33}		
Q_{4i}				$\sigma_{44}=Q_{44}$			

$$\left.\begin{aligned}
B_i &= b_i + \sigma_a^b\, a_i \\
\omega_B &= \omega_b + \sigma_a^b\, \omega_a \\
C_i &= c_i + \sigma_a^c\, a_i + \sigma_b^c\, b_i \\
\omega_C &= \omega_c + \sigma_a^c\, \omega_a + \sigma_b^c\, \omega_b \\
D_i &= d_i + \sigma_a^d\, a_i + \sigma_b^d\, b_i + \sigma_c^d C_i \\
\omega_D &= \omega_d + \sigma_a^d\, \omega_a + \sigma_b^d\, \omega_b + \sigma_c^d\, \omega_c .
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV.33)}$$

Linia coeficienților ρ din schema Gauss, în producție se numește linia roșie ([10]), pag. 250). Linia coeficienților σ analog o numim linia albastră.

După cum se vede din (IV.28), coeficienții σ, ai liniilor albastre se obțin prin transformarea coeficienților liniilor roșii.

Algoritmii (IV.29) și (IV.33) arată că coeficienții transformați ai ecuațiilor normale și ai celor inițiale corespunzătoare se obțin prin înmulțirea coeficienților lor inițiali cu coeficienții liniilor albastre.

Folosind (IV. 29) și (IV. 33), se pot construi diferite scheme de calcul pentru rezolvarea ecuațiilor normale și inițiale. Mai jos se dă prin notații literale schema de rezolvare a ecuațiilor normale și de pondere prin metoda de rezolvare în trepte (tabelul 22), în care este păstrată structura generală a schemei Gauss.

În tabela 22, coeficienții de pondere se determină după formulele:

$$
\left.\begin{aligned}
&Q_{11} = \sigma_{11} + \sigma_{12}\,\sigma_a^b + \sigma_{13}\,\sigma_a^c + \sigma_{14}\,\sigma_a^d && Q_{22} = \sigma_{22} + \sigma_{23}\,\sigma_b^c + \sigma_{24}\,\sigma_b^d\\
&Q_{12} = \sigma_{12} + \sigma_{13}\,\sigma_b^c + \sigma_{14}\,\sigma_b^d && Q_{23} = \sigma_{23} + \sigma_{24}\,\sigma_c^d\\
&Q_{13} = \sigma_{13} + \sigma_{14}\,\sigma_c^d && Q_{24} = \sigma_{24}\\
&Q_{14} = \sigma_{14} && \\
&Q_{33} = \sigma_{33} + \sigma_{34}\,\sigma_c^d && \\
&Q_{34} = \sigma_{34} && Q_{44} = \sigma_{44}
\end{aligned}\right\} \quad \text{(IV.34)}
$$

unde

$$
\begin{aligned}
&\sigma_{11} = \frac{1}{[aa]} && \sigma_{12} = \frac{\sigma\, ab}{[Bb]} && \sigma_{13} = \frac{\sigma ac}{[Cc]} && \sigma_{14} = \frac{\sigma a^d}{[Dd]}\\
&&& \sigma_{22} = \frac{1}{[Bb]} && \sigma_{23} = \frac{\sigma bc}{[Cc]} && \sigma_{24} = \frac{\sigma b^d}{[Dd]}\\
&&&&& \sigma_{33} = \frac{1}{[Cc]} && \sigma_{34} = \frac{\sigma c^d}{[Dd]}\\
&&&&&&& \sigma_{44} = \frac{1}{[Dd]}
\end{aligned}
$$

Formula inversului funcției de pondere în cazul metodei de rezolvare în trepte are forma:

$$\frac{1}{P_F} = [Ff] = [ff] + \sigma_a^f\,[af] + \sigma_b^f\,[bf] + \sigma_c^f\,[cf] + \ldots \qquad \text{(IV.35)}$$

Cînd ecuațiile de erori servesc ca inițiale avem:

$$\frac{1}{P_F} = \sigma_1^f\, f_1 + \sigma_2^f\, f_2 + \ldots + \sigma_n^f\, f_n = [\sigma_f^f]\,. \qquad \text{(IV.36).}$$

În ecuațiile (IV. 36), mărimile σ^f se numesc coeficienți intermediari [89] pag. 204 și se determină prin coeficienții de pondere. Deci la determinarea lui σ^f se folosește procedeul de rezolvare în trepte și nu mai este necesar să se calculeze coeficienții de pondere.

Figura * desenată în tabela 22 este simplă și se rezolvă cu formulele (IV.28) — (IV.31). Mai amănunțit despre conținutul tabelului 22 nu se vorbește, deoarece pentru folosirea lui practică se vor folosi scheme de rezolvare a ecuațiilor inițiale.

---

* Termenul „figura" vezi [44] pag. 229, [77], pag, 144 și altele.

Scanned with OKEN Scanner

Amintim numai faptul că operaţiile de calcul în tabela 22 sînt mai voluminoase decît în schema Gauss, însă:

1) în tabelul 22 are loc controlul dublu după ρ^s şi după σ^s (după linia sumă ρ^s şi după coloana sumă σ^s), în timp ce în schema Gauss pentru control se cere un calcul special $[ks'] = -[w]$;

2) calculele dau un rezultat destul de sigur chiar şi în cazul cînd determinantul format din coeficienţii sistemului este mic ([77] pag. 115);

3) coeficienţii de pondere şi inversul funcţiei de pondere se determină mai simplu decît în schema Gauss.

Principalele scheme şi formule de lucru ale metodei de rezolvare în trepte sînt legate de folosirea logaritmilor (IV.33), conform cărora elementele transformate se determină prin elementele ecuaţiilor iniţiale.

Dacă în cazul rezolvării obişnuite pe două grupe pentru obţinerea oricărui coeficient transformat, de exemplu D_i, se cere să se folosească coeficienţii precedenţi transformaţi B_i C_i formulele (IV.32), atunci în cazul metodei de rezolvare în trepte mărimea D_i se determină prin b_i, c_i, lucru ce se referă atît la transformarea ecuaţiilor separat, cît şi în grupe, în orice combinaţii.

Examinăm rezolvarea ecuaţiilor de condiţie prin metoda în trepte pentru care este dată schema literală (tabela 23) şi exemplul numeric, tabelul (24). Datele pentru exemplul numeric sînt luate aceleaşi ca şi în tabelele 15 şi 20.

Ordinea calculelor

1) Se scriu ecuaţiile de condiţie şi se calculează coeficienţii ρ aşa cum s-a arătat în tabelul 15. Totuşi înscrierea lor nu se face pe coloane, ci pe linii. Aşa de exemplu, înmulţind coloana coeficienţilor „a" cu coloana „d" în tabela 24 obţinem:

$$\rho_a^d = [ad]\ (-1 : [aa]) = -0{,}333;$$

$$\rho_a^w = w_a\ \ (-1 : [aa]) = (-1{,}00)\ \ (-0{,}1667) = +0{,}167.$$

Controlînd linia „a" conform egalităţii $([\rho_a] - 1 = -2{,}422) = (\rho_a^{s+w} = -2{,}422)$, se trece la calculul σ^b (pentru linia b). În exemplul respectiv $\rho_a^b = \sigma_a^b = 0$.

2) Se calculează ρ pentru liniile b şi se controlează prin însumare:

$$([\rho_B] - 1 = -1{,}176) \approx (\rho_b^s + w = -1{,}175).$$

3) Se poate efectua un control suplimentar al lui σ.

Pentru aceasta ρ^c se introduce în coloana „c" şi se scrie rezultatul în linia de sus (pentru ρ^s):

$$\rho_s^c = +0{,}333 + 0 = +0{,}333.$$

Tabelul 23

Schema de rezolvare în trepte a ecuațiilor de condiție

Foaia B

σ^s \ ρ^s		ρ_s^b	ρ_s^c	ρ_s^d	ρ_s^w	ρ_s^{s+w}
	$-(1:[aa])$	ρ_a^b	ρ_a^c	ρ_a^d	ρ_a^w	ρ_a^{s+w}
σ_s^b	σ_a^b	$-(1:[Bb])$	ρ_B^c	ρ_B^d	ρ_B^w	ρ_B^{s+w}
σ_s^c	σ_a^c	σ_b^c	$-(1:[Cc])$	ρ_C^d	ρ_C^w	ρ_C^{s+w}
σ_s^d	σ_a^d	σ_b^d	σ_c^d	$-(1:[Dd])$	ρ_D^w	ρ_D^{s+w}
σ_s^k	k_1	k_2	k_3	k_4		
σ_s^s	σ_a^{s+w}	σ_b^{s+w}	σ_c^{s+w}	σ_d^{s+w}		

Foaia C

Foaia A

	a	b	c	d	v	s	B	C	D
1	a_1	b_1	c_1	d_1	v_1	s_1	B_1	C_1	D_1
2	a_2	b_2	c_2	d_2	v_2	s_2	B_2	C_2	D_2
3	a_3	b_3	c_3	d_3	v_3	s_3	B_3	C_3	D_3
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
n	a_n	b_n	c_n	d_n	v_n	s_n	B_n	C_n	D_n
	w_a	w_b	w_c	w_d			W_B	W_C	W_D

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 24

Exemplul de rezolvare in trepte a ecuațiilor de condiție — Foaia B

σ_s \ ρ_b		0	+0,333	−0,500	−0,900	+0,010	+0,637	−4,611
	(-0,1667)	0	+0,333	−0,333	−0,907	−0,682	+0,167	−2,422
a								
b	0	0	(−0,1667)	0	+0,333	−0,697	+0,040	+0,148	−1,175
c	+0,333	+0,333	0	(−0,1875)	−0,500	+0,847	+0,660	+0,188	+0,196
d	−0,667	−0,500	+0,333	−0,500	(−0,3000)	+1,657	−0,224	+0,207	+0,641
e	+0,077	−1,453	−0,145	+0,018	+1,657	(−0,003659)	+0,216	+0,008	−0,772
f	+0,396	−0,664	−0,066	+0,776	+0,134	+0,216	(−0,03772)	−0,081	−1,079
k	+0,530	+0,168	+0,221	+0,022	+0,209	−0,009	−0,081		
s	−5,460	−0,839	−0,778	−0,976	−0,783	−1,005	−1,079		

Foaia A

	a	b	c	d	e	f	v	s	Foaia C: C	D	E	F
1	−1				+2,59	−3,34	+0,08	−1,75	−0,333	+0,500	+4,043	−2,117
2		+1		−1	−7,29	+1,46	−0,04	−5,83	0	−0,667	−9,092	−0,315
3	+1			+1	+4,70		+0,33	+6,70	+0,333	+0,500	+4,904	+0,485
4		−1				+1,88	−0,37	+0,88	0	−0,333	−0,145	+1,946
5	−1			−1			−0,38	−2,00	−0,333	−0,500	−0,204	+0,530
6	+1		−1				+0,15	0	−0,667	0	−1,471	−1,440
7			+1	+1			+0,23	+2,00	+1,000	+0,500	+1,675	+0,910
8			−1	−1	+ 7,88		−0,30	+5,88	−1,000	−0,500	+6,205	+0,792
9		−1		+1	+11,47	+1,89	−0,06	−9,58	0	+0,667	−9,668	−0,388
10					+ 3,59	−3,96	+0,31	+0,63	+1,000	−0,500	+3,608	−2,409
11		+1	+1			+2,07	+0,05	+3,07	0	+0,333	−0,145	+2,004
12		−1					−0,22	−1,00	0	−0,333	+0,145	+0,066
13		+1					+0,22	+1,00	0	+0,333	−0,145	−0,066
14			−1		+0,25	+0,92	−0,10	+0,17	−1,000	+0,500	+0,232	+0,198
15	−1		+1		−1,79		−0,13	−1,79	+0,667	0	−0,319	+1,053
16	+1				+1,54	+0,75	+0,09	+3,29	+0,333	−0,500	+0,087	+0,419
17						−1,67	+0,14	−1,67	0	0	0	−1,670
	−1,00	−0,89	−0,68	−1,23	−1,80	+2,50	[w]=	−3,10	−1,01	−0,69	−2,27	+2,14
							[vs] =	+3,07				

$[kw] = -0,82$ $[vv] = +0,82$ $[\rho^w w] = -0,82$

Scanned with OKEN Scanner

4. Se calculează σ^c. În măsura în care coeficienții $\rho_a^b = \sigma_a^b = 0$, atunci $\sigma_s^c = \rho_s^c = +0{,}333$;

$$\sigma_a^c = \rho_a^c = +0{,}333\,;\ \sigma_b^c = \rho_B^c = 0\,.$$

5. Se transformă coeficienții c, obținîndu-se $C_i = \sigma_a^c\ a_i + \sigma_b^c\ b_i + c_i$. De exemplu, $C_{15} = (+0{,}333)\ (-1) + 1 = +0{,}667$. În mod analog se transformă termenul liber $W_c = (+0{,}333)\,(-1{,}00) + (0)(-0{,}89) - 0{,}68 = -1{,}01$.

6. Se înmulțesc coloanele C cu c. Se calculează $(-1 : [Cc]) = -0{,}1875$ și se înscriu în partea de sus în locul de intersecție a coloanei cu linia c. Înmulțind coloana C cu coloanele d, e, f, se obțin:

$$\rho_c^d = [Cd]\ (-1 : [Cc]) = -0{,}500\,;$$
$$\rho_c^e = [Ce]\ (-1 : [Cc]) = +0{,}847\,;$$
$$\rho_c^f = [Cf]\ (-1 : [Cc]) = +0{,}660.$$

La fel se calculează $\rho_C^w = W_c\,(-1 : [Cc]) = (-1{,}01)\,(-0{,}1875) = +0{,}188$;

$$\rho_c^{s+w} = ([Cs] + W_c)\quad (-1 : [Cc]) = +0{,}196.$$

Controlîndu-se pe linie coeficienții ρ^c obținuți, se adună mărimile ρ^d din coloana d și se scrie rezultatul deasupra:

$$\rho_s^d = -0{,}500 + 0{,}333 - 0{,}333 = -0{,}500.$$

7. Se calculează σ^d

$$\sigma_s^d = \rho_s^d + \rho_B^d\ \sigma_s^b + \rho_c^d\ \sigma_s^c = -0{,}500 + (+0{,}333)\ (0) + $$
$$+ (-0{,}500)\ (+0{,}333) = -0{,}667:$$
$$\sigma_a^d = \rho_a^d + \rho_B^d\ \sigma_a^b + \rho_C^d\ \sigma_a^c = -0{,}333 + (0{,}333)\ (0) +$$
$$+ (-0{,}500)\ (+0{,}333) = -0{,}500\,;$$
$$\sigma_b^d = \rho_B^d + \rho_C^d\ \sigma_b^c = +0{,}333 + (-0{,}500)\ (0) = +0{,}333\,;$$
$$\sigma_c^d = \rho_c^d = -0{,}500.$$

Corectitudinea calculării coeficienților σ^d, după cum și a calculului lui ρ_s^d se controlează prin egalitatea:

$$\sigma_s^d = \sigma_a^d + \sigma_b^d + \sigma_c^d\,.$$

8. Se transformă coeficienții ecuațiilor de condiție d_i și se obține D_i. Controlul lui D_i se face în mod obișnuit; suma lor pentru direcția către un punct este egală cu zero.

9. În felul acesta se continuă calculul liniilor ρ și σ.

În penultima linie σ se obțin corelatele, iar în ultima linie, suma cu controlul definitiv $k - \sigma^{s+w} = 1$.

Pentru coeficientul sumă avem relația:

$$\sigma_s^k - \sigma_s^s - t = 1\,,$$

unde t este numărul ecuațiilor transformate, în cazul de față $t = 5$.

Scanned with OKEN Scanner

10. Se calculează corecţiile şi se verifică prin egalitatea $[vv]=-[kw]$ Se mai poate realiza încă un control

$$[vs] = [w],$$

$$[vv] = -[\rho^w W].$$

Dacă se formează funcţia de pondere, atunci în tabelele 23, 24 se mai adaugă încă o coloană pentru coeficienţii ei (ultimii). Mărimile $[Ff]=\frac{1}{P_F}$ se calculează la fel ca şi toţi ceilalţi coeficienţi pătratici transformaţi $[Bb]$, $[Cc]$ etc.

La rezolvarea ecuaţiilor de erori schema calculelor va avea particularităţile amintite la § 16.

Din cele spuse se vede că prin înmulţirea liniilor (linie cu linie) şi a coloanelor (coloană cu coloană) se obţine schema calculelor, compusă din trei părţi, a căror înscriere este indicat să se facă pe file separate:

A — cu coeficienţii ecuaţiilor de condiţie:

B — cu coeficienţii ρ şi σ (deasupra filei A);

C — cu coeficienţii transformaţi C, D etc (în partea dreaptă faţă de fila A).

Îndoind fila după liniile B (între rînduri) şi apoi pe liniile C (între coloane) şi aplicîndu-le la liniile şi coloanele corespunzătoare, se uşurează efectuarea calculelor.

Comparînd calculele din tabelele 15 şi 24 vedem că transformarea coeficienţilor ecuaţiilor iniţiale în tabelul 24 este mult mai uşoară decît în tabelul 15. În schimb în tabelul 24 este necesar să se execute calculul lui σ_1, lucru ce nu se face în tabelul 15.

Ambele scheme de calcul au următoarele particularităţi:

1. Datorită faptului că în cazul calculelor se înmulţesc liniile şi coloanele, lucrarea poate fi împărţită (în special pe linii) pentru calculul în acelaşi timp între mai mulţi executanţi, chiar şi în cazul unui număr mic de ecuaţii;

2. Procedeele exclud pierderea cifrelor semnificative care au loc în timpul rezolvării ecuaţiilor normale după schema Gauss şi în timpul transformării termenilor pătratici.

3. Controlul calculelor se face sigur. Rezolvarea ecuaţiilor iniţiale prin transformarea coeficienţilor lor (tabelele 15, 24) este mult mai precisă decît rezolvarea prin intermediul transformării coeficienţilor ecuaţiilor normale.

Totuşi metoda în trepte este mai precisă, întrucît transformarea coeficienţilor iniţiali se face întotdeauna prin coeficienţii iniţiali, iar majoritatea acestora sînt zecimali. Desigur că la compararea rezultatelor compensării, obţinute prin metode diferite, va trebui să se compare calculele obţinute cu acelaşi număr de zecimale.

Metoda în trepte a comparării pe grupe este avantajoasă în cazurile cînd în tabelul coeficienţilor ecuaţiilor iniţiale numărul liniilor este mai mare decît numărul coloanelor şi cînd în tabel există multe rubrici cu coeficienţi zero şi coeficienţi exprimate prin zecimale. Prin urmare această metodă este avantajos să se folosească în cazul compensării triangulaţiei

Scanned with OKEN Scanner

	p^s / o^s						+0,900
u		(−0,1667)					
b	0	0	(−0,1667)				−0,907
c	+0,333	+0,333	0	(−0,1875)			−0,697
d	−0,667	−0,500	+0,333	−0,500	(−0,3000)		+0,847
							+1,657
e	+0,077	−1,453	−0,145	+0,018	+1,657		(−0,003659)
f	+0,396	−0,664	−0,066	+0,776	+0,134		+0,216
k	+0,530	+0,168	+0,221	+0,022	+0,209		−0,009
s	−1,465	+0,168	+0,222	+0,025	+0,210		−1,009
		a	*b*	*c*	*d*	*e*	
	1	−1				δ_{3-1}	+2,59
	2		+1		−1	$-\delta_{3-2}$	−7,29
	3	+1			+1	$-\Sigma$	+4,70
	4		−1				
	5	−1			−1		
	6	+1		−1			
	7			+1	+1		
	8			−1	−1	$-\Sigma$	+ 7,88
	9		−1		+1	$-\delta_{9-8}$	−11,47
	10			+1		δ_{10-8}	+ 3,59
	11		+1				
	12		−1				
	13		+1				
	14			−1		δ_{15-14}	+0,25
	15	−1		+1		$-\Sigma$	−1,79
	16	+1				δ_{16-15}	+1,54
	17						
	w	−1,00	−0,89	−0,68	−1,23		−1,80

Scanned with OKEN Scanner

40 prin procedeul în trepte

	+0,010	+0,637	−0,449				
	−0,682	+0,167	−1,422				
	+0,040	+0,148	−0,508				
	+0,660	+0,188	+1,696				
	−0,224	+0,207	+1,640				
	+0,216	+0,008	−0,776				
	(−0,03772)	−0,081	−1,079				
	−0,081	—	—				
	−1,079	—	—				
	f	v	$s=e+f$	C	D	E	F
$-\delta_{1-4}$	−3,34	+0,08	−0,75	−0,333	+0,500	+4,043	−2,117
δ_{2-4}	+1,46	−0,04	−5,83	0	−0,667	−9,092	−0,315
$-\Sigma$		+0,33	+4,70	+0,333	+0,500	+4,904	+0,485
	+1,88	−0,37	+1,88	0	−0,333	+0,145	+1,946
		−0,38					
		+0,15					
		+0,23					
		−0,30	+7,88	−1,000	−0,500	+6,205	+0,792
δ_{11-9}	+1,89	−0,06	−9,58	0	+0,667	−9,668	−0,388
$-\delta_{11-10}$	−3,96	+0,31	−0,37	+1,000	−0,500	+3,608	−2,409
$-\Sigma$	+2,07	+0,05	+2,07	0	+0,333	−0,145	+2,004
		−0,22					
		+0,22					
$-\delta_{14-17}$	+0,92	−0,10	+1,17	−1,000	+0,500	+0,232	+0,198
		−0,13	−1,79	+0,667	0	−0,319	+1,053
$-\delta_{17-16}$	+0,75	+0,09	+2,29	+0,333	−0,500	+0,087	+0,419
$-\Sigma$	−1,67	+0,14	−1,67	0	0	0	−1,670
	+2,50			−1,01	−0,69	−2,27	+2,14

Controlul: $[w]=-3,10$; $[vs]=+3,07$; $[kw]=-0,82$; $[\rho ww]=-0,82$; $[vv]=+0,82$;

Scanned with OKEN Scanner

pe direcții, indiferent care este numărul ecuațiilor, transformarea ecuațiilor făcîndu-se pe linie cîte una sau mai multe în grup (vezi 86) în variante diferite, care aici nu sînt prevăzute.

Amintim numai faptul că, pentru o grupă separată, coeficienții σ sînt egali cu factorii ρ.

În comparație cu procedeul coeficienților de condiție ponderați, procedeul în trepte este avantajos în acele cazuri cînd există mai multe ecuații în grupul diagonal și mai multe condiții de sinus. Corespunzător, procedeul coeficienților de condiție ponderați este mai avantajos decît procedeul în trepte, atunci cînd, în grupul diagonală, sînt mai puține ecuații și există mai puține condiții de sinus.

§ 19. DESPRE COMPENSAREA FIGURILOR TIPICE DE TRAIANGULAȚIE PRIN PROCEDEUL ÎN TREPTE

Folosirea procedeului în trepte pentru compensarea figurilor tipice este mai ușor de explicat, dacă se examinează tabele 24 și 25, în care este dată rezolvarea ecuațiilor de condiție pentru unul și același exemplu; în tabelul 24 este dată în formă generală, iar în tabelul 25 se referă la figura tipică.

În tabelul 25 nu există valori ale coeficienților pentru coloanele a, b, c, d (de deasupra) și coeficienții transformați S.C.D.E.F., pentru linille 5, 6, 7, 12, 13, deoarece pentru transformarea condițiilor de sinus ele nu sînt necesare.

Mărimile, limitate de liniile groase, nu depind de condițiile de sinus: pentru figura respectivă ele sînt constante.

Extrăgînd valoarea δ și termenii liberi, se completează coloana sumă.

Întrucît mărimile constante din coloanele a, b, c, d sînt date în forma definitivă, atunci în termenii sumă pe linii se includ numai termenii condițiilor de acord latură:

$$S_i = e_i + f_i .$$

Înmulțind coloana a cu coloanele e, f, s, se obține ρ_a:

$$\rho_a^e = (-2{,}59 + 4{,}70 + 1{,}79 + 1{,}54)\ (-0{,}1667) = -\ 0{,}907;$$

$$\rho_a^f = (+3{,}34 + 0{,}75)\ (-0{,}1667) = -\ 0{,}682;$$

$$\rho_a^{s+w} = (+0{,}75 + 4{,}70 + 1{,}79 + 2{,}29 - 1{,}00)\ (-0{,}1667) = -\ 1{,}422.$$

Se calculează $\rho_a^w = -\ w_a(-0{,}1667) = +\ 0{,}167$, iar pe urmă se obține controlul $[\rho] = \rho^{s+w}$.

În același mod se înmulțește coloana b cu coloanele e, f, s și se obține $\rho_b^e = -0{,}697$ $\rho_b^f = +0{,}040$, $\rho_b^{s+w} = -0{,}508$.

Pe urmă se înmulțesc pe rînd cu coloanele e, f coloanele C, D, formînd pentru control liniile ρ_C, ρ_D. Termenii liberi se includ în cazul de față transformați, de exemplu:

$$\rho_C^{s+w} = [(-0{,}333)\ (-0{,}75) + (0{,}333)\ (4{,}70) + (-1{,}000)\ (7{,}88) + \\ + (1{,}000)\ (-0{,}37) + (-1{,}000)\ (1{,}17) + (0{,}667)\ (-1{,}79) + \\ + (0{,}333)\ (2{,}29) - 1{,}01]\ (-0{,}1875) = +1{,}696,$$

unde

$$W_C = w_c + \sigma_a^c w_a + \sigma_b^c w_b = -0{,}68 + 0{,}333\ (-1{,}00) + (0)\ (-0{,}89) = -1{,}01.$$

Se obține:

$$\rho_c^w = (-1{,}01)\ (-0{,}1875) = +0{,}188.$$

Controlul pe linie: $0{,}847 + 0{,}660 + 0{,}188 = +1{,}695$.

Obținem linia ρ_D coloana suma, ρ^e și transformarea ei în linia σ^e.

Mai departe prin intermediul lui σ^e se transformă coeficienții e, obținîndu-se E etc.

Pentru controlul ρ^e și ρ^f pe linii va trebui să fie:

$$\rho_e^f + \rho_e^w - 1 = \rho_e^{s+w};$$

$$\rho_f^w - 1 = \rho_f^{s+w}.$$

Pentru linia sumă σ vom avea controlul $k^s = \sigma^s$, însă pentru coloanele e, f avem:

$$k_e^s - 1 = (-0{,}009 - 1{,}000) = \sigma_e^s;$$

$$k_f^s - 1 = (-0{,}081 - 1{,}000) = \sigma_f^s.$$

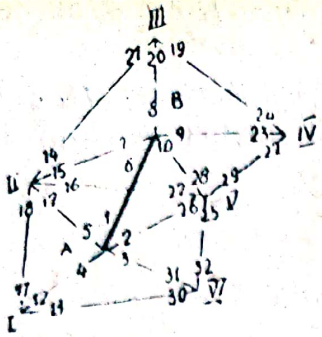
În sfîrșit

$$\sigma_s^s = [\sigma^s].$$

În felul acesta, calculul în tabelul 25 este continuarea calculului la o etapă dată în tabelul 24 însă cu controlul schimbat în care se includ numai termenii condițiilor de sinus.

Mai jos se dă exemplul de compensare pe direcții a figurii tipice 42 prin procedeul în trepte.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 28. Compensarea figurii 42.
Punctele ce se determină I—IV
Triangulația specială

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	3	6 110 630,22	5 570 015,13	24°16′17″,1	3 001,10
B	3	6 111 998,14	5 570 631,95		

2. Tabelul cu direcții

Nr. direcțiilor	Direcțiile măsurate (reduse la centru)	Corecțiile reduse la origine	Direcțiile definitive
1	0°00′00″,0	0″,0	0°00′00″,0
2	48 06 49 ,5	+2 ,7	48 06 52 ,2
3	120 29 15 ,0	+0 ,2	120 29 15 ,2
4	197 57 13 ,6	+1 ,9	197 57 15 ,5
5	282 04 53 ,3	+2 ,2	282 04 55 ,5
6	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
7	30 46 45 ,1	+2 ,9	30 46 48 ,0
8	131 31 53 ,6	+2 ,8	131 31 56 ,4
9	252 12 39 ,9	+1 ,6	252 12 41 ,5
10	306 09 32 ,8	+0 ,6	306 09 33 ,4
11	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
12	58 05 44 ,4	—1 ,4	58 05 43 ,0
13	132 23 55 ,2	+0 ,6	132 23 55 ,8
14	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
15	32 19 34 ,4	+1 ,6	32 19 36 ,0
16	70 34 43 ,4	—0 ,8	70 34 42 ,6
17	103 37 44 ,5	—1 ,0	103 37 43 ,5
18	141 24 19 ,3	+1 ,2	141 24 20 ,5
19	0 00 00 ,0	0	0 00 00 ,0
20	41 11 08 ,2	—2 ,1	41 11 06 ,1
21	88 06 22 ,8	—1 ,1	88 06 21 ,7
22	0 00 00 ,0	0 ,0	0 00 00 ,0
23	28 07 31 ,0	—0 ,7	28 07 30 ,3
24	46 15 41 ,5	—2 ,4	46 15 39 ,1
25	0 00 00 ,0	0	0 00 00 ,0
26	52 16 29 ,0	—1 ,8	52 16 27 ,2
27	73 11 32 ,1	—2 ,5	73 11 29 ,6
28	130 19 07 ,3	+1 ,1	130 19 08 ,4
29	228 14 48 ,4	—2 ,2	228 14 46 ,2
30	0 00 00 ,0	0	0 00 00 ,0
31	28 13 48 ,1	—1 ,2	28 13 46 ,9
32	83 34 57 ,4	—0 ,7	83 34 56 ,7

4. Calculul termenilor liberi ai ecuațiilor de condiție de pol

Denumirea unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor	$\delta 1''$
17—16	9.736 6954	+32,4
28—26	9.990 4751	+ 4,5
7—6	9.709 0417	+35,4
Σ_1	9.436 2122	
17—15	9.976 4536	+ 7,1
6—10	9.907 0789	+15,4
27—26	9.552 6971	+55,0
Σ_2	9.436 2296	
w_c	$=\Sigma_1-\Sigma_2=$ $=-174$	
18—17	9.787 1630	+27,2
13—12	9.983 4937	+ 5,9
32—31	9.915 2236	+14,5
27—26	9.552 6971	+55,0
Σ_3	9.238 5774	
12—11	9.928 8728	+13,1
17—16	9.736 6954	+32,4
26—25	9.898 1511	+16,3
31—30	9.674 8727	+39,2
Σ_4	5.238 5920	
w_m	$=\Sigma_3-\Sigma_4=$ $=-146$	
21—20	9.863 5664	+19,7
16—15	9.791 7806	+26,7
29—28	9.995 8291	— 3,0
24—23	9.493 1417	+64,2
Σ_5	9.144 3178	
15—14	9.728 1420	+33,3
20—19	9.818 5561	+24,0
23—22	9.673 3905	+39,4
28—27	9.924 2123	+13,6
Σ_6	9.144 3009	
w_n	$=\Sigma_5-\Sigma_6=$ $=+169$	

ρ^s / σ^s	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	−1,256	−3,494
										−2,351	+2,205	+0,910		
a		(−0,1667)								+0,472	0	+0,498	+0,416	+1,386
b			(−0,1667)							−0,182	0	+2,257	−0,834	+1,241
c				(−0,1667)						−0,842	+0,323	0	−0,633	−1,151
d					(−0,1667)					+0,422	−0,912	0	+0,183	−0,307
e	+0,666	0	0	+0,333	+0,333	(−0,2143)				+0,845	−0,987	+0,281	−0,278	−0,140
f	+1,142	0	0	+0,428	+0,428	+0,286	(−0,2332)			+0,067	+1,005	+0,087	+0,287	+1,446
g	+1,667	+0,333	+0,333	+0,200	+0,200	+0,467	+0,133	(−0,2679)		−0,453	+0,230	−0,036	+0,608	+0,348
h	+1,618	+0,452	+0,452	+0,071	+0,071	+0.167	+0,048	+0,357	(−0,2385)	−0,005	+0,073	−1,085	−1,197	−2,214
i	−1,003	+0,166	−0,166	−0,167	+0,166	−0,501	0	−0,500	0	(−0,3000)	−2,675	+1,594	−1,584	−0,417	−3,083
l	+0,208	−0,125	+0,109	−0,176	+0,197	+1,992	+0,007	+0,883	−0,005	−2,675	(−0,01262)	+0,879	+0,444	+0,314	+0,637
m	+1,780	+0,264	−0,059	+0,055	−0,322	+0,372	+1,045	+0,235	+0,069	−0,757	+0,879	(−0,009551)	+0,048	+0,331	−0,620
n	+1,148	−0,310	+2,063	+0,236	−0,144	+1,804	+0,083	+0,772	−1,084	−2,808	+0,486	+0,048	(−0,005306)	−0,036	−1,036
k	−1,005	+0,067	−1,163	−0,542	+0,141	+0,781	+0,656	+0,720	−1,137	−1,401	+0,587	+0,329	−0,036		
s	−4,006	+0,067	−1,163	−0,542	+0,140	+0,780	+0,657	+0,716	−1,137	−1,408	−0,411	−0,670	−1,036		

Scanned with OKEN Scanner

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	v	s
1									1				−1,40	
2			−1		1								+1,32	
3			1			−1							−1,20	
4				−1		1							+0,51	
5				1	−1				−1				+0,77	
6									−1					
7	−1						1		1	−Σ	−5,08		−1,58	− 5,08
8	1							−1		δ_{7-6}	+ 3,54		+1,32	+ 3,54
9		−1						1					+1,20	
10		1					−1			δ_{6-10}	+1,54		+0,03	
													−0,98	+ 1,54
11				−1							δ_{12-11}	+1,31	+0,29	+ 1,31
12				1		−1					−Σ	−1,90	−1,14	− 1,90
13						1					δ_{13-12}	+0,59	+0,85	+ 0,59
14	−1													
15	1						−1		−1	δ_{17-15}	+0,71	δ_{15-14}	+3,33	−0,19	+ 3,33
16					−1		1			$-\delta_{17-16}$	−3,24	−Σ	−6,00	+1,39	− 5,29
17				−1	1				1	−Σ	+2,53	δ_{16-15}	+2,67	−0,99	+ 2,67
18				1								δ_{17-16}	+3,24	−1,24	− 3,43
												−Σ	−5,96	+1,04	+ 2,72
												δ_{18-17}	+2,72		
19															
20	−1							−1				δ_{20-19}	+2,40	+1,05	+ 2,40
21	1							1				−Σ	−4,37	−1,05	− 4,37
												δ_{21-20}	+1,97	0	+ 1,97
22		−1													
23		1						−1				δ_{23-22}	+3,94	+1,03	+ 3,94
24								1				−Σ	−10,36	+0,35	−10,36
												δ_{24-23}	+6,42	−1,37	+ 6,42
25			−1								δ_{26-25}	+1,63		+1,08	+ 1,63
26			1		−1					−Σ	−7,13			−0,71	− 2,08
27					1		−1			$-\delta_{27-26}$	+5,05	δ_{27-26}	+5,50	−1,40	+ 1,36
28		−1					1			δ_{28-26}	−5,50	δ_{28-27}	+1,36	+2,18	− 0,61
29		1									+0,45	−Σ	−1,06	−1,15	− 0,30
												δ_{29-28}	−0,30		
30						−1					δ_{31-30}	+3,92		+0,63	+ 3,92
31			−1			1					−Σ	−5,37		−0,57	− 5,37
32			1								δ_{32-31}	+1,45		−0,07	+ 1,45
ω	−2,5	+5,0	+3,8	−1,1	+0,4	−2,5	−3,5	+5,0	+1,9		−17,4		−14,6	+16,9	

Scanned with OKEN Scanner

E	*F*	*G*	*H*	*I*	*L*	*M*	*N*
				−1,000	−2,405	−3,708	+0,339
		+0,667	−0,095	+0,333	+1,873	+2,326	−0,006
		+0,333	−0,548	+0,166	−0,121	+0,195	+0,774
		−0,333	+0,548	+0,166	−0,114	+0,128	−3,147
		−0,667	+0,095	+0,334	+0,766	+1,060	+2,039
−0,333	−0,428	−0,200	−0,071	−0,166	−0,197	+1,632	+0,207
+0,333	−0,572	+0,067	+0,023	+0,166	+0,190	−3,267	−0,318
	+1,000	+0,133	+0,084	0	+0,007	+1,635	+0,111
		−0,333	−0,452	−0,166	+0,125	−0,264	+3,640
		−0,667	+0,095	−0,334	+2,377	+1,410	−3,929
−1,000	−0,286	+0,533	+0,190	0	−4,349	+0,255	+0,218
+0,667	−0,142	+0,267	+0,096	+0,333	+1,650	−3,799	+0,084
+0,333	+0,428	+0,200	+0,071	+0,166	+0,197	+2,398	−0,013
			−1,000	0	+0,005	−0,069	+3,484
		−0,333	+0,548	−0,166	+0,120	−0,195	−5,144
		+0,333	+0,452	+0,166	−0,125	+0,264	+1,660
		−0,333	−0,452	+0,166	−0,109	+0,059	+1,877
		+0,333	−0,548	−0,166	+0,114	−0,128	−7,213
			+1,000	0	−0,005	+0,069	+5,336
−0,333	−0,428	−0,200	−0,071	+0,167	+0,176	+1,575	−0,158
−0,667	+0,142	−0,267	−0,096	+0,334	+2,882	−3,008	+0,544
+1,000	+0,286	−0,533	−0,190	0	−4,391	+0,802	−0,017
		+0,667	−0,095	−0,334	+1,224	+0,690	−2,132
		+0,333	+0,452	−0,166	+0,109	−0,059	+1,763
	−1,000	−0,133	−0,048	0	−0,007	+2,875	+0,105
−0,333	+0,572	−0,067	−0,023	+0,167	+0,183	−4,380	−0,411
+0,333	+0,428	+0,200	+0,071	−0,167	−0,176	+1,505	+0,306
+1,30	−1,23	−2,27	+5,02	+1,39	−2,48	−34,67	+6,94

Scanned with OKEN Scanner

Denumirea unghiurilor	Unghiurile	Corecțiile	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
17—15	71°18′10″,1	—2″,6	71°18′07″,5	0,947 222	3 001,10
7—6	30 46 45 ,1	+2 ,9	30 46 48 ,0	0,511 743	1 621,36
5	77 55 06 ,7	—2 ,2	77 55 04 ,5	0,977 848	3 098,13
	180 00 01 ,9	—1 ,9	180 00 00 ,0		
	w_i = + 1,9				
28—26	78 02 38 ,3	+2 ,9	78 02 41 ,2	0,978 310	3 001,10
6—10	53 50 27 ,2	—0 ,6	53 50 26 ,6	0,807 380	2 476,75
2—1	48 06 49 ,5	+2 ,7	48 06 52 ,2	0,744 480	2 283,79
	179 59 55 ,0	+5 ,0	180 00 00 ,0		
	w = — 5 ,0				
27—26	20 55 03 ,1	—0 ,7	20 55 02 ,4	0,357 021	1 621,36
17—16	33 03 01 ,1	—0 ,2	33 03 00 ,9	0,545 375	2 476,74
2—5	126 01 56 ,2	+0 ,5	126 01 56 ,7	0,808 686	3 672,53
	180 00 00 ,4	—0 ,4	180 00 00 ,0		
	w_e = + 0 ,4				
28—27	57 07 35 ,2	+3 ,6	57 07 38 ,8	0,839 880	3 098,13
16—15	38 15 09 ,0	—2 ,4	38 15 06 ,6	0,619 119	2 283,79
7—10	84 37 12 ,3	+2 ,3	84 37 14 ,6	0,995 596	3 672,53
	179 59 56 ,5	+3 ,5	180 00 00 ,0		
	w = — 3 ,5				
21—20	46 55 14 ,6	+1 ,0	46 55 15 ,6	0,730 412	3 098,13
8—7	100 45 08 ,5	—0 ,1	100 45 08 ,4	0,982 443	4 167,15
15—14	32 19 34 ,4	+1 ,6	32 19 36 ,0	0,534 746	2 268,19
	179 59 57 ,5	+2 ,5	180 00 00 ,0		
	w_a = — 2 ,5				
24—23	18 08 10 ,5	—1 ,7	18 08 08 ,8	0,311 269	2 268,21
9—8	120 40 46 ,3	—1 ,2	120 40 45 ,1	0,860 037	6 995,76
20—19	41 11 08 ,2	—2 ,1	41 11 06 ,1	0,658 493	4 798,42
	180 00 05 ,0	—5 ,0	180 00 00 ,0		
	w_h = + 5 ,0				
29—28	97 55 41 ,1	—3 ,3	97 55 37 ,8	0,990 444	4 798,42
10—9	53 56 52 ,9	—1 ,0	53 56 51 ,9	0,808 481	3 916,86
23—22	28 07 31 ,0	—0 ,7	28 07 30 ,3	0,471 398	2 283,79
	180 00 05 ,0	—5 ,0	180 00 00 ,0		
	w_b = + 5, 0				
32—31	55 21 09 ,3	+0 ,5	55 21 09 ,8	0,822 667	2 476,75
3—2	72 22 25 ,5	—2 ,5	72 22 23 ,0	0,953 048	2 869,28
26—25	52 16 29 ,0	—1 ,8	52 16 27 ,2	0,790 949	2 381,26
	180 00 03 ,8	—3 ,8	180 00 00 ,0		
	w_c = + 3 ,8				
13—12	74 18 10 ,8	+2 ,0	74 18 12 ,8	0,962 709	2 381,26
4—3	77 27 58 ,6	+1 ,7	77 28 00 ,3	0,976 170	2 414,56
31—30	28 13 48 ,1	—1 ,2	28 13 46 ,9	0,473 008	1 169,99
	179 59 57 ,5	+2 ,5	180 00 00 ,0		
	w_f = — 2 ,5				
18—17	37 46 34 ,8	+2 ,2	37 46 37 ,0	0,612 599	1 170,00
5—4	84 07 39 ,7	+0 ,3	84 07 40 ,0	0,994 753	1 899,87
12—11	58 05 44 ,4	—1 ,4	58 05 43 ,0	0,848 928	1 621,36
	179 59 58 ,9	+1 ,1	180 00 00 ,0		
	w_d = — 1 ,1				

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul V

COMPENSAREA NERIGUROASĂ A REȚELELOR ANALITICE ȘI CALCULAREA INTERSECȚIILOR

§. 20. COMPENSAREA NERIGUROASĂ A FIGURILOR TIPICE CU INTRODUCEREA CONDIȚIILOR SUPLIMENTARE

Compensarea riguroasă a triangulației după procedeul celor mai mici pătrate, chiar și în cazul folosirii formulelor în forma definitivă, cere mult timp.

Din această cauză la construirea rețelelor analitice, ale căror cerințe în ceea ce privește precizia sînt mai mici decît la triangulația de stat, se pot folosi diferite moduri de compensare.

Examinăm două procedee de compensare neriguroasă a celor mai simple sisteme de triangulație.

Primul procedeu

Prin primul procedeu se compensează figurile care au o singură ecuație de condiție de acordul laturilor (fig. 43—47).

Ecuațiile de condiție se împart în două grupe, în prima grupă pot să intre toate ecuațiile, în afară de cele de sinus.

Din rezolvarea ecuațiilor normale care corespund primei grupe se află corelatele, iar pe urmă cu ajutorul lor se calculează corecțiile prime.

Corecțiile secunde se află din rezolvarea unei ecuații de condiție a grupei a doua, iar la aceste corecții se adaugă o condiție oarecare suplimentară. Această condiție se folosește în două variante.

Prima variantă. Fie ca ecuația de condiție a grupei a doua (de bază, de pol sau laterală) să aibă forma:

$$\delta\varphi(\varphi_1) - \delta\psi_1(\psi_1) + \delta\varphi_2(\varphi_2) - \delta\psi_2(\psi_2) + \ldots + \delta\varphi_N(\varphi_N) - \delta\psi_N(\psi_N) + w = 0,$$

unde

(φ_ν), (ψ_ν) — corecțiile secunde ale unghiurilor de legătură fără soț și cu soț ale triunghiului de ordinul ν;

$\delta\varphi_\nu$, $\delta\psi_\nu$ — creșterea logaritmilor sinusurilor în cazul măririi acestor unghiuri cu 1″.

Condiția se adaugă pentru fiecare triunghi al rețelei la calculul corecțiilor secunde:

— corecțiile unghiurilor de legătură sînt egale ca mărime absolută, însă contrarii ca semn:

$$(\varphi_v) = -(\psi_v),$$

corecțiile unghiurilor intermediare sînt egale cu zero.

În acest caz ecuațiile de condiție ale grupei a doua se pot scrie sub forma:

$$\sum_{v=1}^{N} \sigma_v(\varphi_v) + w = 0,$$

unde

$$\sigma_v = \delta\varphi_v + \delta\psi_v.$$

Folosind principiul $[(\varphi)^2] = \min$, scriem ecuația normală a corelatelor, care corespunde ecuației de condiție a grupei a doua:

$$[\sigma^2]\, k + w = 0,$$

de unde

$$k = -\frac{w}{[\sigma^2]}.$$

Prin urmare, pentru corecțiile secunde unghiurilor de legătură formula primei variante va avea forma:

$$(\varphi_v) = -(\psi_v) = -\frac{\sigma_v}{[\sigma^2]}\, w. \qquad (V.1)$$

A doua variantă. Față de această formă a ecuației de condiție, ca și la prima variantă, la corecțiile secunde se adaugă încă o condiție. Pentru unghiurile de legătură ale tuturor triunghiurilor rețelei, corecțiile unghiurilor fără soț sînt egale între ele și contrarii ca semn cu corecțiile unghiurilor cu soț, adică:

$$(\varphi_1) = -(\psi_1) = (\varphi_2) = -(\psi_2) = \ldots = (\varphi_n) = -(\psi_n) = (\varphi) = -(\psi),$$

iar corecțiile unghiurilor intermediare sînt egale cu zero.

Față de această cerință, ecuația de condiție a grupei a doua capătă forma:

$$[\sigma]\,(\varphi) + w = 0,$$

de unde:

$$(\varphi) = -(\psi) = -\frac{1}{(\sigma)}\, w. \qquad (V.2)$$

Corecțiile totale ale unghiurilor vor fi egale cu suma erorilor prime și secunde.

Teoretic prima variantă trebuie să dea corecții apropiate de corecțiile obținute prin procedeul celor mai mici pătrate, însă practic ambele variante dau de multe ori unul și același rezultat.

Aceasta se obține cînd $|\sigma|_{max}$ depășește pe $|\sigma|_{min}$ de cel mult doua-trei ori. În acest caz este mai avantajos să se folosească varianta mai simplă (a doua). În exemplele ce se dau mai departe 29—30, prima variantă este folosită numai în cazul compensării fig. 45.

Ordinea calculelor după primul procedeu

(Exemplele 29—33 la compensarea fig. 43—47)

Pe schemă se scriu denumirile punctelor de bază (inițiale) și ale acelora care se determină. Se extrag coordonatele punctelor, unghiurile de orientare, lungimile laturilor și unghiurile măsurate.

Se calculează erorile de închidere pentru condițiile de figură (fig. 43—47), de tur de orizont (fig. 44) și de orientare (fig. 47). Se calculează corecțiile prime, se corectează unghiurile cu corecțiile prime și se scriu numai secundele unghiurilor corectate.

Cu ajutorul unghiurilor corectate se calculează termenul liber $w = \Sigma_1 - \Sigma_2$ al condiției de sinus. În același timp cu logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate se extrag valorile mărimilor $\delta\varphi_v$ și $\delta\psi_v$ în unități logaritmice de ordinul șase zecimal și se află valoarea $\sigma_v = \delta\varphi_v + \delta\psi_v$ pentru fiecare triunghi.

În cazul primei variante se calculează corelata

$$k = -\frac{w}{[\sigma^2]},$$

iar pe urmă, corecțiile secunde:

$$(\varphi_v) = -(\psi_v) = k\,\sigma_v.$$

În cazul variantei a doua se calculează corecțiile secunde

$$(\varphi) = -(\psi) = -\frac{w}{[\sigma]}.$$

Se rezolvă triunghiurile. După aceasta se calculează coordonatele tuturor punctelor determinate.

Al doilea procedeu

Prin al doilea procedeu dat se compensează figurile, pentru care există condiții de coordonate (fig. 48—52, precum și fig. 53).

Toate ecuațiile de condiție cu coeficientul ± 1 se rezolvă împreună sub condiția $[v^2] = \min$ și se determină în felul acesta corecțiile v unghiulare. Corecțiile secunde ale unghiurilor pentru celelalte condiții nu se determină, ci se leagă numai coordonatele punctelor determinate, calculate cu ajutorul unghiurilor corectate. Aceasta se face în felul următor:

1) Să admitem că în rețea există cel puțin o latură fixă (fig. 48—50). În acest caz se iau două linii de drumuire între punctele fixe pe laturile exterioare ale rețelei și se calculează coordonatele punctelor, care se găsesc pe aceste linii. Erorile de neînchidere w_x și w_y obținute pentru coordonatele punctelor finale ale liniilor de drumuire se repartizează la coordonatele punctelor drumuirii, proporțional cu distanțele pe linia de drumuire de la capătul drumuirii pînă la punctul ce se determină, sau proporțional cu numărul laturilor dintre punctul din capătul drumuirii și punctul ce se determină.

2) În rețelele unde nu se cunoaște nici una din laturile triunghiurilor (fig. 51—53).

În acest caz, cu unghiurile corectate cu prima corecție și o latură luată convențional (care de obicei este apropiată de realitate) se calculează lungimile convenționale ale tuturor laturilor triunghiurilor.

Pe urmă se calculează creșterile convenționale și sumele lor $\Sigma\Delta x''$, $\Sigma\Delta y''$ (vezi fig. 51—53).

Pentru controlul calculelor se folosește egalitatea sumelor creșterilor pe aceste drumuiri. Luînd valoarea medie a acestor sume, se calculează lungimea convențională, AB'', iar pe urmă coeficientul $Q = \frac{AB}{AB''}$ și unghiul de rotație al rețelei.

Mai departe se procedează astfel. Pentru fig. 51—52 prin înmulțirea lungimilor convenționale ale laturilor s_i și ale creșterilor $\Delta x_i''$ și $\Delta y_i''$ cu coeficientul de proporționalitate Q, se obțin lungimea reală a laturii s și creșterile reale $\Delta x'$ și $\Delta y'$. Unghiul de rotire calculat $\delta\alpha$ este folosit numai pentru scoaterea în evidență a greșelilor grosolane din calcule.

Pe urmă se determină coordonatele punctelor pe liniile de drumuiri A I III B și A II III B. Comparînd coordonatele obținute ale punctelor finale ale liniilor de drumuire cu coordonatele respective ale acestor puncte, se află erorile de neînchidere w_x și w_y, care se repartizează așa cum s-a arătat pentru primul caz.

Pentru fig. 53 prin înmulțirea cu coeficientul Q, se află lungimea reală a laturii s_i și după formula $\alpha_i = \alpha_i'' + \delta\alpha$ se calculează unghiurile de orientare reale.

Cu ajutorul laturilor reale s_i și a unghiurilor de orientare reale se calculează creșterea coordonatelor, iar apoi și coordonatele tuturor punctelor ce se determină. În acest caz, erorile de neînchidere w_x și w_y trebuie să fie nule. Diferențe nu prea mari în coordonate pot avea loc din cauza erorilor de rotunjire, care apar în timpul calculelor.

Ordinea calculelor la al doilea procedeu

(Exemplele 34—39 referitoare la compensarea fig. 48—53)

Pe schemă se scriu denumirile punctelor inițiale și ale acelora care se determină. Se extrag coordonatele punctelor, unghiurile de orientare, lungimile laturilor și unghiurile măsurate.

Se calculează erorile de neînchidere pentru condițiile de figură și pentru unghiurile de orientare.

Se calculează corecțiile prime ale unghiurilor, care se adună la unghiurile măsurate (se scriu numai secundele unghiurilor corectate). Cu unghiurile corectate se calculează lungimile laturilor (fig. 48—50) sau lungimile convenționale ale laturilor (fig. 51—53) și unghiurile de orientare. Mai departe ordinea calculelor depinde de existența în rețea a laturilor fixe. Această ordine a calculelor a fost arătată deja la începutul descrierii procedeului dat la compensarea nerigurosă pentru două cazuri de rețele.

În exemplele date, privind calculul rețelelor analitice, lungimile laturilor triunghiurilor și coordonatele s-au obținut cu precizia pînă la 0,01 m, avînd în vedere că punctele determinate vor servi ca bază pentru ridicările la scara 1 : 2000. La construirea rețelelor analitice pentru ridicările la scara 1 : 5000 și mai mici, valorile mărimilor arătate este suficient să se calculeze cu precizia pînă la 0,1 m.

Scanned with OKEN Scanner

§. 21. APRECIEREA PRECIZIEI FUNCȚIILOR MĂRIMILOR COMPENSATE PRIN PROCEDEUL NERIGUROS (METODA FUNCȚIILOR INTERMEDIARE)

La aprecierea preciziei funcțiilor mărimilor obținute prin compensarea neriguroasă se poate ajunge pe diferite căi. Examinăm la început procedeul care este util atît în cazul compensării riguroase, cît și în cazul celei neriguroase și care este foarte simplu teoretic, însă deseori este complicat ca folosire în practică.

Fie

$$u = \Phi(\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_t), \tag{V.3}$$

funcția mărimilor compensate să fie $\eta_1, \eta_2, \ldots \eta_t$. Se află expresia mărimilor compensate prin cele măsurate. Pe urmă se determină diferențiala totală a funcției după toate mărimile măsurate și se înlocuiesc diferențialele prin erori. În felul acesta se obține:

$$\Delta u = [F\Delta], \tag{V.4}$$

unde

$[\ ]$ — semnul sumei;

F_i — derivată parțială a funcției u după fiecare din mărimile măsurate;

Δ_i — eroarea reală a mărimii măsurate.

În unele cazuri, eroarea funcției poate fi exprimată prin erorile mărimilor măsurate, fără să se recurgă la diferențiere.

După aceasta, fără nici un fel de greutate, se află inversul ponderii funcției:

$$\frac{1}{P_u} = \left[\frac{FF}{P}\right], \tag{V.5}$$

dacă măsurătorile sînt mai puțin precise sau

$$\frac{1}{P_u} = [FF] \tag{V.6}$$

dacă măsurătorile sînt precise și ponderea lor este luată cu o zecimală. Atunci eroarea medie pătratică a funcției u este

$$m_u = \mu \sqrt{\frac{1}{P_u}},$$

unde μ — eroarea medie pătratică a unității de pondere; (în cazul măsurătorilor precise, cînd ponderea măsurătorii este luată egală ca unitate, $\mu = m$ — aceasta este eroarea medie pătratică a unei măsurători).

Procedeul examinat este greoi pe motivul că nu se ia în considerație metoda de compensare.

Din acest motiv în multe cazuri se socotește că este mai simplu un alt procedeu denumit de autor metoda funcțiilor intermediare, în cazul căruia se ține cont de procedeul compensării și se folosesc unele mărimi obținute în timpul compensării [17].

Scanned with OKEN Scanner

În cazul acestei metode se aleg mărimile $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$, care apar în una din etapele compensării și servesc ca argumente pentru mărimile compensate definitiv $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_t$ și în același timp și ca funcții ale mărimilor măsurate.

Eroarea funcției ΔU este exprimată prin erorile mărimilor intermediare:

$$\Delta\xi_1, \Delta\xi_2, \ldots, \Delta\xi_n,$$

$$\Delta u = [f\Delta\xi].$$

În calitate de mărimi intermediare $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$ trebuie luate acelea cu ajutorul cărora aprecierea preciziei să se obțină cît mai simplu. În cazul compensării neriguroase pe două etape care se folosește de obicei pentru rețelele analitice, ca mărimi intermediare este cel mai avantajos să se folosească unghiurile corectate prima dată.

Expunem la început teoria acestui procedeu, iar pe urmă arătăm folosirea lui pentru figurile tipice examinate în acest manual.

Presupunem că compensarea se face în două etape: în prima etapă se determină corecțiile prime după procedeul celor mai mici pătrate, iar în a doua etapă, corecțiile secunde după formulele în formă definitivă, în care corecțiile sînt exprimate direct prin termenii liberi ai ecuațiilor de condiție, adică:

$$V\xi_i = A'_i w'_a + B'_i w'_b + \ldots R'_i w'_r \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{V.7}$$

unde:

A'_i, B'_i .... R'_i — coeficienții stabiliți dinainte.

Pentru funcția (V.3) scriem

$$\Delta u = [f'\Delta\eta].$$

Întrucît

$$\eta_i = \xi_i + v_{\xi i},$$

atunci

$$\Delta\eta_i = \Delta\xi_i + v_{\xi_i}.$$

Din această cauză

$$\Delta u = [f'(\Delta\xi + v_\xi)] = [f'\Delta\xi] + [f'v_\xi].$$

Avînd în vedere (V.7) pentru termenul doi, obținem:

$$[f'_{V_\xi}] = q'_a w'_a + q'_b w'_b + \ldots + q'_r w'_r = [q'w'],$$

unde

$$q'_a = [A'f'], \quad q'_b = [B'f'], \ldots, q'_r = [R'f'].$$

Nu este greu de arătat că

$$\left.\begin{aligned} w'_a &= [a'\Delta\xi] \\ w'_b &= [b'\Delta\xi] \\ w'_r &= [r'\Delta\xi] \end{aligned}\right\}, \tag{V.8}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde a'_i, b'_i, ... r'_i — coeficienții ecuațiilor de condiție, care aparțin celei de-a doua etape a compensării.

Atunci

$$\Delta u = [f\Delta\xi], \tag{V.9}$$

unde

$$f_i = f'_i + a'_i\ q'_a + b'_i\ q'_b + \ldots + r'_i\ q'_r \tag{V.10}$$

sau

$$f_i = f'_i + a'_i\,[A'f'] + b'_i[B'f'] + \ldots + r'_i[R'f']. \tag{V.11}$$

Deducem formula pentru determinarea ponderii $\frac{1}{p_u}$. Mărimea intermediară ξ_i se obține după formula $\xi_i = l_i + v_i$ unde eroarea l_i — valoarea măsurată a mărimii corespunzătoare. Eroarea $\Delta\xi = \Delta_i + v_i$.

Din această cauză pe baza egalității (V.9) obținem

$$\Delta u = [f\Delta] + [fv]. \tag{V.12}$$

Introducînd expresia $v_i = a_i k_a + b_i k_b + \ldots + r_i k_r$ în $[fv]$,

aflăm:

$$[fv] = [af]\ k_a + [bf]\ k_b + \ldots + [rf]\ k_r. \tag{V.13}$$

Înmulțind membrii din stînga ai ecuațiilor normale a corelatelor:

$$\begin{aligned}
&[aa]\ k_a + [ab]\ k_b + \ldots + [ar]\ k_r + w_n = 0\\
&[ab]\ k_a + [bb]\ k_b + \ldots + [br]\ k_r + w_b = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&[ar]\ k_a + [br]\ k_b + \ldots + [rr]\ k_r + w_r = 0
\end{aligned}$$

corespunzător cu q_a, q_b, ... q_r (coeficienții nedeterminați), iar pe urmă adăugînd suma produselor obținute la partea din dreapta a egalității (V.13) și dînd în factor pe q_a, q_b, ... q_r în așa fel, ca:

$$\begin{aligned}
&[aa]\ q_a + [ab]\ q_b + \ldots + [ar]\ q_r + [af] = 0\\
&[ab]\ q_a + [bb]\ q_b + \ldots + [br]\ q_r + [bf] = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&[ar]\ q_a + [br]\ q_b + \ldots + [rr]\ q_r + [rf] = 0
\end{aligned}$$

obținem

$$[fv] = [qw]. \tag{V.14}$$

Însă nu este greu de arătat că

$$\begin{aligned}
w_a &= [a\Delta]\\
w_b &= [b\Delta]\\
&\ldots\ldots\\
w_r &= [r\Delta].
\end{aligned} \tag{V.15}$$

Scanned with OKEN Scanner

Atunci ţinîndu-se cont de (V.12), (V.14) şi (V.15) obţinem

$$\Delta u = [F\Delta], \tag{V.16}$$

unde:

$$F_i = f_i + a_i q_a = b_i q_b + \ldots + r_i q_r \ (i = 1, 2, \ldots n) \tag{V.17}$$

Ţinînd cont de (V.6) obţinem

$$\frac{1}{p_u} = [FF].$$

Calculul ponderii p_u se simplifică dacă $[FF]$ se va exprima prin coeficienţii $f_i\ a_i,\ b_i,\ \ldots\ r_i$, lucru care de obicei se face în manuale prin metoda celor mai mici pătrate. În acest caz ponderea se calculează cu formula:

$$\frac{1}{P_u} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf1]^2}{[bb1]} - \ldots - \frac{[rf\,(r-1)]^2}{[rr\,(r-1)]}. \tag{V.18}$$

Arătăm cum poate fi folosit procedeul expus la aprecierea preciziei celor mai simple figuri de triangulaţie, compensate prin metoda neriguroasă. Comparînd expresia corecţiei secunde cu formulele (V.1), (V.2) şi (V.7), găsim expresia pentru coeficienţi.

Pentru prima variantă

$$A'_{\varphi_\nu} = -A'_{\psi_\nu} = -\frac{\sigma}{[\sigma^2]}, \tag{V.19}$$

pentru a doua variantă

$$A'_{\varphi_\nu} = -A'_{\psi_\nu} = -\frac{1}{[\sigma[}. \tag{V.20}$$

Introducînd aceste expresii în formula (V.11) obţinem pentru ambele variante:

$$\begin{aligned} f_{\varphi_\nu} &= f'_{\varphi_\nu} - \delta_{\varphi_\nu} E \\ f_{\psi_\nu} &= f'_{\psi_\nu} + \delta_{\psi_\nu} E \\ f_{x_\nu} &= f'_{x_\nu}, \end{aligned} \tag{V.21}$$

unde pentru prima variantă

$$E = \frac{[\sigma (f'_\varphi - f'_\psi)]}{[\sigma^2]}, \tag{V.22}$$

iar pentru a doua variantă.

$$E = \frac{[f'_\varphi - f'_\psi]}{[\sigma]}. \tag{V.23}$$

Nu este greu de observat că în cazul sistemului de triangulaţie format din triunghiuri isoscele şi egale între ele ($\delta_{\varphi_\nu} = \delta_{\psi_\nu} = \delta$) mărimea E va fi una şi aceeaşi în cazul ambelor variante, prin urmare şi ponderile funcţiilor de apreciere vor fi la fel. Formulele scrise mai sus pentru f şi E sînt utile pentru aprecierea preciziei oricărei figuri de triangulaţie, compensată prin

Scanned with OKEN Scanner

procedeul neriguros arătat la § 1. Modul cum se obţin formulele de lucru privind aprecierea preciziei pentru una din figurile concrete de triangulaţie tipice se va arăta în exemplul lanţului de triangulaţie.

Lanţul de triangulaţie dintre latură şi bază (neorientat)

Considerăm că corecţiile prime ale unghiurilor au fost obţinute din compensarea condiţiilor de figură. În calitate de funcţii intermediare luăm unghiurile corectate prima dată. Atunci nu este greu de arătat că formula (V.18) capătă forma:

$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N}[f]_\nu^2, \qquad (V.24)$$

unde $[f]_\nu$ — suma f pentru fiecare triunghi, iar mărimile f se determină după formulele (V.21).

Aflăm inversurile ponderii $\frac{1}{p_{a_k}}$ şi $\frac{1}{p_{\lg S_k}}$ pentru calculul lui $\frac{1}{p_{a_k}}$ scriem funcţia de pondere:

$$\Delta_{a_k} = -\Delta'_{\chi_1} + \Delta'_{\chi_2} - \ldots \pm \Delta'_{\chi_k}.$$

Acestei funcţii îi corespund:

$$f'_{\varphi_\nu} = f'_{\psi_\nu} = 0 \quad (\nu = 1, 2, \ldots, N)$$

$f'_{\chi_\nu} = (-1)^\nu$ pentru $\nu = 1, 2, \ldots, k$; $f'_{\chi_\nu} = 0$ pentru $\nu = k+1, k+2, \ldots N$.

Pe baza formulei (V.21) obţinem:

$f_{\varphi_\nu} = f_{\Psi_\nu} = 0$ $(\nu = 1, 2, \ldots, N)$, $f_{\chi_\nu} = (-1)^\nu$ pentru $\nu = 1, 2, \ldots, k$; $f_{\chi_\nu} = 0$ pentru $\nu = k+1, k+2, \ldots, N$.

Introducînd valorile f_{φ_ν}, f_{ψ_ν}, f_{χ_ν} în formula (V.24) găsim:

$$\frac{1}{p_{a_k}} = \frac{2}{3}k. \qquad (V.25)$$

Pentru determinarea lui $\frac{1}{p_{\lg s_k}}$ scriem funcţia pondere

$$\Delta \lg s_k = [\delta_\varphi \Delta_\varphi - \delta_\psi \Delta_\psi]_1^k$$

Pentru această funcţie

$$f'_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}, \quad f'_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}, \quad f'_{\chi_\nu} = 0 \quad \text{pentru } \nu = 1, 2, \ldots, k$$
$$f'_{\varphi_\nu} = 0, \quad f'_{\psi_\nu} = 0, \quad f'_{\chi_\nu} = 0 \quad \text{pentru } \nu = k+1, k+2, \ldots, N.$$

Pe baza formulelor (V.21) obţinem

$f_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}(1-E)$, $f_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}(1-E)$, $f_{\chi_\nu} = 0$ pentru $\nu = 1, 2, \ldots, k$;

$f_{\varphi_\nu} = -\delta_\varphi E$, $f_{\psi_\nu} = \delta_{\psi_\nu} E$, $f_{\chi_\nu} = 0$ pentru $\nu = k+1, k+2, \ldots N$.

Scanned with OKEN Scanner

Introducînd expresiile f_{φ_ν}, f_{ψ_ν}, f_{χ_ν} în formula (V.24), obținem:

$$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\left\{(1-E)^2 \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu + E^2 \sum_{\nu=k+1}^{N} R_\nu\right\}, \qquad \text{(V.26)}$$

unde pentru prima variantă

$$E = \frac{[\sigma^2]_1^k}{[\sigma^2]}, \qquad \left([\sigma^2]_1^k = \sum_{\nu=1}^{k} \sigma_\nu^2\right),$$

iar pentru a doua variantă:

$$E = \frac{[\sigma]_1^k}{[\sigma]}.$$

În cazul triunghiurilor isoscele și egale între ele, cînd $\delta_{\varphi_\nu} = \delta_{\psi_\nu} = \delta$ (pentru $\nu = 1, 2, \ldots, N$).

$$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = 2\frac{k(N-k)}{N}\delta^2. \qquad \text{(V.27)}$$

Pentru alte figuri simple, formulele privind aprecierea preciziei se obțin în mod analog, din această cauză pentru unele din ele dăm formulele în forma definitivă (tabelul 26).

Tabelul 26

Centralizarea formulelor privind aprecierea preciziei figurilor de triangulație simple compensate prin procedeul riguros (primul)

Funcția pondere și derivatele ei parțiale	Inversul ponderii
1	2

Pentru toate figurile

$$f_{\varphi_\nu} = f'_{\varphi_\nu} - \delta_{\varphi_\nu} E, \quad f_{\psi_\nu} = f'_{\psi_\nu} + \delta_{\psi_\nu} E, \quad f_{\chi_\nu} = f'_{\chi_\nu} \; (\nu = 1,2,\ldots,N),$$

unde

pentru prima variantă

$$E = \frac{[\sigma(f'_\varphi - f'_\psi)]}{[\sigma^2]},$$

pentru a doua

$$E = \frac{[f'_\varphi - f'_\psi]}{[\sigma]}.$$

Pentru patrat în cazul ambelor variante

$$E = \frac{[f'_\varphi - f'_\psi]}{8\delta_{45^\circ}}$$

și

$$f_{\varphi_\nu} = f'_{\varphi_\nu} - \frac{1}{8}[f'_\varphi - f'_\psi],$$

$$f_{\psi_\nu} = f'_{\psi_\nu} + \frac{1}{8}[f'_\varphi - f'_\psi].$$

Scanned with OKEN Scanner

1	2

1. Lanțul triunghiurilor dintre latură și bază

Aspectul general al funcției $u = F(\varphi_1, \psi_1, \chi_1, \varphi_2, \psi_2, \chi_2, \ldots, \varphi_N, \psi_N, \chi_N)$. Derivatele ei parțiale $f'_{\varphi_\nu}, f'_{\psi_\nu}, f'_{\chi_\nu}$ $(\nu = 1, 2, \ldots, N)$	$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2,$$ unde $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$ [f — se determină după formula (V.21)].
Unghiul de orientare al laturii de legătură k. $\alpha_k = \alpha_a \pm \chi_1 \mp \chi_2 \pm \ldots \mp (-1)^k \chi_k \pm \pm 180°$; $f'_{\chi_\nu} = \mp(-1)^\nu$ $(\nu = 1, 2, \ldots, k)$	$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3}k$$
Logaritmul laturii de legătură k $\lg s_k = \lg \frac{AB \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \ldots \sin\varphi_k}{\sin\psi_1 \sin\psi_2 \ldots \sin\psi_k}$; $f'_{\varphi_\nu} = \delta_{\varphi_\nu}$; $f'_{\psi_\nu} = -\delta_{\psi_\nu}$ $(\nu = 1, 2, \ldots, k)$	$$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\left\{(1-E)^2 \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu + E^2 \sum_{\nu=k+1}^{N} R_\nu\right\},$$ unde pentru prima variantă $$E = \frac{[\sigma^2]_1^k}{[\sigma^2]},$$ pentru a doua $$E = \frac{[\sigma]_1^k}{]\sigma]}$$

2. Sistemul central (AB — latura de bază)

Aspectul general al funcției	$$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{3}\sum_{\nu=1}^{N} g_\nu^2 - \frac{1}{6N}\left\{\sum_{\nu=1}^{N}(g_\nu - 3f_{\chi_\nu})\right\}^2$$ unde f se determină după formula (V.21), iar $g_\nu = f_{\varphi_\nu} + f_{\psi_\nu} + f_{\chi_\nu}$
Unghiul de orientare al laturii de legătură k. $\alpha_k = \alpha_a + \chi_1 + \chi_2 + \ldots + \chi_k$; $f_{\chi_\nu} = 1$ $(\nu = 1, 2, \ldots, k)$	$$\frac{1}{p_{\alpha_k}} = \frac{2}{3}k\left(1 - \frac{k}{N}\right).$$

Scanned with OKEN Scanner

Continuare la tabelul 26

1	2
Logaritmul laturii de legătură k (la fel ca și pentru lanțul de triangulație)	$\frac{1}{p_{\lg s_k}} = \frac{2}{3}\left\{(1-E)^2 \sum_{\nu=1}^{k} R_\nu + E^2 \sum_{\nu=k+1}^{N} R_\nu\right\} - \frac{1}{6N}\left\{(1-E)\sum_{\nu=1}^{k}(\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu}) - E\sum_{\nu=k+1}^{N}(\delta_{\varphi_\nu} - \delta_{\psi_\nu})\right\}^2,$ unde pentru prima variantă $E = \frac{[\sigma^2]_1^k}{[\sigma^2]}$, pentru a doua $E = \frac{[\sigma]_1^k}{[\sigma]}$. În cazul triunghiurilor isoscele și egale între ele, cînd: $\delta_{\varphi_\nu} = \delta_{\psi_\nu}$ $(\nu = 1, 2, \ldots, N)$, $\frac{1}{p_{\lg s_k}} = 2\frac{k(N-k)}{N}$.
3. Patrulaterul geodezic (latura de bază AB)	
Aspectul general al funcției $u = F(\varphi_1, \psi_1, \varphi_2, \psi_2, \varphi_3, \psi_3, \varphi_4, \psi_4)$; f'_{φ_ν}, f'_{ψ_ν} $(\nu = 1, 2, 3, 4)$	$\frac{1}{p_u} = [ff] - \frac{1}{4}\left\{(f_{\varphi_1} + f_{\psi_1} - f_{\varphi_3} - f_{\psi_3})^2 + (f_{\psi_2} + f_{\psi_2} - f_{\varphi_4} - f_{\psi_4})^2\right\} - \frac{1}{8}[f]^2$, unde f_{φ_ν}, f_{ψ_ν} — se determină după formulele (V.21). Cazurile particulare ale acestei formule nu se mai dau, deoarece nu sînt mai simple. Notăm ponderea oricăreia din mărimile care se referă la patrulaterul geodezic și care are forma unui pătrat dat prin p pătrat.
$(AI) = (AB) - \psi_1 - \varphi_2$; $f'_{\psi_1} = f'_{\varphi_2} = -1$	$p\ \text{pătrat}_{(AI)} = 1$
$\lg AI = \lg \frac{AB \sin \varphi_1}{\sin \psi_2}$; $f'_{\varphi_1} = \delta_{\varphi_1}$, $f'_{\psi_2} = -\delta_{\psi_2}$	$\frac{1}{p\ \text{pătrat}_{\lg AI}} = \delta^2_{15^\circ}$

Continuare la tabelul 26

1	2
$(AII) = (AB) - \psi_1$; $f'_{\psi_1} = -1$	$p^{\text{pătrat}}_{(AII)} = 2$
$\lg AII = \lg \frac{AB \sin(\varphi_1 + \psi_4)}{\sin \varphi_4}$; $f'_{\varphi_1} = f'_{\varphi_4} = \delta_{\varphi_1+\psi_4}$, $f'_{\varphi_4} = -\delta_{\varphi_4}$	$\frac{1}{p^{\text{pătrat}}_{\lg AII}} = \frac{1}{2}\delta^2_{45°}$
$(I - II) = (AB) + \varphi_1 - \varphi_3$; $f'_{\varphi_1} = 1$, $f'_{\varphi_3} = -1$	$p^{\text{pătrat}}_{(I-II)} = 1$
$\lg I - II = \lg \frac{AB \sin(\varphi_1 + \psi_4) \sin \varphi_2}{\sin \varphi_4 \sin(\psi_2 + \varphi_3)}$ $f'_{\varphi_1} = f'_{\psi_4} = \delta_{\varphi_1+\psi_4}$, $f'_{\varphi_2} = \delta_{\varphi_2}$, $f'_{\varphi_3} = f'_{\psi_2} = -\delta_{\psi_2+\varphi_3}$, $f'_{\varphi_4} = -\delta_{\varphi_4}$	$\frac{1}{p^{\text{pătrat}}_{\lg I-II}} = \delta^2_{45°}$

4. Patrulaterul geodezic (diagonala fixă AB)

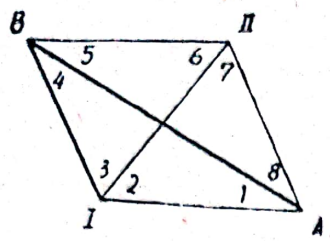
La fel ca și la punctul 3.	La fel ca și la punctul 3.
$(AI) = (AB) - \varphi_1$; $f'_{\varphi_1} = -1$	$p^{\text{pătrat}}_{(AI)} = 2$
$\lg AI = \lg \frac{AB \sin \psi_2}{\sin(\psi_1 + \varphi_2)}$; $f'_{\psi_1} = f'_{\varphi_2} = -\delta_{\psi_1+\varphi_2}$, $f'_{\psi_2} = -\delta_{\psi_2}$	$\frac{1}{p^{\text{pătrat}}_{\lg AI}} = \frac{1}{2}\delta^2_{45°}$
$I - II) = (AB) - \varphi_1 - \psi_1$; $f'_{\varphi_1} = f'_{\psi_1} = -1$	$p_{(I-II)} = 2$
$\lg I - II = \lg \frac{AB \sin \psi_2 \sin(\varphi_1 + \psi_4)}{\sin(\psi_1 + \varphi_2) \sin \varphi_4}$; $f'_{\varphi_1} = f'_{\psi_4} = \delta_{\varphi_1+\psi_4}$, $f'_{\psi_1} = f'_{\varphi_2} = -\delta_{\psi_1+\varphi_2}$; $f'_{\psi_2} = \delta_{\psi_2}$, $f'_{\varphi_4} = -\delta_{\varphi_4}$	$\frac{1}{p^{\text{pătrat}}_{\lg I-II}} = \frac{1}{2}\delta^2_{45°}$

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul ....

Exemplul 29 **Compensarea**

Punctele ce se



1. *Date*

Punctele	Ordinul	Coordo-
		x
A	4	6 107 248,61
B	4	1 108 764,81

2. *Calculul corecțiilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor corectate	Corecțiile secunde $x:-x$
1	30°04′55″	$-\frac{1}{4}w_1+u$	−2″	53″	+1″
2	63 09 59	„	−3	56	−1
3	62 51 06	$-\frac{1}{4}w_1-u$	0	06	+1
4	23 54 06	„	−1	05	−1
	180 00 06		−6	0	0
	$w_1=+6''$				
5	30 01 30	$-\frac{1}{4}w_2-u$	+3	33	+1
6	63 13 12	„	+4	16	−1
7	53 09 15	$-\frac{1}{4}w_2+u$	+1	16	+1
8	33 35 54	„	+1	55	−1
	179 59 51		+9	0	0
	$w_2=-9''$				

$3+4+5+6=179°59'54''$; $w_3=-6''$ $\quad u=\frac{w_3-w_4}{8}=-1''$; $\quad x=-\frac{w}{[\sigma]}=+1'',3$

$1+2+7+8=180°00'03''$. $w_4=+3''$ $\quad$ Controlul: $v'_3+v'_4+v'_5+v'_6=-w_3=+6''$.

3. *Calculul termenului liber al ecuației de pol*

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare	
1	9.700 037	+3,6	2	9.950 518	+1,1	$\sigma_1=\delta_1+\delta_2$	+4,7
3	9.949 306	+1,1	4	9.607 631	+4,8	$\sigma_2=\delta_3+\delta_4$	+5,9
5	9.699 309	+3,6	6	9.950 741	+1,1	$\sigma_3=\delta_5+\delta_6$	+4,7
7	9.903 228	+1,6	8	9.743 017	+3,2	$\sigma_4=\delta_7+\delta_8$	+4,8

$\Sigma_1=9.251\ 880$ $\quad \Sigma_2=9.251\ 907$ $\quad [\sigma]=+20,1$

$w=\Sigma_1-\Sigma_2=-27$

Scanned with OKEN Scanner

figurii 43
determină I. II
inițiale

nate		Unghiurile de orientare	Latura
	y		
	5 570 286,23	313°18′43″,1	2 210,30
	5 568 677,95		

4. *Rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Latura
1	30°04′54″	0,501 234	1 369,71
2+3	126 01 02	0,808 840	2 210,30
4	23 54 04	0,405 160	1 107,17
	180 00 00		
5	30 01 34	0,500 395	1 234,54
6+7	116 22 32	0,895 902	2 210,30
8	33 35 54	0,553 365	1 365,22
	180 00 00		
3	62 51 07	0,889 830	1 365,22
4+5	53 55 38	0,808 269	1 240,09
6	63 13 15	0,892 750	1 369,70
	180 00 00		

5. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B	A	B
	I		II	
α_0	313°18′43″	113°18′43″	313°18′43″	133°18′43″
	—	+	+	—
<	30 04 54	23 54 04	33 35 54	30 01 34
α	283 13 49	157 12 47	346 54 37	103 17 09
x	6 107 502,00	6 107 502,01	6 108 451,07	6 108 451,07
x_0	6 107 248,61	6 108 764,81	6 107 248,61	6 108 764,81
Δx	+253,39	−1 262,80	+1 202,46	−313,74
cos α	0,228 865	0,921 951	0,974 017	0,229 809
s	1 107,17	1 369,70	1 234,54	1 365,22
sin α	0,973 458	0,387 306	0,226 476	0,973 236
Δy	−1 077,78	+530,49	−279,59	+1 328,68
y_0	5 570 286,23	5 568 677,95	5 570 286,23	5 568 677,95
y	5 569 208,45	5 569 208,44	5 570 006,64	5 570 006,63

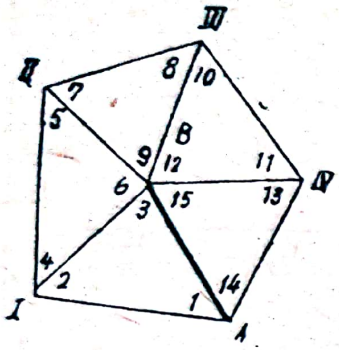
Mediile $x = 6\,107\,502{,}00$ $y = 5\,569\,208{,}44$ $x = 6\,108\,451{,}07$ $y = 5\,570\,006{,}64$

Calculat_____

"____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 30. **Compensarea figurii 44.** Punctele ce se determină I, II, III, IV

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Latura
		x	y		
A	4	6 107 563,81	5 571 684,52	320°47′28″,1	2 507,20
B	4	6 109 706,77	5 570 099,60		

2. Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor măsurate	Corecțiile secunde $x;-x$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	49°34′20″	$-1/3\,w_1+u$	−2″	18″	−1″	49°34′17″	0,761 214	2 182,82
2	60 57 59		−2	57	+1	60 57 58	0,874 333	2 507,20
3	69 27 47	,, $-1/3\,w_1-2u$	−2	45	—	69 27 45	0,936 442	2 685,30
	180 00 06	$w_1=+6''$	−6	0	0	180 00 00		
4	49 41 04	$-1/3\,w_2+u$	−1	03	−1	49 41 02	0,762 486	1 994,51
5	56 33 40		−1	39	+1	56 33 40	0,834 474	2 182,82
6	73 45 20	,, $-1/3\,w_2-2u$	−2	18	—	73 45 18	0,960 074	2 511,36
	180 00 04	$w_2=+4''$	−4	0	0	180 00 00		
7	53 35 03	$-1/3\,w_3+u$	+2	05	−1	53 35 04	0,804 733	1 917,29
8	56 50 21		+2	23	+1	56 50 24	0,837 146	1 994,51
9	69 34 30	,, $-1/3w_3-2u$	+2	32	—	69 34 32	0,937 133	2 232,73
	179 59 54	$w_3=-6''$	+6	0	0	180 00 00		
10	47 32 51	$-1/3\,w_4+u$	0	51	−1	47 32 50	0,737 834	2 299,19
11	37 58 19		0	19	+1	37 58 20	0,615 279	1 917,29
12	94 28 49	,, $-1/3w_4-2u$	+1	50	—	94 28 50	0,996 944	3 106,61
	179 59 59	$w_4=-1''$	+1	0	0	180 00 00		
13	68 37 38	$-1/3w_5+u$	+2	40	−1	68 37 39	0,931 231	2 507,20
14	58 38 43		+2	45	+1	58 38 46	0,853 970	2 299,19
15	52 43 34	,, $-1/3w_5-2u$	+1	35	—	52 43 35	0,795 753	2 142,45
	179 59 55	$w_5=-5''$	+5	0	0	180 00 00		

Scanned with OKEN Scanner

$w_g = 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + \ldots - 360° = 0''$;

$2u = \frac{1}{N}\left(w_g - \frac{1}{3}\sum_{1}^{N} w_k\right) = 0''; u = 0''$

$x = -\frac{w}{[\sigma]} = -1'',0$; N — numărul triunghiurilor

Controlul: $v'_3 + v'_6 + v'_9 + v'_{12} + v''_{15} + \ldots = -w_g = -0''$.

3. Calculul termenului liber al ecuației de pol

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile ajutătoare	
1	9.881 509	+1,8	2	9.941 676	+1,2	$\sigma_1 = \delta_1 + \sigma_2$	+ 3,0
4	9.882 234	+1,8	5	9.921 411	+1,4	$\sigma_2 = \delta_4 + \delta_5$	+ 3,2
7	9.905 653	+1,6	8	9.922 800	+1,4	$\sigma_3 = \delta_7 + \delta_8$	+ 3,0
10	9.867 960	+1,9	11	9.789 070	+2,7	$\sigma_4 = \delta_{10} + \delta_{11}$	+ 4,6
13	9.969 058	+0,8	14	9.931 441	+1,3	$\sigma_5 = \sigma_{13} + \delta_{14}$	+ 2,1
	$\Sigma_1 = 9.506\ 414$			$\Sigma_2 = 9.506\ 398$			$[\sigma] = +15,9$

$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +16$

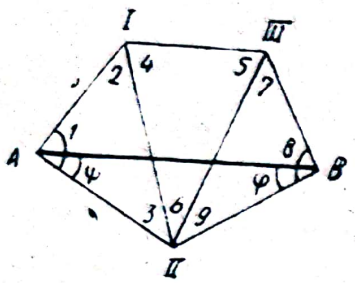
4. Calculul coordonatelor

Elementele formulei	A	I	II	III	IV
	I	II	III	IV	A
α_0	320°47'28"	91°13'11"	160°34'11"	230°25'27"	306°02'13"
—	—	—	—	—	—
$<$	49 34 17	110 39 00	110 08 44	104 23 14	106 35 59
α	271 13 11	340 34 11	50 25 27	126 02 13	199 26 14
x	6 107 620,97	6 109 989,30	6 111 411,77	6 109 584,13	6 107 563,78
x_0	6 107 563,81	6 107 620,97	6 109 989,30	6 111 411,77	6 109 584,13
Δx	+57,16	+2 368,33	+1 422,47	−1 827,64	−2 020,35
cos α	0,021 287	0,943 047	0,637 099	0,588 307	0,943 007
s	2 685,30	2 511,36	2 232,73	3 106,61	2 142,45
sin α	0,999 774	0,332 659	0,770 782	0,808 638	0,332 774
Δy	−2 684,69	− 835,43	+1 720,95	+2 512,12	− 712,95
y_0	5 571 684,52	5 568 999,83	5 568 164,40	5 569 885,35	5 572 397,47
y	5 568 999,83	5 568 164,40	5 569 885,35	5 572 397,47	5 571 684,52

Calculat _____ „_____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 31. **Compensarea figurii 45.**

Punctele ce se determină I, II, III — Rețeaua analitică

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Latura
		x	y		
A	4	6 107 323,41	5 570 678,30	89°12′35″,6	2 180,47
B	4	6 107 353,48	5 572 858,56		

2. Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime v'		Secundele unghiurilor măsurate	Corecțiile secunde v''		Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	68°27′27″	$-{}^1/_3 w_1+u$	−4″	23″	$\sigma_1 k$	0″	68°27′23″	0,930 138	1 386,15
2	58 39 28	″	−4	24	$-\sigma_1 k$	0	58 39 24	0,854 066	1 272,78
3	52 53 14	$-{}^1/_3 w_1-2u$	−1	13	—	—	52 53 13	0,797 447	1 188,40
	180 00 09	$w_1=+9''$	−9	0			180 00 00		
4	66 30 49	$-{}^1/_3 w_2+u$	0	49	$\sigma_2 k$	0	66 30 49	0,917 155	1 429,58
5	62 47 04	″	0	04	$-\sigma_2 k$	0	62 47 04	0,889 292	1 386,15
6	50 42 04	$-{}^1/_3 w_2-2u$	+3	07	—	—	50 42 07	0,773 862	1 206,23
	179 59 57	$w_2=-3''$	+3	0			180 00 00		
7	45 38 48	$-{}^1/_3 w_3+u$	+1	49	$\sigma_3 k$	0	45 38 49	0,715 046	1 026,34
8	95 08 12	″	+1	13	$-\sigma_3 k$	0	95 08 13	0,995 984	1 429,58
9	39 12 54	$-{}^1/_3 w_3-2u$	+4	58	—	—	39 12 58	0,632 247	907,49
	179 59 54	$w_3=-6''$	+6	0			180 00 00		
φ	20 39 42	$-3u$	+ 3	45	$\sigma_4 k$	+2	20 39 47	0,352 871	1 272,77
ψ	16 31 54	$-3u$	+ 3	57	$-\sigma_4 k$	−2	16 31 55	0,284 550	1 026,34
3+6+9	142 48 12	$v'_3+v'_6+v'_9$	+ 6	18	—	—	142 48 18	0,604 530	2 180,47
	179 59 48	$w_4=-12''$	+12	0			180 00 00		

$$2u=\frac{1}{18}\left(3w_4-\sum_1^3 w_\nu\right)=-2''; \quad u=-1''; \qquad k=-\frac{w}{[\sigma^2]}=+0,17$$

Scanned with OKEN Scanner

3. Calculul termenului liber al ecuației de condiție de latură

Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare σ	
1	9.968 548	+0,8	2	9.931 491	+1,3	$\sigma_1 = \delta_1 + \delta_2$	+ 2,1
4	9.962 442	+0,9	5	9.949 044	+1,1	$\sigma_2 = \delta_4 + \delta_5$	+ 2,0
7	9.854 334	+2,1	8	9.998 252	−0,2	$\sigma_3 = \delta_7 + \delta_8$	+ 1,9
φ	9.547 606	+5,6	ψ	9.454 173	+7,1	$\sigma_4 = \delta_\varphi + \delta_\psi$	+12,7
	Σ_1=9.332 930			Σ_2=9,332 960			$[\sigma^2]$=173

$$\omega = \Sigma_1 - \Sigma_2 = -30.$$

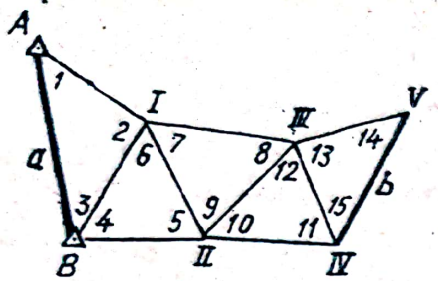
4. Calculul coordonatelor

Elementele formulei	A	I	II	III
	I	II	III	B
α_0	89°12′36″	217°17′08″	338°37′44″	209°19′51″
	−	−	+	−
<	51 55 28	58 39 24	50 42 07	45 38 49
α	37 17 08	158 37 44	29 19 51	163 41 02
x	6 108 268,93	6 106 978,08	6 108 224,40	6 107 353,46
x_0	6 107 323,41	6 108 268,92	6 106 978,08	6 108 224,40
Δx	+ 945,52	−1 290,84	+1 246,32	− 870,94
cos α	0,795 626	0,931 240	0,871 806	0,959 727
s	1 188,40	1 386,15	1 429,58	907,49
sin α	0,605 788	0,364 407	0,489 851	0,280 937
Δy	+ 719,92	+ 505,12	+ 700,28	+ 254,95
y_0	5 570 678,30	5 571 398,22	5 571 903,34	5 572 603,62
y	5 571 398,22	5 571 903,34	5 572 603,62	5 572 858,57

Calculat _____ „ „_____19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul



Exemplul 32. **Compensarea figurii 46.**
Punctele ce se determină I, II, III, IV, V — Rețeaua analitică

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82	150°45′00″,2	2 120,50
B	4	6 114 532,27	5 571 329,94		
IV—V					1 493,56

2. Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime $v'_i = -\frac{1}{3} w_k$	Secundele unghiurilor corectate	Corecțiile secunde $x; -x$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	— 4″	02″	—2″	30°42′00″	0,510 543	1 083,19
2	91 52 44	— 4	40	+2	91 52 42	0,999 463	2 120,50
3	57 25 22	— 4	18	—	57 25 18	0,842 656	1 787,81
$w_1 = +$ 12″	180 00 12	—12	0	0	180 00 00		
4	53 21 43	+ 3	46	—2	53 21 44	0,802 425	959,11
5	64 59 20	+ 3	23	+2	64 59 25	0,906 236	1 083,19
6	61 38 48	+ 3	51	—	61 38 51	0,880 042	1 051,88
$w_2 = -$ 9″	179 59 51	+ 9	0	0	180 00 00		
7	60 33 22	— 1	21	—2	60 33 19	0,870 831	1 259,17
8	41 33 10	— 1	09	+2	41 33 11	0,663 314	959,11
9	77 53 31	— 1	30	—	77 53 30	0,977 753	1 413,77
$w_3 = +$ 3″	180 00 03	— 3	0	0	180 00 00		
10	43 29 43	0	43	—2	43 29 41	0,688 288	978,53
11	62 20 08	+ 1	09	+2	62 20 11	0,885 688	1 259,17
12	74 10 07	+ 1	08	—	74 10 08	0,962 070	1 367,76
$w_4 = -$ 2″	179 59 58	+ 2	0	0	180 00 00		
13	94 08 51	+ 1	52	—2	94 08 50	0,997 382	1 493,56
14	40 48 04	0	04	+2	40 48 06	0,653 443	978,52
15	45 03 03	+ 1	04	—	45 03 04	0,707 738	1 059,82
$w_5 = -$ 2″	179 59 58	+ 2	0	0	180 00 00		

$$x = -\frac{w}{[\sigma]} = -1{,}9$$

Scanned with OKEN Scanner

3. Calculul termenului liber al ecuației de acord bază

Nr. unghiurilor	Logaritmii laturii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii laturii sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile auxiliare σ	
a	3.326 438		*b*	3.174 223			
1	9.708 039	+3,5	2	9.999 767	−0,1	$\sigma_1 = \delta_1 + \delta_2$	+3,4
4	9.904 407	+1,6	5	9.957 239	+1,0	$\sigma_2 = \delta_4 + \delta_5$	+2,6
7	9.939 936	+1,2	8	9.821 714	+2,4	$\sigma_3 = \delta_7 + \delta_8$	+3,6
10	9.837 774	+2,2	11	9.947 279	+1,1	$\sigma_4 = \delta_{10} + \delta_{11}$	+3,3
13	9.998 861	−0,2	14	9.815 203	+2,4	$\sigma_5 = \delta_{13} + \delta_{14}$	+2,2
	$\Sigma_1 = 2{,}715\ 455$			$\Sigma_2 = 2{,}715\ 425$			$[\sigma] = +16{,}1$

$$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +30$$

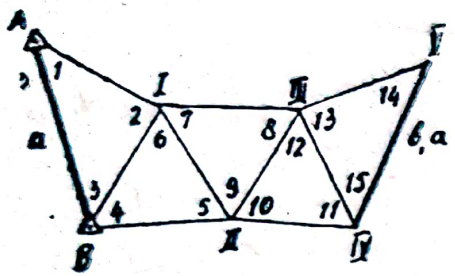
4. Calculul coordonatelor

Elementele formulei	A	I	III	V	IV	II
	I	III	V	IV	II	*B*
α_0	150°45′00″	300°03′00″	265°58′08″	236°05′59″	15°17′53″	87°54′38″
	—	—	—	—	—	—
$\prec$	30 42 00	214 04 52	209 52 09	40 48 06	107 23 15	186 22 36
α	120 03 00	85 58 08	56 05 59	195 17 53	267 54 38	261 32 02
x	6 115 487,14	6 115 586,53	6 116 177,64	6 114 737,00	6 114 687,13	6 114 532,27
x_0	6 116 382,40	6 115 487,14	6 115 586,53	6 116 177,64	6 114 737,00	6 114 687,13
Δx	−895,26	+99,39	+591,11	−1 440,64	− 49,87	−154,86
cos α	0,500 756	0,070 298	0,557 749	0,964 566	0,036 460	0,147 224
s	1 787,81	1 413,77	1 059,82	1 493,56	1 367,76	1 051,88
sin α	0,865 589	0,997 526	0,830 009	0,263 840	0,999 335	0,989 103
Δy	+1 547,51	+1 410,27	+879,66	−394,06	−1 366,85	−1 040,42
y_0	5 570 293,82	5 571 841,33	5 573 251,60	5 574 131,26	5 573 737,20	5 572 370,35
y	5 571 841,33	5 573 251,60	5 574 131,26	5 573 737,20	5 572 370,35	5 571 329,93

Calculat _____ „____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 33. **Compensarea figurii 47.** Reţeaua analitică
Punctele ce se determină I, II, III, IV, V

1. *Date iniţiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82	150°45′00″,2	2 120,50
B	4	6 114 532,27	5 571 329,94		
IV—V				15 18 13	1 493,56

2. Calculul corecţiilor şi rezolvarea triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile prime v'		Secundele unghiurilor corectate	Corecţiile secunde $x;-x$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	$-\frac{1}{3}w_1+u$	−6″	00″	−2″	30°41′58″	0,510,535	1 083,17
2	91 52 44	„	−6	38	+2	91 52 40	0,999 463	2 120,50
3	57 25 22	$-\frac{1}{3}w_1-2u$	0	22	—	57 25 22	0,842 666	1 787,83
	180 00 12	$w_1=+12''$	−12	00	0	180 00 00		
4	53 21 43	$-\frac{1}{3}w_2-u$	+ 5	48	−2	53 21 46	0,802 430	959,09
5	64 59 20	„	+ 5	25	+2	64 59 27	0,906 240	1 083,17
6	61 38 48	$-\frac{1}{3}w_2+2u$	− 1	47	—	61 38 47	0,880 033	1 051,85
	179 59 51	$w_2=-9''$	+ 9	00	0	180 00 00		
7	60 33 22	$-\frac{1}{3}w_3+u$	− 3	19	−2	60 33 17	0,870 826	1 259,15
8	41 33 10	„	− 3	07	+2	41 33 09	0,663 306	959,09
9	77 53 31	$-\frac{1}{3}w_3-2u$	+3	34	—	77 53 34	0,977 757	1 413,76
	180 00 03	$w_3=+3''$	− 3	00	0	180 00 00		

Scanned with OKEN Scanner

10	43 29 43	$-\frac{1}{3}w_4-u$	+2	45	−2	43 29 43	0,688 295	978,52
11	62 20 08	„	+3	11	+2	62 20 13	0,885 693	1 259,15
12	74 10 07	$-\frac{1}{3}w_4+2u$	−3	04	—	74 10 04	0,962 065	1 367,72
	179 59 58							
		$w_4=-2''$	+2	00	0	180 00 00		
13	94 08 51	$-\frac{1}{3}w_5+u$	−2	49	−2	94 08 47	0,997 383	1 493,56
14	40 48 04	„	−1	03	+2	40 48 05	0,653 439	978,51
15	45 03 03	$-\frac{1}{3}w_5-2u$	+5	08	—	45 03 08	0,707 751	1 059,84
	179 59 58	$w_5=-2''$	+2	00	0	180 00 00		

$w_\alpha=(AB)+3-6+9-12+15-\ldots-180°-\alpha=-12''$; $x=-\frac{w}{[\sigma]}=-2'',0$,

$2u=\frac{1}{N}\left[w_\alpha-\frac{1}{3}(w_1-w_2+w_3-w_4+w_5-\ldots)\right]=-4''$; $u=-2''$; N — numărul de triunghiuri

Controlul: $v'_3-v'_6+v'_9-v'_{12}+v'_{15}-\ldots=-w_\alpha=+12''$;

3. *Calculul termenului liber al ecuației de acord bază*

Nr. unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Nr. unghiurilor	Logaritmii laturilor și sinusurilor unghiurilor corectate	δ	Mărimile corectate σ	
a	3.326 438		*b*	3.174 223			
1	9.708 032	+3,5	2	9.999 767	−0,1	$\sigma_1=\delta_1+\delta_2$	+3,4
4	9.904 410	+1,6	5	9.957 241	+1,0	$\sigma_2=\delta_4+\delta_5$	+2,6
7	9.939 934	+1,2	8	9.821 709	+2,4	$\sigma_3=\delta_7+\delta_8$	+3,6
10	9.837 779	+2,2	11	9.947 281	+1,1	$\sigma_4=\delta_{10}+\delta_{11}$	+3,3
13	9.998 861	−0,2	14	9.815 200	+2,4	$\sigma_5=\delta_{13}+\delta_{14}$	+2,2
	$\Sigma_1 = 2.715\ 454$			$\Sigma_2 = 2.715\ 421$			$[\sigma]=+16,1$

$$w = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +33$$

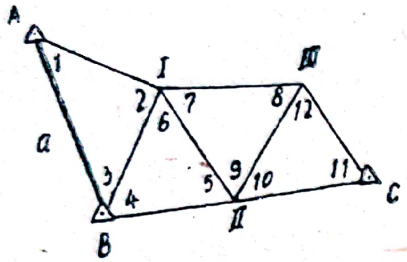
4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	I	III	V	IV	II
	I	III	V	IV	II	B
α_0	150°45″00″	300°03″02″	265°58′18″	236°06′18″	15°18′13″	87°54′52″
$\pm$	30 41 58	214 04 44	209 52 00	40 48 05	107 23 21	186 22 44
α	120 03 02	85 58 18	56 06 18	195 18 13	267 54 52	261 32 08
x	6 115 487,12	6 115 586,44	6 116 177,47	6 114 736,87	6 114 687,10	6 114 532,27
x_0	6 116 382,40	6 115 487,12	6 115 586,44	6 116 177,47	6 114 736,87	6 114 687,10
Δx	−895,28	+ 99,32	+ 591,03	−1 440,60	− 49,77	−154,83
cos α	0,500 764	0,070 250	0,557 657	0,964 541	0,036 391	0,147 196
s	1 787,83	1 413,76	1 059,84	1 493,56	1 367,72	1 051,85
sin α	0,865 584	0,997 529	0,830 061	0,263 934	0,999 337	0,989 108
Δy	+1 547,52	+1 410,27	+879,73	− 394,20	−1 366,81	−1 040,39
y_0	5 570 293,82	5 571 841,34	5 573 251,61	5 574 131,34	5 573 737,14	5 572 370,33
y	5 571 841,34	5 573 251,61	5 574 131,34	5 573 737,14	5 572 370,33	5 571 329,94

Calculat_____ „_____" 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 34. **Compensarea figurii 48.** Punctele ce se determină I, II, III Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 114 532,27	5 571 329,94	150°45′00″,2	2 120,50
C	4	6 114 737,33	5 573 737,42		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile $v_i=-\frac{1}{3}w_k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	— 4″	30°42″02″	0,510 551	1 083,20
2	91 52 44	— 4	91 52 40	0,999 463	2 120,50
3	57 25 22	— 4	57 25 18	0,842 656	1 787,81
	180 00 12	—12	180 00 00		
	$w_1=+12''$				
4	53 21 43	+ 3	53 21 46	0,802 430	959,13
5	64 59 20	+ 3	64 59 23	0,906 232	1 083,20
6	61 38 48	+ 3	61 38 51	0,880 042	1 051,90
	179 59 51	+ 9	180 00 00		
	$w_2=-9''$				
7	60 33 22	— 1	60 33 21	0,870 835	1 259,21
8	41 33 10	— 1	41 33 09	0,663 306	959,13
9	77 53 31	— 1	77 53 30	0,977 753	1 413,82
	180 00 02	— 3	180 00 00		
	$w_3=+3''$				
10	43 29 43	0	43 29 43	0,688 295	978,57
11	62 20 08	+ 1	62 20 09	0,885 684	1 259,21
12	74 10 07	+ 1	74 10 08	0,962 070	1 367,81
	179 59 58	+ 2	180 00 00		
	$w_4=-2''$				

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul coordonatelor*

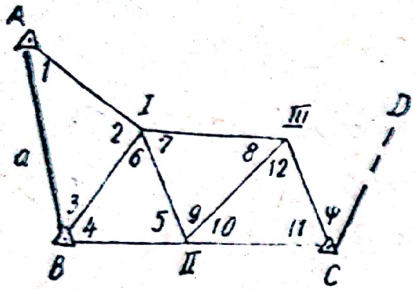
Elementele formulei	A	I	III	B	II
	I	III	C	II	C
α_0	150°45′00″	300°02′58″	265°58′06″	330°45′00″	261°32′04″
$<$	− 30 42 02	− 214 04 52	− 115 43 17	+ 110 47 04	+ 186 22 36
α	120 02 58	85 58 06	150 14 49	81 32 04	87 54 40
x	6 115 487,31	6 115 586,82	6 114 737,33	6 114 687,28	6 114 737,33
δx	+ 0,15	+ 0,26	w_x = −0,34	+0,15	w_x = −0,34
x'	6 115 487,16	6 115 586,56	6 114 736,99	6 114 687,13	6 114 736,99
x_0	6 116 382,40	6 115 487,16	6 115 586,56	6 114 532,27	6 114 687,13
Δx	— 895,24	+99,40	−849,57	+154,86	+49,86
cos α	0,500 748	0,070 308	0,868 173	0,147 215	0,036 450
s	1 787,81	1 413,82	978,57	1 051,90	1 367,81
sin α	0,865 594	0,997 525	0,496 263	0,989 105	0,999 335
Δy	+1 547,52	+1 410,32	+ 485,63	+1 040,44	+1 366,90
y_0	5 570 293,82	5 571 841,34	5 573 251,66	5 571 329,94	5 572 370,38
y'	5 571 841,34	5 573 251,66	5 573 737,29	5 572 370,38	5 573 737,28
δy	+0,06	+0,10	w_y = −0,13	+0,06	w_y = −0,14
y	5 571 841,40	5 573 251,76	5 573 737,42	5 572 370,44	5 573 737,42

Calculat_____

„_____" _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 35. **Compensarea figurii 49.**
Punctele ce se determină I, II, III — Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Latura
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 114 532,27	5 571 329,94	150°45′00″,2	2 120,50
C	4	6 114 737,33	5 573 737,42		
D	4			15 18 13	

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile v		Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	$-{}^1/_3\, w_1 + u$	− 6″	30°42′00″	0,510 543	1 083,19
2	91 52 44	,,	− 6	91 52 38	0,999 463	2 120,50
3	57 25 22	$-{}^1/_3\, w_1 - 2u$	0	57 25 22	0,842 666	1 787,83
	180 00 12	$w_1 = +12''$	−12	180 00 00		
4	53 21 43	$-{}^1/_3\, w_2 - u$	+ 5	53 21 48	0,802 436	959,12
5	64 59 20	,,	+ 5	64 59 25	0,906 236	1 083,19
6	61 38 48	$-{}^1/_3\, w_2 + 2u$	− 1	61 38 47	0,880 033	1 051,87
	179 59 51	$w_2 = -9''$	+ 9	180 00 00		
7	60 33 22	$-{}^1/_3\, w_3 + u$	− 3	60 33 19	0,870 831	1 259,21
8	41 33 10	,,	− 3	41 33 07	0,663 299	959,12
9	77 53 31	$-{}^1/_3 w_3 - 2u$	+ 3	77 53 34	0,977 757	1 413,82
	180 00 03	$w_3 = +3''$	− 3	180 00 00		
10	43 29 43	$-{}^1/_3\, w_4 - u$	+ 2	43 29 45	0,688 302	978,58
11	62 20 08	,,	+ 3	62 20 11	0,885 688	1 259,21
12	74 10 07	$-{}^1/_3\, w_4 + 2u$	− 3	74 10 04	0,962 065	1 367,80
	179 59 58	$w_4 = -2''$	+ 2	180 00 00		
ψ	45 03 03	$-3u$	+ 5	45 03 08		

$w_a = (AB) + 3 - 6 + 9 - 12 + \ldots \pm \psi - 180° - (CD) = -12''$; $2u = \dfrac{2}{2N+3}\left[w_a - \dfrac{1}{3}(w_1 - w_2 + w_3 - w_4 + \ldots)\right] = -4''$; $u = -2'$:

N — numărul de triunghiuri

Controlul: $v_3 - v_6 + v_9 - v_{12} + \ldots \pm v_\psi = -w_a = +12''$.

Scanned with OKEN Scanner

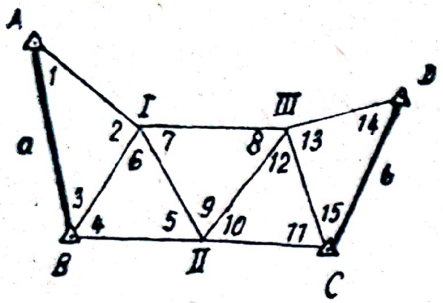
3. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	I	III	B	II
	I	III	C	II	C
α_0	150°45′00″	300°03′00″	265°58′16″	330°45′00″	261°32′10″
	−	−	−	+	+
<	30 42 00	214 04 44	115 43 11	110 47 10	186 22 44
α	120 03 00	85 58 16	150 15 05	81 32 10	87 54 54
x	6 115 487,35	6 115 586,86	6 114 737,33	6 114 687,32	6 114 737,33
δx	+0,22	+0,40	w_x=—0,52	+0,23	w_x=—0,52
x'	6 115 487,13	6 115 586,46	6 114 736,85	6 114 687,09	6 114 736,85
x_0	6 116 382,40	6 115 487,13	6 115 586,46	6 114 532,27	6 114 687,09
Δx	—895,27	+99,33	—849,61	+ 154,82	+49,76
cos α	0,500 756	0,070 260	0,868 211	0,147 186	0,036 382
s	1 787,83	1 413,82	978,58	1 051,87	1 367,80
sin α	0,865 589	0,997 529	0,496 196	0,989 109	0,999 338
Δy	+1 547,53	+1 410,33	+485,57	+1 040,41	+1 366,89
y_0	5 570 293,82	5 571 841,35	5 573 251,68	5 571 329,94	5 572 370,35
y'	5 571 841,35	5 573 251,68	5 573 737,25	5 572 370,35	5 573 737,24
δy	+0,07	+0,13	w_y= — 0,17	+0,08	w_y=—0,18
y	5 571 841,42	5 573 251,81	5 573 737,42	5 572 370,43	5 573 737,42

277

Calculat _____ „ “ _____ 19 ____

Trapezul.....



Exemplul 36. **Compensarea figurii 50.** Punctele ce se determină I, II, III
Reţeaua analitică

1. *Date iniţiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	4	6 116 382,40	5 570 293,82		
B	4	6 114 532,27	5 571 329,94	150°45′00″,2	2 120,50
C	4	6 114 737,33	5 573 737,42		
D	4	6 116 177,93	5 574 131,62	15 18 13 ,0	1 493,56

2. *Calculul corecţiilor şi rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecţiile v		Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile
1	30°42′06″	$-\frac{1}{3}w_1+u$	− 6″	30°42′00″	0,510 543	1 083,19
2	91 52 44	„	− 6	91 52 38	0,999 463	2 120,50
3	57 25 22	$-\frac{1}{3}w_1-2u$	0	57 25 22	0,842 666	1 787,83
	180 00 12	$w_1=+12''$	−12	180 00 00		
4	53 21 43	$-\frac{1}{3}w_2-u$	+ 5	53 21 48	0,802 436	959,12
5	64 59 20	„	+ 5	64 59 25	0,906 236	1 083,19
6	61 38 48	$-\frac{1}{3}w_2+2u$	− 1	61 38 47	0,880 033	1 051,87
	179 59 51	$w_2=-9''$	+ 9	180 00 00		
7	60 33 22	$-\frac{1}{3}w_3+u$	− 3	60 33 19	0,870 831	1 259,21
8	41 33 10	„	− 3	41 33 07	0,663 299	959,12
9	77 53 31	$-\frac{1}{3}w_3-2u$	+ 3	77 53 34	0,977 757	1 413,82
	180 00 03	$w_3=+3''$	− 3	180 00 00		

Scanned with OKEN Scanner

10	43 29 43	$-\frac{1}{3}w_4 - u$	+ 2	43 29 45	0,688 302	978,58
11	62 20 08	"	+ 3	62 20 11	0,885 688	1 259,21
12	74 10 07	$-\frac{1}{3}w_4 + 2u$	− 3	74 10 04	0,962 065	1 367,80
	179 59 58	$w_4 = -2''$	+ 2	180 00 00		
13	94 08 51	$-\frac{1}{3}w_5 + u$	− 2	94 08 49	0,997 382	1 493,68
14	40 48 04	"	− 1	40 48 03	0,653 432	978,58
15	45 03 03	$-\frac{1}{3}w_5 - 2u$	+ 5	45 03 08	0,707 751	1 059,93
	179 59 58	$w_5 = -2''$	+ 2	180 00 00		

$w_\alpha = (AB) + 3 - 6 + 9 - 12 + 15 - \ldots - 180° - (CD) = -12''2$; $u = \frac{1}{N}\left[w_\alpha - \frac{1}{3}(w_1 - w_2 + w_3 - w_4 + w_5 - \ldots) \right] = -4''$; $u = -2''$.

N — numărul triunghiurilor

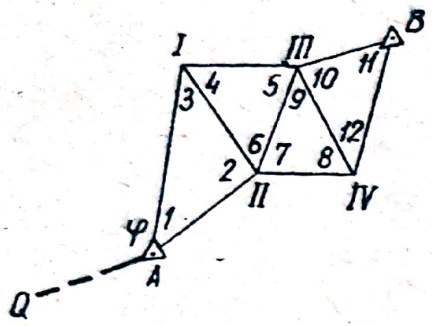
Controlul: $v_3 - v_6 + v_9 - v_{12} + v_{15} - \ldots = -w_\alpha = +12''$;

3. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	I	III	B	II
	I	III	D	II	C
α_0	150°45′00″	300°03′00″	265°58′16″	330°45′00″	261°32′10″
	−	−	−	+	+
<	30 42 00	214 04 44	209 52 00	110 47 10	186 22 44
α	120 03 00	85 58 16	56 06 16	81 32 10	87 54 54
x	6 115 487,29	6 115 586,74	6 116 177,93	6 114 687,30	6 114 737,33
δx	+0,16	+0,28	$w_x = -0,37$	+0,21	$w_x = -0,48$
x'	6 115 487,13	6 115 586,46	6 116 177,56	6 114 687,09	6 114 736,85
x_0	6 116 382,40	6 115 487,13	6 115 586,46	6 114 532,27	6 114 687,09
Δx	−895,27	+99,33	+591,10	+154,82	+49,76
cos α	0,500 756	0,070 260	0,557 681	0,147 186	0,036 382
s	1 787,83	1 413,82	1 059,93	1 051,87	1 367,80
sin α	0,865 589	0,997 529	0,830 055	0,989 109	0,999 338
Δy	+1 547,53	+1 410,33	+879,80	+1 040,41	+1 366,89
y_0	5 570 293,82	5 571 841,35	5 573 251,68	5 571 329,94	5 572 370,35
y'	5 571 841,35	5 573 251,68	5 574 131,48	5 572 370,35	5 573 737,24
δy	+0,06	+0,11	$w_y = -0,14$	+0,08	$w_y = -0,18$
y	5 571 841,41	5 573 251,79	5 574 131,62	5 572 370,43	5 573 737,42

Calculat: _____ "____" _____ 19____

Trapezul.....



Exemplul 37. **Compensarea figurii 51.**
Punctele ce se determină I, II, III, IV — Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonate		Unghiurile de orientare	Latura
		x	y		
Q	4			74°05′50″,1	
A	4	6 102 406,50	5 570 525,72	59 30 29 ,3	3 816,37
B	4	6 104 342,99	5 573 814,29		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile prime $v_i = -\frac{1}{3} w_k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile convenționale s''	Laturile $s = Qs''$
φ	130°12′00″					
1	30 42 06	— 4″	30°42′02″	0,510 551	1 021,65	1 083,20
2	91 52 44	— 4	91 52 40	0,999 463	2 000,00	2 120,50
3	57 25 22	— 4	57 25 18	0,842 656	1 686,21	1 787,80
	180 00 12	—12	180 00 00			
	$w_1 = +12''$					
4	53 21 43	+ 3	53 21 46	0,802 430	904,62	959,12
5	64 59 20	+ 3	64 59 23	0,906 232	1 021,65	1 083,20
6	61 38 48	+ 3	61 38 51	0,880 042	992,12	1 051,90
	179 59 51	+ 9	180 00 00			
	$w_2 = -9''$					
7	60 33 22	— 1	60 33 21	0,870 835	1 187,64	1 259,20
8	41 33 10	— 1	41 33 09	0,663 306	904,62	959,12
9	77 53 31	— 1	77 53 30	0,977 753	1 333,46	1 413,80
	180 00 03	— 3	180 00 00			
	$w_3 = +3''$					
10	43 29 43	0	43 29 43	0,688 295	922,96	978,57
11	62 20 08	+ 1	62 20 09	0,885 684	1 187,64	1 259,20
12	74 10 07	+ 1	74 10 08	0,962 070	1 290,07	1 367,80
	179 59 58	+ 2	180 00 00			
	$w_4 = -2''$					

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A / I	I / III	III / B	A / II	II / IV	IV / B
α_0	254°05′50″	204°17′50″	273°30′46″	24°17′50″	234°59′52″	269°04′44″
$<$	+ 130 12 00	− 110 47 04	− 186 22 36	+ 30 42 02	+ 214 04 52	+ 115 43 17
α'	24 17 50	93 30 46	87 08 10	54 59 52	89 04 44	24 48 01
x	6 104 339,13	6 104 274,66	6 104 342,99	6 103 431,98	6 103 454,69	6 104 342,99
δx	−0,04	−0,06	w_x = + 0,09	−0,02	−0,04	w_x = + 0,06
x'	6 104 339,17	6 104 274,72	6 104 343,08	6 103 432,00	6 103 454,73	6 104 343,05
x_0	6 102 406,50	6 104 339,17	6 104 274,72	6 102 406,50	6 103 432,00	6 103 454,73
$\Delta x' = Q\Delta x''$	+1 932,67	−64,45	+68,34	+1 025,50	+22,73	+888,32
$\Delta x''$	+1 882,85	−60,79	+64,46	+967,22	+21,44	+837,84
cos α'	0,911 423	0,061 271	0,049 963	0,573 608	0,016 076	0,907 775
s''	2 000,0	992,12	1 290,07	1 686,21	1 333,46	922,96
sin α'	0,411 470	0,998 121	0,998 751	0,819 130	0,999 870	0,419 456
$\Delta y''$	+822,94	+990,26	+1 288,46	+1 381,23	+1 333,26	+387,14
$\Delta y' = Q\Delta y''$	+872,52	+1 049,92	+1 366,05	+1 464,45	+1 413,62	+410,47
y_0	5 570 525,72	5 571 398,24	5 572 448,16	5 570 525,72	5 571 990,17	5 573 403,79
y'	5 571 398,24	5 572 448 16	573 814,25	5 571 990,17	5 573 403,79	5 573 814,26
δy	+0,02	+0,03	w_y = − 0,04	+0,01	+0,02	w_y = − 0,03
y	5 571 398,26	5 572 448,19	5 573 814,29	5 571 990,18	5 573 403,81	5 573 814,29

$\Sigma\Delta x'' = +1\ 826{,}52$ $\qquad$ $\Sigma\Delta x'' = +1\ 826{,}50$

$\Sigma\Delta y'' = +3\ 101{,}66$ $\qquad$ $\Sigma\Delta y'' = +3\ 101{,}66$

4. *Calculul lui* $\delta\alpha$ *şi* Q

$\Sigma\Delta y''_{\text{mediu}}$	+3 101,66
$\Sigma\Delta x''_{\text{mediu}}$	+1 826,51
tg (AB'')	+1 698 135
(AB'')	59°30′25″
cos (AB'')	0,507 434
sin (AB'')	0,861 690
AB''	3 599,50

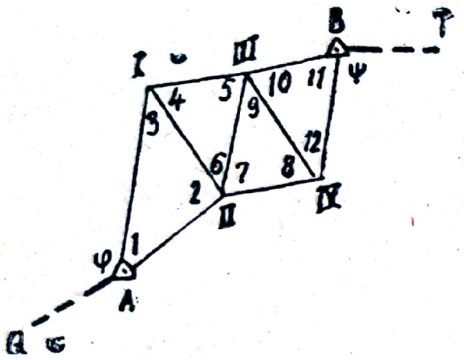
$$\delta\alpha = (AB) - (AB'') = +4''$$

$$Q = \frac{AB}{AB''} = 1{,}060\ 25$$

Calculat_____ „_____" 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Exemplul 38. **Compensarea figurii 52.** Punctele ce se determină I, II, III, IV
Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile convenționale s''	Latura
		x	y		
Q	4			74°05′50″,1	3 816,37
A	4	6 102 406,50	6 570 525,72	59 30 29 ,3	
B	4	6 104 342,99	5 573 814,29	94 49 22 ,2	
T	4				

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile		Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile convenționale S″	Laturile $s = Qs''$
φ	130°12′00″	$3u$	— 6″	130°11′54″			
1	30 42 06	$-\frac{1}{3}w_1 + u$	— 6	30 42 00	0,510 543	1 021,63	1 083,18
2	91 52 44	„	— 6	91 52 38	0,999 463	2 000,00	2 120,50
3	57 25 22	$-\frac{1}{3}w_1 - 2u$	0	57 25 22	0,842 666	1 686,23	1 787,83
	180 00 12	$w_1 = +12''$	—12	180 00 00			
4	53 21 43	$-\frac{1}{3}w_2 - u$	+ 5	53 21 48	0,802 436	904,61	959,11
5	64 59 20	„	+ 5	64 59 25	0,906 236	1 021,63	1 083,18
6	61 38 48	$-\frac{1}{3}w_2 + u$	— 1	61 38 47	0,880 033	992,09	1 051,86
	179 59 51	$w_2 = -9''$	+ 9	180 00 00			

Scanned with OKEN Scanner

7	60 33 22	$-\frac{1}{3}w_3 + u$	− 3	60 33 19	0,870 831	1 187,64	1 259,20
8	41 33 10	„	− 3	41 33 07	0,663 299	904,61	959,11
9	77 53 31	$-\frac{1}{3}w_3 - 2u$	+ 3	77 53 34	0,977 757	1 336,46	1 413,80
	180 00 03	$w_3 = +3''$	− 3	180 00 00			
10	43 29 43	$-\frac{1}{3}w_4 - u$	+ 2	43 29 45	0,688 302	922,96	987,57
11	62 20 08	„	+ 3	62 20 11	0,885 688	1 187,64	1 259,20
12	74 10 07	$-\frac{1}{3}w_4 + 2u$	− 3	74 10 04	0,962 065	1 290,05	1 367,78
	179 59 58	$w_4 = -2''$	+ 2	180 00 00			
ψ	120 08 11	$-3u$	+ 6	120 08 17			

$$w_a = (QA) \pm \varphi - 3 + 6 - 9 + 12 - \ldots \mp \psi - (BT) = +19'';$$

$$2u = -\frac{1}{N+3}\left[w_a + \frac{1}{3}(w_1 - w_2 + w_3 - w_4 + \ldots)\right] = -4''; \qquad u = -2''.$$

N — numărul de triunghiuri

Controlul: $\pm v_\varphi - v_3 + v_6 - v_9 + v_{12} - \ldots \mp v_\psi = -w_a = -19''$.

Scanned with OKEN Scanner

3. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A / I	I / III	III / B	A / II	II / IV	IV / B
α_0	254°05′50″	204°17′50″	273°30′40″	24°17′50″	234°59′50″	269°04′34″
$<$	+ 130 12 00	− 110 47 10	− 186 22 44	− 30 42 00	+ 214 04 44	+ 115 43 11
α	24 17 50	93 30 40	87 07 56	54 59 50	89 04 34	24 47 45
x	6 104 339,08	6 104 274 62	6 104 342,99	6 103 431,95	6 103 454,68	6 104 342,99
δx	−0,09	−0,13	$w_x = +0,19$	−0,08	−0,15	$w_x = +0,19$
x'	6 104 339,17	6 104 274,75	6 104 343,18	6 103 432,03	6 103 454,83	6 104 343,18
x_0	6 102 406,50	6 104 339,17	6 104 274,75	6 102 406,50	6 103 432,03	6 103 454,83
$\Delta x' = Q\Delta x''$	+1 932,67	−64,42	+68,43	+1 025,53	+22,80	+888,35
$\Delta x''$	+1 822,85	−60,76	+64,54	+967,25	+21,50	+887,87
$\cos \alpha'$	0,911 423	0,061 242	0,050 031	0,573 616	0,016 124	0,907 808
s''	2 000,00	992,09	1 290,05	1 686,23	1 333,46	922,96
$\sin \alpha'$	0,411 470	0,998 123	0,998 748	0,819 124	0,999 870	0,419 386
$\Delta y''$	+822,94	+990,23	+1 288,43	+1 381,23	+1 333,29	+387,08

Scanned with OKEN Scanner

$\Delta y' = Q\Delta y''$	+872,52	+1 049,89	+1 366,06	+1 464,45	+1 413,62	+410,40
y_0	5 570 525,72	5 571 398,24	5 572 448,13	5 570 525,72	5 571 990,17	5 573 403,79
y'	5 571 398,24	5 572 448,13	5 573 814,19	5 571 990,17	5 573 403,79	5 573 814,19
δy	+0,05	+0,07	$w_y = -0,10$	+0,04	+0,07	$w_y = -0,10$
y	5 571 398,29	5 572 448,20	5 573 814,29	5 571 990,21	5 573 403,86	5 573 814,29

$\Sigma\Delta x'' = +1\ 826,63$ $\quad$ $\Sigma\Delta x'' = +1\ 826,62$

$\Sigma\Delta y'' = +3\ 101,60$ $\quad$ $\Sigma\Delta y'' = +3\ 101,60$

4. *Calculul lui* $\delta\alpha$ *și* Q

$\Sigma\Delta y''$ mediu	+3 101,60
$\Sigma\Delta x''$ mediu	+1 826,62
tg (AB'')	1,698 000
(AB'')	59° 30′18″
cos (AB'')	0,507 463
sin (AB'')	0,861 673
AB''	3 599,51

$$\delta\alpha = (AB) - (AB'') = +11''$$

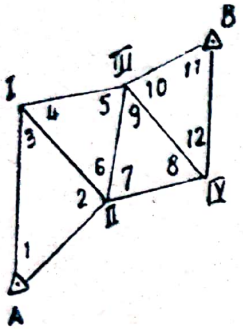
$$Q = \frac{AB}{AB''} = 1,06025$$

Calculat_____

„_____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul



Exemplul 39. **Compensarea figurii 53.** Rețeaua analitică
Punctele ce se determină I, II, III, IV

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiul de orientare	Latura
		x	y		
A	4	6 102 406,50	5 570 525,72	59°30′29″,3	3 816,37
B	4	6 104 342,99	5 573 814,29		

2. *Calculul corecțiilor și rezolvarea triunghiurilor*

Nr. unghiurilor	Unghiurile măsurate	Corecțiile $v_i = -\frac{1}{3} w_k$	Unghiurile definitive	Sinusurile unghiurilor	Laturile de condiție s''	Laturile $s = Qs''$
1	30°42″06″	— 4″	30°42′02″	0,510 551	1 021,65	1 083,20
2	91 52 44	— 4	91 52 40	0,999 463	2 000,00	2 120,50
3	57 25 22	— 4	57 25 18	0,842 656	1 686,21	1 787,80
	180 00 12	—12	180 00 00			
	$w_1 = +12''$					
4	53 21 43	+ 3	53 21 46	0,802 430	904,21	959,12
5	64 59 20	+ 3	64 59 23	0,906 232	1 021,65	1 083,20
6	61 38 48	+ 3	61 38 51	0,880 042	992,12	1 051,90
	179 59 51	+ 9	180 00 00			
	$w_2 = -9''$					
7	60 33 22	— 1	60 33 21	0,870 835	1 187,64	1 259,20
8	41 33 10	— 1	41 33 09	0,663 306	904,62	959,12

Scanned with OKEN Scanner

9	77 53 31	— 1	77 53 30	0,977 753	1 333,46	1 413,80
	180 00 03	— 3	180 00 00			
	$w_3 = + 3''$					
10	43 29 43	0	43 29 43	0,688 295	922,96	978,57
11	62 20 08	+ 1	62 20 09	0,885 684	1 187,64	1 259,20
12	74 10 07	+ 1	74 10 08	0,962 070	1 290,07	1 367,80
	179 59 58	+ 2	180 00 00			
	$w_4 = - 2''$					

3. *Calculul creşterilor condiţionate a coordonatelor*

Elementele formulei	A	I	III	A	II	IV
	I	III	B''	II	IV	B'
α_0''	—	204°00'00"	273°12'56"	24°00'00"	234°42'02"	268°46'54"
<	—	— 110 47 04	— 186 22 36	+ 30 42 02	+ 214 04 52	+ 115 43 17
α''	24°00'00"	93 12 56	86 50 20	54 42 02	88 46 54	24 30 11
$\Delta x''$	+1 827,09	—55,65	+71,14	+974,38	+28,35	+839,84
cos α''	0,913 545	0,056 093	0,055 144	0,577 850	0,021 262	0,909 939
s''	2000,00	992,12	1290,07	1686,21	1333,46	922,96
sin α''	0,406 737	0,998 425	0,998 478	0,816 144	0,999 774	0,414 741
$\Delta y''$	+813,47	+990,56	+1288,11	+1 376,19	+1333,16	+ 382,79

$\Sigma\Delta x'' = + 1\ 842{,}58$ $\Sigma\Delta y'' = + 3\ 092{,}14$ $\Sigma\Delta x'' = 1\ 842{,}57$ $\Sigma\Delta y'' = + 3\ 092{,}14$

Scanned with OKEN Scanner

4. *Calculul lui* $\delta\alpha$ *și* Q

$\Sigma\Delta y''_{\text{mediu}}$	+3 092,14
$\Sigma\Delta x''_{\text{mediu}}$	+1 842,58
tg (AB'')	1,678 158
(AB'')	59°12′35″
cos (AB'')	0,511 897
sin (AB'')	0,859 046
AB''	3 599,50

$$\delta\alpha = (AB) - (AB'') = +17'54''$$

$$Q = \frac{AB}{AB''} = 1{,}06025$$

5. *Calculul coordonatelor definitive*

Elementele formulei	A / I	I / III	III / B	A / II	II / IV	IV / B
$\alpha = \alpha'' + \delta\alpha$	24°17′54″	93°30′50″	87°08′14″	54°59′56″	89°04′48″	24°48′05″
x	6 104 339,16	6 104 274,69	6 104 343,01	6 103 431,97	6 103 454,67	6 104 342,98
x_0	6 102 406,50	6 104 339,16	6 104 274,69	6 102 406,50	6 103 431,97	6 103 454,67
Δx	+1 932,66	−64,47	+68,32	+1 025,47	+22,70	+888,31
cos α	0,911 415	0,061 290	0,049 949	0,573 592	0,016 057	0,907 767
s	2 120,50	1 051,90	1 367,80	1 787,80	1 413,80	978,57
sin α	0,411 488	0,998 120	0,998 752	0,819 141	0,999 871	0,419 474
Δy	+872,56	+1 049,92	+1 366,09	+1 464,46	+1 413,62	+410,48
y_0	5 570 525,72	5 571 398,28	5 572 448,20	5 570 525,72	5 571 990,16	5 573 403,78
y	5 571 398,28	5 572 448,20	5 573 814,29	5 571 990,16	5 573 403,78	5 573 814,26

Calculat_____„_____" 19_____

Scanned with OKEN Scanner

§ 22. COMPENSAREA NERIGUROASĂ A REȚELEI ANALITICE ÎN CAZUL GENERAL

În cazul compensării nerigurоase, uneori se folosesc procedeele și metodele care sînt destul de simple și utile pentru rețelele analitice de orice formă. Mai jos se dă unul din exemplele care se folosește în producție.

Examinăm procedeul din exemplul 40 pentru o rețea mică (fig. 54).

Ordinea calculelor

1. Se întocmește schema rețelei.

2. Se extrag datele inițiale (1) și direcțiile transformate (2).

3. Se calculează unghiurile de orientare provizorie a tuturor direcțiilor către punctele inițiale. Dacă la un punct există mai multe direcții fixe, atunci pentru direcțiile la punctele ce se determină se obțin cîteva valori ale unghiurilor de orientare. Din acestea se ia valoarea medie și se înscrie în coloana unghiurilor de orientare provizorie.

4. Se calculează unghiurile de orientare la punctele ce se determină și în primul rînd la punctele care au un număr mare de legături (direcții) cu punctele fixe.

Ca unghi de orientare (inițial) la punctul ce se determină se ia unul din unghiurile de orientare calculat din punctul fix. Folosindu-se alte unghiuri de orientare și unghiuri măsurate se obțin pentru unghiul de orientare cîteva valori cărora li se ia media, de exemplu:

$$\alpha'_{II-A} = \alpha_{A-II} \pm 180° = 150°41'28'' + 180° = 330°41'28'';$$

$$\alpha''_{II-A} = \alpha_{B-II} \pm 180° - \sphericalangle AII\ B = 210°59'01'' + 180° - 60°17'29'' = 330°41'32'';$$

$$\alpha'''_{II-A} = \alpha_{C-II} \pm 180° + \sphericalangle CII\ A = 43°30'49'' + 180° + 107°10'41'' = 330°41'30''.$$

Valoarea direcției de orientare este egală cu 330°41′30″. Adăugînd (scăzînd) la aceasta unghiurile măsurate, se obțin unghiurile de orientare ale celorlalte direcții etc.

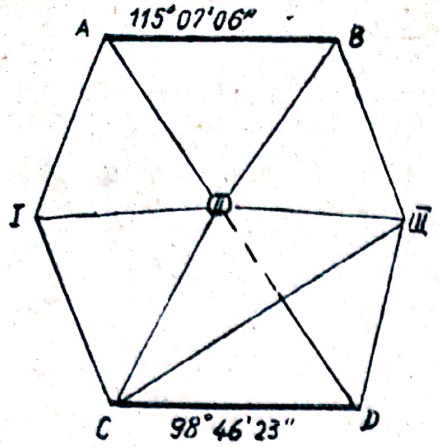
5. Se calculează unghiurile de orientare definitive ca medie a două direcții reciproc opuse (pentru direcțiile unilaterale, se obțin direct valorile definitive).

6. Cu ajutorul unghiurilor de orientare definitive se calculează unghiurile corectate, a căror sumă în fiecare triunghi trebuie să fie egală cu 180°, și se rezolvă triunghiurile. Diferențele pentru o latură calculată din triunghiuri diferite nu trebuie să depășească 1 : 2000 din lungimea laturii.

7. Se calculează coordonatele tuturor punctelor, pentru care în cazul cînd sînt valori diferite ale laturilor se ia valoarea medie a lor.

La început se calculează coordonatele punctului care are mai multe legături cu punctele fixe, iar din toate valorile obținute se ia cea medie. Pe urmă se calculează coordonatele punctului care are mai multe legături cu punctele fixe și cu punctele ale căror coordonate s-au obținut deja etc.

Scanned with OKEN Scanner



Exemplul 40.

Compensarea neriguroasă a rețelei cu aspectul general (fig. 54)

Rețeaua analitică

Punctele ce se determină I, II, III.

2. Calculul unghiurilor de orientare

Denumirea direcțiilor	Direcțiile reduse	Unghiurile de orientare	
		provizorii	medii
A—*B*	0°00'00"	115°07'06"	115°07'06"
II	35 34 22	150 41 28	150 41 29
I	92 04 36	207 11 42	207 11 41
B—III	0 00 00	155 59 39	155 59 40
II	54 59 22	210 59 01	210 59 00
A	139 07 27	295 07 06	295 07 06
C—I	0 00 00	340 53 15	340 53 16
II	62 37 34	43 30 49	43 30 49
III	86 28 06	67 21 21	67 21 21
D	117 53 08	98 46 23	98 46 23
D—*C*	0 00 00	278 46 23	278 46 23
II	55 28 53	334 15 16	334 15 16
III	95 14 20	14 00 43	14 00 43
II—*A*	0 00 00	330 41 30	330 41 29
B	60 17 29	30 58 59	30 59 00
III	135 56 26	106 37 56	106 37 55
D	—	—	154 15 16
C	252 49 19	223 30 49	223 30 49
I	299 54 51	270 36 21	270 36 19
III—*D*	0 00 00	194 00 43	194 00 43
C	53 20 38	247 21 21	247 21 21
II	92 37 11	286 37 54	286 37 55
B	141 58 57	335 59 40	335 59 40
I—*A*	0 00 00	27 11 41	27 11 41
II	63 24 36	90 36 17	90 36 19
C	133 41 38	160 53 18	160 53 16

Scanned with OKEN Scanner

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	3	6 519 024,85	9 456 678,69	115°07′05″,8	1 984,76
B	4	6 518 182,35	9 458 475,75		
C	3	6 515 413,01	9 456 244,15	98 46 22 ,6	2 550,62
D	4	6 515 023,98	9 458 764,92		

3. Formarea și rezolvarea triunghiurilor

Punctele	Unghiurile corectate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
II	60°17′31″	0,868 561	1 984,76
A	35 34 23	0,581 741	1 329,34
B	84 08 06	0,994 765	2 273,15
	180 00 00		
II	69 15 33	0,935 192	2 550,62
C	55 15 34	0,821 741	2 241,20
D	55 28 53	0,823 942	2 247,20
	180 00 00		
I	63 24 38	0,894 234	2 273,15
II	60 05 10	0,866 778	2 203,36
A	56 30 12	0,833 918	2 119,83
	180 00 00		
I	70 16 58	0,941 369	2 247,16
II	47 05 29	0,732 441	1 748,42
C	62 37 33	0,888 023	2 119,82
	180 00 00		
III	53 20 38	0,802 233	2 550,62
C	31 25 02	0,521 266	1 657,31
D	95 14 20	0,995 823	3 166,12
	180 00 00		
III	92 37 12	0,998 955	2 241,20
II	47 37 21	0,738 720	1 657,35
D	39 45 27	0,639 540	1 434,84
	180 00 00		
II	116 52 54	0,891 942	3 166,12
III	39 16 34	0,633 058	2 247,16
C	23 50 32	0,404 220	1 434,86
	180 00 00		
III	49 21 45	0,758 845	1 329,34
II	75 38 55	0,968 794	1 697,13
B	54 59 20	0,819 041	1 434,79
	180 00 00		

Scanned with OKEN Scanner

A	B	C	D	A	II
punctul II				pun	
115°07′06″	295°07′06″	98°46′23″	278°46′23″	150°41′29″	330°41′29″
+35 34 23	—84 08 06	—55 15 34	+55 28 53	+56 30 12	—60 05 10
150 41 29	210 59 00	43 30 49	334 15 16	207 11 41	270 36 19
6 517 042,67	6 517 042,68	6 517 042,69	6 517 042,67	6 517 065,06	6 517 065,06
6 519 024,85	6 518 182,35	6 515 413,01	6 515 023,98	6 519 024,85	6 517 042,68
—1 982,18	—1 139,67	+1 629,68	+2 018,69	—1 959,79	+22,38
0,871 996	0,857 317	0,725 210	0,900 732	0,889 459	0,010 564
2 273,15	1 329,34	2 247,19	2 241,17	2 203,35	2 119,83
0,489 513	0,514 789	0,688 527	0,434 376	0,457 016	0,999 944
+1 112,74	— 684,33	+1 547,25	—973,51	—1 006,97	—2 119,71
9 456 678,69	9 458 475,75	9 456 244,15	9 458 764,92	9 456 678,69	9 457 791,42
9 457 791,43	9 457 791,42	9 457 791,40	9 457 791,41	9 455 671,72	9 455 671,71

Mediile $x = 6\ 517\ 042{,}68$
$y = 9\ 457\ 791{,}42$

Mediile $x = 6\ 517\ 065{,}06$
$y = 9\ 455\ 671{,}71$

Scanned with OKEN Scanner

coordonatelor

C	B	II	C	D
ctul I		punctul III		
43°30′51″	210°°59′00″	30°59′00″	98°46′23″	278°46′23″
—62 37 33	—54 59 20	+75 38 55	—31 25 02	+95 14 20
340 53 18	155 59 40	106 37 55	67 21 21	14 00 43
6 517 065,07	6 516 631,91	6 516 631,99	6 516 631,99	6 516 631,99
6 515 413,01	6 518 182,35	6 517 042,68	6 515 413,01	6 515 023,98
+1 652,06	—1 550,44	—410,69	+1 218,98	+1 608,01
0,944 882	0,913 506	0,286 222	0,385 007	0,970 245
1 748,43	1 697,24	1 434,85	3 166,12	1 657,32
0,327 410	0,406 825	0,958 163	0,922 914	0,242 124
—572,45	+690,48	+1 374,82	+2 922,06	+401,28
9 456 244,15	9 458 475,75	9 457 791,42	9 456 244,15	9 458 764,92
9 455 671,70	9 459 166,23	9 459 166,24	9 459 166,21	9 459 166,20

Mediile $x = 6\ 516\ 631{,}97$

$y = 9\ 459\ 166{,}22$

Calculat_____

„_____" _____ 19_____

Scanned with OKEN Scanner

§ 23. CALCULAREA CELOR MAI SIMPLE FIGURI DE TRIANGULAȚIE

Vom examina numai două din figurile simple:
1) lanțul de trianguație dintre o latură fixă și un punct de ordin superior;
2) sistemul central.

1. Lanțul de triangulație dintre latura $A_{st}\ A_{dr}$ și punctul B (fig. 55, exemplul 41).

Admitem că sînt măsurate toate distanțele indicate în fig. 55 prin linii continue și întrerupte. Se dau coordonatele punctelor $A_{st}\ A_{dr}$ și B. Să se calculeze coordonatele punctelor $A_1\ A_2\ A_3$.

În cazul rezolvării neriguroase a problemei, care este expusă aici, se pot calcula coordonatele punctelor ce se determină, folosindu-se numai laturile indicate în fig. 55 prin linii continue; distanțele, indicate prin linii întrerupte, se folosesc pentru controlul calculelor și al măsurătorilor de teren.

Coordonatele provizorii ale vîrfurilor A_1, A_2, A_3 se calculează succesiv după formulele intersecției liniare (exemplul 49). Controlul calculelor, cu folosirea distanțelor $A_{st}\ A_1$, $A_{dr}\ A_2$ etc., se face succesiv după ce s-a efectuat calculul coordonatelor fiecărui punct după formulele problemei geodezice inverse. Calculînd coordonatele ultimului punct B' și comparîndu-le, aflăm neînchiderea:

$$f_x = x_{B'} - x_B$$

$$f_y = y_{B'} - y_B$$

$$f_p = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}.$$

Determinarea riguroasă a lui $f_{p\cdot limită}$ pentru lanțurile de triangulație de orice formă este destul de complicată.

Din această cauză ne limităm la cazul lanțului format din triunghiuri echilaterale. Pentru acest caz:

$$f_{p\cdot limită} = 3m_p = 3\sqrt{m_l^2 + m_u^2}$$

unde:
eroarea medie pătratică longitudinală

$$m_l = m\sqrt{\frac{N+1}{2}}\ (N - \text{impar})$$

sau

$$m_l = m\sqrt{\frac{N}{2}}\ (N - \text{par}),$$

eroarea medie pătratică transversală

$$m_u = m\sqrt{\frac{N(2N^2 + 3N + 25)}{18}},$$

unde m — eroarea medie pătratică de măsurare a fiecărui laturi;
N — numărul triunghiurilor din lanț.

La fel formula poate fi scrisă sub forma:

$$f_{p\cdot limită} = tm,$$

unde t — se ia din tabelul 27.

Scanned with OKEN Scanner

Se poate folosi și formula aproximativă

$$f_{p\cdot limită} \approx m \sqrt{N(N^2 + 1{,}5\ N + 17)}.$$

Tabelul 27

N	t	N	t
1	5	6	19
2	7	7	23
3	10	8	27
4	12	9	32
5	16	10	36

Dacă erorile de neînchidere intră în toleranțe pot fi repartizate cu semnul invers la coordonatele punctelor pe linia de drumuire $A_{st}\ A_1\ A_2\ A_3\ B$ așa cum se face în cazul compensării neriguroase a drumuirii poligonometrice (cu teodolitul), adică proporțional cu depărtarea vîrfurilor pe linia drumuirii de la începutul ei sau proporțional cu numărul de laturi ale drumuirii numărate de la unul din capete.

Pentru calculul de control al coordonatelor punctelor se pot folosi liniile întrerupte, iar pe urmă se ia media aritmetică din cele două determinări.

Compararea coordonatelor din cele două determinări va servi drept control atît la calcule, cît și la măsurările din teren.

2. *Sistemul central* (*fig. 56*). Admitem că sînt măsurate toate laturile în sistemul central, reprezentat în figură.

Coordonatele vîrfurilor I, II.... se calculează după coordonatele punctelor de ordin superior A, B și ale laturilor măsurate reprezentate prin linii continue. Calculul se face după aceleași formule și scheme ca și la lanțul de triangulație.

La calculul coordonatelor punctelor I, II... trebuie să obținem pentru a doua oară coordonatele punctului A, însă datorită erorilor inevitabile în măsurarea laturilor rețelei se obțin coordonatele altui punct A'.

Ca rezultat vom avea eroarea de neînchidere liniară:

$$f_p = A'A = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

unde

$$f_x = x_{A'} - x_A,\ f_y = y_{A'} - y_A.$$

Acumularea erorilor iese în evidență în cazul general al formulei complete; din această cauză pentru calculul erorii de neînchidere limită ne vom baza pe formula pentru cazul cînd sistemul central este un poligon regulat.

Pe baza formulei (I.119), care este dată pentru acest caz în § 3, putem scrie:

$$m_{AA'}^2 = Nsc^2 \frac{A}{2}\ m_a^2 + 4(N-1)\ \mathrm{tg}^2\ \frac{A}{2}\ m_b^2,$$

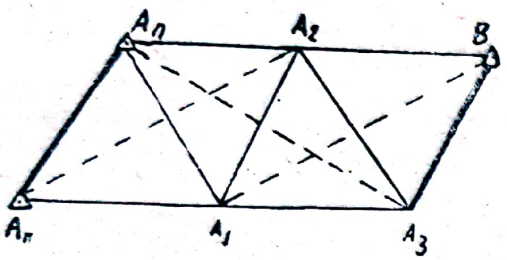
unde N — numărul de triunghiuri în sistemul central.

Avînd pe $m_{AA'}$ aflăm $f_{p\cdot limită} = 3\ m_{AA'}$.

Dacă în realitate eroarea de neînchidere obținută este mai mică decît cea limită, atunci erorile de neînchidere în creșterile f_x și f_y se repartizează la coordonatele punctelor I, II, ... proporțional cu distanța lor față de originea liniei de drumuire B-I-II, ... sau proporțional cu numărul laturilor liniei de drumuire față de aceeași origine.

Scanned with OKEN Scanner

Trapez.....



Exemplul 41. **Lanțul de triangulație liniar** (fig. 55)

Punctele ce se determină A_1, A_2, A_3.

1. Date inițiale

Rețeaua analitică

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Latura
		x	y	
$A_{st.}$	4	6 116 382,40	5 570 293,82	2 120,50
$A_{dr.}$	4	114 532,27	571 329,94	
B	4	115 632,32	573 591,54	

2. Calculul coordonatelor

Elementele formulei	Punctele ce se determină				Formulele
	A_1	A_2	A_3	B'	
$a^2_{dr.}$	15934.10^2	16936.10^2	15710.10^2	14806.10^2	$m = 0{,}12$ m;
$a_{dr.}$	1262,3	1301,4	1253,4	1216,8	$n = 4$;
a	2120,5	1262,3	1186,7	1253,4	$f_p = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 0{,}6$ m.
$a_{st.}$	1431,8	1186,7	1201,8	1131,5	$f_{p\ lim.} = 3m\sqrt{\frac{N(2N^2+3N+25)}{18}} = 1{,}35$ m.
p	952,57	744,19	646,73	706,61	$p = \frac{a^2_{dr} + a^2 - a^2_{st}}{a} : 2$;
p^2	9073,90	553820	418260	499300	$h = \sqrt{a^2_{dr} - p^2}$;
h	828,26	1067,6	1073,7	990,60	
$x_{st.}$	6 116 382,4	6 115 768,1	6 115 768,1	6 116 288,4	$\Delta x = \frac{p(x_{st} - x_{dr}) + h(y_{dr} - y_{st})}{a}$;
$x_{dr.}$	6 114 532,3	6 114 532,3	6 115 043,3	6 115 043,3	
$y_{st.}$	5 570 293,8	5 571 587,1	5 571 587,1	5 572 670,4	$x = x_{dr} + \Delta x$;
$y_{dr.}$	5 571 329,9	5 571 329,9	5 572 526,7	5 572 526,7	$\Delta y = \frac{p(y_{st} - y_{dr}) + h(x_{st} - x_{dr})}{a}$;
Δ_x	+1 235,8	+511,0	+1 245,1	+588,4	

Scanned with OKEN Scanner

Δy	+ 257,2	+1 196,8	+ 143,7	+1 065,0	$y = y_{dr.} + \Delta y$;
x	6 115 768,1	6 115 043,3	6 116 288,4	6 115 631,7	$f_x = x_{B'} - x_B = -0{,}6\ m$:
δx	+0,1	+0,3	+0,4	+0,6	$\delta x = -\frac{f_x}{N} k$;
$x_{definitiv}$	6 115 768,2	6 115 043,6	6 116 288,8	6 115 632,3	$x_{def.} = x + \delta x$;
y	5 571 587,1	5 572 526,7	5 572 670,4	5 573 591,7	$f_y = y_{B'} - y_B = +0{,}2\ m$;
δy	0,0	—0,1	—0,1	—0,2	$\delta y = -\frac{fy}{N} k$;
$y_{definitiv}$	5 571 587,1	5 572 526,6	5 572 670,3	5 573 591,5	$y_{def.} = y + \delta y$;
	Controlul fiecărei intersecții:				
$a^2_{dr.\ calculat}$	15934.10^2	16935.10^2	15709.10^2	14804.10^2	$a^2_{dr.} = \Delta x^2 + \Delta y^2$;
$d_{calculat}$	—	67790.10^2	48808.10^2	40370.10^2	$d^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2$.
$d_{măs.}$	—	67791.10^2	48807.10^2	40372.10^2	

Calculat_____

„_____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

§ 24. CALCULUL COORDONATELOR PUNCTELOR GEODEZICE FOLOSIND METODA INTERSECȚIILOR

În acest paragraf se dau cinci procedee de calcul a coordonatelor. Amintim următoarele particularități caracteristice ale acestor procedee. În cazul primului procedeu se rezolvă triunghiurile ABI folosind latura AB și cele două unghiuri β_1 și β_2 (exemplul 42).

Acest procedeu simplu ca idee este avantajos să se folosească în acel caz cînd în afară de coordonatele inițiale se cunoaște latura fixă și unghiul ei de orientare.

Rezolvînd după acest procedeu se obțin lungimile celorlalte două laturi ale triunghiului și unghiurilor lor de orientare. Distanțele calculate pot fi folosite la transmiterea cotelor prin nivelment trigonometric, iar unghiurile de orientare — la legarea de rețeaua geodezică a drumuirilor cu teodolitul. În afară de aceasta, acest procedeu este util pentru aprecierea preciziei poziției punctului ce se determină.

În cazul procedeului doi, calculele se fac cu unghiurile β_1 și β_2 și coordonatele punctelor A și B (exemplul 43). Acest procedeu este avantajos prin aceea că în procesul de rezolvare se cer mai puține notări, ca atare și timp mai puțin decît în oricare alt procedeu.

Pentru controlul; cît și pentru ridicarea preciziei punctului ce se determină, în cazul acestui procedeu se recomandă ca problema să fie rezolvată de două ori, după alte două puncte de ordin superior și din rezultatul a două rezolvări să se ia ca definitivă media aritmetică.

Neajunsul acestui procedeu constă în aceea că greșelile mai mici nu pot fi descoperite în calcule.

În cazul procedeului trei, rezolvarea problemei se realizează cu unghiurile β_1 și β_2 și diferența coordonatelor (exemplul 44).

Acest procedeu cere mai mult timp decît cele anterioare, însă dă un control complet al calculului coordonatelor din două laturi ale triunghiului (în cazul determinării corecte din tablă a valorilor cotangentelor); coordonatele punctului determinat, obținute din două laturi ale triunghiului, vor trebui să corespundă în limita de 0,02 m. Controlul măsurătorilor se realizează destul de simplu și se calculează direct coordonatele punctului ce se determină.

În cazul procedeului patru problema se rezolvă cu tangentele sau cotangentele unghiurilor de orientare $\alpha_1 = (AI)$ și $\alpha_2 = (BI)$ (exemplul 45).

Procedeul este avantajos în cazul cînd între punctele A și B nu există vizibilitate și sînt măsurate unghiurile alăturate (β_1 și β_2) către alte direcții.

Formulele tangentelor nu trebuie folosite în acele cazuri cînd unghiurile de orientare α_1 și α_2 sînt apropiate de 90° sau 270° ($75° < (\alpha_1, \alpha_2) < 105°$ sau $255° < (\alpha_1, \alpha_2) < 285°$).

În acest caz se folosesc formulele cotangentelor:

$$1.\ y - y_a = \frac{(y_a - y_b)\operatorname{ctg}\alpha_2 - x_a + x_b}{\operatorname{ctg}\alpha_1 + \operatorname{ctg}\alpha_2}$$

$$2.\ y = (y - y_a) + y_a;$$

$$3.\ x = (y - y_a)\operatorname{ctg}\alpha_1 + x_a.$$

Controlul:

$$x = (y - y_b)\operatorname{ctg}\alpha_2 + x_b.$$

Pentru procedeul cinci se calculează coordonatele punctului ce se determină cu unghiurile de orientare $\alpha_1 = (AI)$ şi $\alpha_2 = (BI)$ şi distanţele $s_1 = AI$ şi $s_2 = BI$ (exemplul 46). În cazul rezolvării prin acest procedeu există un control mai complet şi în acelaşi timp cu calcularea coordonatelor punctului I se determină şi distanţele care pot fi folosite la transmiterea cotelor prin nivelment trigonometric.

În cazul determinării punctelor prin intersecţii întotdeauna este necesar să se deosebească controlul calculelor faţă de controlul determinării punctelor.

Pentru controlul măsurătorilor, în cazul intersecţiei înainte, se măsoară unghiul către al treilea punct iniţial C. Rezolvînd intersecţia înapoi, se află (CI), iar pe urmă $\beta_3' - (CI) - (CB)$; diferenţa $\delta_\beta = \beta_3' - \beta_3$ nu trebuie să depăşească de trei ori eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului.

Pe lîngă aceasta, corectitudinea măsurătorilor poate fi verificată dacă se determină poziţia punctului I din punctele B şi C.

Unghiurile de intersecţie în puncte nu trebuie să fie mai mici de 30° şi nici mai mari de 150°.

La determinarea punctului prin intersecţie înainte, perechile de direcţii trebuie alese în aşa fel, încît direcţiile să se intersecteze sub unghiuri mai puţin ascuţite.

Pentru intersecţia înainte se dau două procedee de rezolvare:

a) prin determinarea unghiului auxiliar Q (exemplul 47);

b) cu unghiurile măsurate direct (exemplul 48).

Primul din aceste procedee este avantajos în cazul cînd în afară de coordonate se mai cunosc şi laturile fixe şi unghiurile lor de orientare. În cazul acestui procedeu există controlul intermediar al calculelor şi în acelaşi timp cu calculul coordonatelor se obţin distanţele de la punctele de ordin superior pînă la punctul care se determină şi unghiurile de orientare ale direcţiilor corespunzătoare lor.

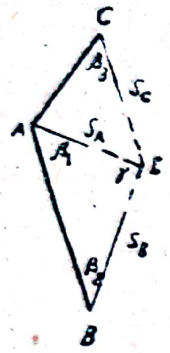
Nu este admisă determinarea punctului prin intersecţie înapoi numai din trei puncte.

Pentru controlul determinării punctului, este necesar să se măsoare unghiul dintre direcţia către unul din cele trei puncte şi direcţia la punctul patru. Controlul se efectuează la fel ca pentru intersecţia înainte. Cu ajutorul intersecţiei înapoi nu se poate determina punctul dacă el se găseşte la o distanţă mai mică decît 1/3 din raza cercului trasat prin punctele de ordin superior. Cel mai bun este cazul cînd punctul ce se determină se află în interiorul triunghiului cu vîrfuri în punctele de ordin superior.

Pentru intersecţia liniară, în prezenta carte este dat numai procedeul de calcul după formulele arătate în lucrarea lui E.G. Larcenko [46] (exemplul 49).

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul



Exemplul 42. **Intersecția înainte (fig. 57.)**

Punctul ce se determină I — Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonate x	Coordonate y	Orientări	Laturi
C	4	6 371 371,17	9 428 552,42	210°59′03″,3	1 661,71
A	4	6 369 946,57	9 427 696,97	154 15 14 ,0	2 801,48
B	4	6 367 423,20	9 428 913,89		

2. *Rezolvarea triunghiului*

Denumirea unghiurilor	Unghiurile măsurate	Sinusurile unghiurilor	Laturile
γ	(92°37′20″)	0,998 953	2 801,48
β_1	47 37 10	0,738 684	2 071,58
β_2	39 45 30	0,639 551	1 793,57

3. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	B
	I	
α_0	154°15′14″	334°15′14″
	—	+
$<$	47 37 10	39 45 30
α	106 38 04	14 00 44
x	6 369 433,13	6 369 433,14
x_0	6 369 946,57	6 367 423,20
Δx	—513,44	+2 009,94
cos α	0,286 264	0,970 244
s	1 793,57	2 071,58
sin α	0,958 150	0,242 129
Δy	+1 718,50	+501,59
y_0	9 427 696,97	9 428 913,89
y	9 429 415,47	9 429 415,48
Mediile		x = 6 369 433,14
		y = 9 429 415,48

4. *Controlul*

Punctele	x / Δx	y / Δy	tgα / α
I	6 369 433,14	9 429 415,48	—0,445 329
C	6 371 371,17	9 428 552,42	(CI) =155°59′43″
	—1 938,03	+ 863,06	(CA)=210 59 03
			β'_3=54 59 20
			β_3=54 59 34
			$\delta\beta$=—14″

5. *Calculul erorii medii pătratice a poziției punctului I*

$m=\pm 15''$;

$$M=\frac{m''}{\rho''\sin\gamma}\sqrt{s_1^2+s_2^2}=\frac{15}{206\cdot 0{,}999}\sqrt{2{,}07^2+1{,}80^2}=0{,}21 \text{ m.}$$

Calculat _____ „_____“ _____ 19___

Trapezul .....

Formule:

$$x = \frac{x_a \operatorname{ctg} \beta_2 - y_a + x_b \operatorname{ctg} \beta_1 + y_b}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_1};$$

$$y = \frac{y_a \operatorname{ctg} \beta_2 + x_a + y_b \operatorname{ctg} \beta_1 - x_b}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_1};$$

$$x = \frac{x_c \operatorname{ctg} \beta_2' - y_c + x_a \operatorname{ctg} \beta_1' + y_a}{\operatorname{ctg} \beta_2' + \operatorname{ctg} \beta_1'};$$

$$y = \frac{y_c \operatorname{ctg} \beta_2' + x_c + y_a \operatorname{ctg} \beta_1' - x_a}{\operatorname{ctg} \beta_2' + \operatorname{ctg} \beta_1'}.$$

Exemplul 43. **Intersecția înainte (fig. 58)**

Rețeaua analitică

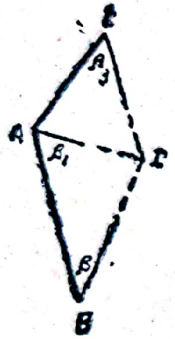
Punctul ce se determină I

Punctele	Unghiurile	x	$\frac{\operatorname{ctg} \beta_2}{\operatorname{ctg} \beta_1}$ $\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_1$	y
A	47°37′10″	6 369 946,57	1,202 014	9 427 696,97
B	39 45 30	6 367 423,20	0,912 503	9 428 913,89
I		6 369 433,14	2,114 517	9 429 415,48
C	54 59 34	6 371 371,17	0,255 821	9 428 552,42
A	75 39 01	6 369 946,57	0,700 395	9 427 696,97
I		6 369 433,08	0,956 216	9 429 415,67
Mediile		$x = 6\,369\,433{,}11$		$y = 9\,429\,415{,}58$

Calculat_____ „_____" 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul.....



Formule :

1. $x - x_a = \dfrac{(x_b - x_a)\operatorname{ctg}\beta_1 + (y_b - y_a)}{\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2} = \dfrac{\Sigma_1}{\Sigma}$;

2. $y - y_a = \dfrac{(y_b - y_a)\operatorname{ctg}\beta_1 - (x_b - x_a)}{\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2} = \dfrac{\Sigma_2}{\Sigma}$;

3. $x - x_b = \dfrac{-(x_b - x_a)\operatorname{ctg}\beta_2 + (y_b - y_a)}{\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2} = \dfrac{\Sigma_3}{\Sigma}$;

4. $y - y_b = \dfrac{-(y_b - y_a)\operatorname{ctg}\beta_2 - (x_b - x_a)}{\operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2} = \dfrac{\Sigma_4}{\Sigma}$;

5. $x = x_a + (x - x_a)$; 6. $y = y_a + (y - y_a)$;

7. $x = x_b + (x - x_b)$; 8. $y = y_b + (y - y_b)$.

3. Control

Punctele	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 369 433,14	9 429 415,48	—0,445 329
C	6 371 371,17	9 428 552,42	$(CI) = 155°59'43''$
	—1 938,03	+ 863,06	$(CA) = 210\ 59\ 43$
			$\beta_3' = 54\ 59\ 20$
			$\beta_3 = 54\ 59\ 34$
			$\delta\beta = —\ 14''$

Exemplul 44. **Intersecția înainte (fig 59).** Punctul ce se determină I

Rețeaua analitică

I. Date inițiale

Punctul	Ordinul	Coordonate x	Coordonate y	Unghiul de orientare	Laturile
C	4	6 371 371,17	9 428 552,42		
A	4	6 369 946,57	9 427 696,97	210°59'03",3	1 661,71
B	4	6 367 423,20	9 428 913,89	154 15 14 ,0	2 801,48

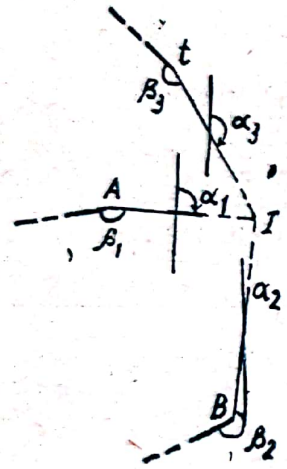
2. Calculul coordonatelor

1	β_1	47°37'10"	3	$x - x_a = \frac{1}{\Sigma}\Sigma_1$	— 513,43
	β_2	39 45 30		x_a	6 369 946,57
	$\operatorname{ctg}\beta_1$	0,912 503			
	$\operatorname{ctg}\beta_2$	1,202 014			
	$\Sigma = \operatorname{ctg}\beta_1 + \operatorname{ctg}\beta_2$	2,114 517		x	6 369 433,14
				x_{mediu}	6 369 433,14
	$\frac{1}{\Sigma}$	0,472 921		x	6 369 433,14
				x_b	6 367 423,20
2	Σ_1	—1 085,66		$x - x_b = \frac{1}{\Sigma}\Sigma_3$	+2 009,94
	$(x_b - x_a)\operatorname{ctg}\beta_1$	—2 302,58			
	$y_b - y_a$	+1 216,92			
	$-(x_b - x_a)\operatorname{ctg}\beta_2$	+3 033,13		$y - y_a = \frac{1}{\Sigma}\Sigma_2$	+1 718,51
	Σ_3	+4 250,05		y_a	9 427 696,97
	Σ_2	+3 633,81		y	9 429 415,48
				y_{mediu}	9 429 415,48
	$(y_b - y_a)\operatorname{ctg}\beta_1$	+1 110,44		y	9 429 415,48
	$-(x_b - x_a)$	+2 523,37			
	$-(y_b - y_a)\operatorname{ctg}\beta_2$	—1 462,75		y_b	9 428 913,89
	Σ_4	+1 060,62		$y - y_b = \frac{1}{\Sigma}\Sigma_4$	+ 501,59

Calculat _____ „_____" _____ 19_____

Trapezul.....

Exemplul 45. Intersecția înainte (fig. 69)



Formule :

1. $x - x_a = \dfrac{(x_a - x_b)\operatorname{tg}\alpha_2 - y_a + y_b}{\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2}$;

2. $x = (x - x_a) + x_a$;

3. $y = (x - x_a)\operatorname{tg}\alpha_1 + y_a$;

Control: $y = (x - x_b)\operatorname{tg}\alpha_2 + y_b$

Punctul ce se determină I — Rețeaua analitică

x_a	6 369 946,57
x_b	6 367 423,20
$x_a - x_b$	+ 2 523,37
y_a	9 427 696,97
y_b	9 428 913,89
α_1	106°38′04″
α_2	14 00 44
$\operatorname{tg}\alpha_1$	—3,347 08
$\operatorname{tg}\alpha_2$	+0,249 554
$\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2$	3,596 634
$x - x_a$	—513,44
x	6 369 433,13
y	9 429 415,49

Controlul calculelor

$x - x_b$	+2 009,93
y	9 429 415,48

Controlul măsurătorilor

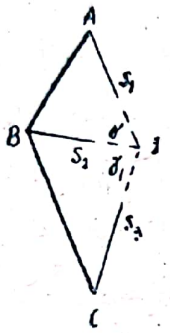
x_c	6 371 371,17
$x - x_c$	—1 938,04
y_c	9 428 552,42
$y - y_c$	+ 863,06
$\operatorname{tg}(CI_j$	—0,445 346
(CI)	155°59′43″
(CA)	310 59 03
β_3'	154 59 20
β_3	154 59 34
$\delta\beta_3$	—14″

Calculat _____ „____" _____ 19

Trapezul.....

Exemplul 46. **Intersecția înainte (fig. 61)**

Punctul ce se determină I — Rețeaua analitică



Control $-\sin\gamma = a_1 b_2 - a_2 b_1$;

$-\sin\gamma = a_2 b_3 - a_3 b_2$;

$x_1 - x_3 = (x_1 - x_2) + (x_2 - x_3)$;

$y_3 - y_1 = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2)$;

Formule: $b_i = \cos\alpha_i$; $a_i = \sin\alpha_i$;

$$s_1 = \frac{(x_1 - x_2)\,a_2 + (y_2 - y_1)\,b_2}{\sin\gamma};$$

$$s_2 = \frac{(x_1 - x_2)\,a_1 + (y_2 - y_1)\,b_1}{\sin\gamma};$$

$$s_3 = \frac{(x_2 - x_3)\,a_2 + (y_3 - y_2)\,b_2}{\sin\gamma_1};$$

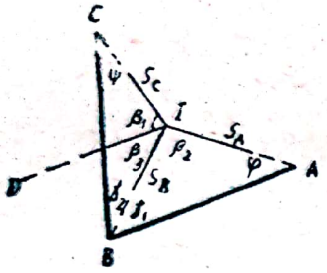
$$x = x_1 + s_1 b_1 = x_2 + s_2 b_2 = x_3 + s_3 b_3;$$

$$y = y_1 + s_1 a_1 = y_2 + s_2 a_2 = y_3 + s_3 a_3.$$

Punctele	$x_1 - x_2$ x_1 x_2 x_3 $x_2 - x_3$	$y_2 - y_1$ y_1 y_2 y_3 $y_3 - y_2$	$\gamma = \alpha_1 - \alpha_2$ α_1 α_2 α_3 $\gamma_1 = \alpha_2 - \alpha_3$	$\sin\gamma$ $b_1 = \cos\alpha_1$ $b_2 = \cos\alpha_2$ $b_3 = \cos\alpha_3$ $\sin\gamma_1$	$-\sin\gamma$ (controlul) $a_1 = \sin\alpha_1$ $a_2 = \sin\alpha_2$ $a_3 = \sin\alpha_3$ $-\sin\gamma_1$ (controlul)	s_1 s_2 s_3	Coordonatele punctului ce se determină	
							x	y
	+1 424,60	−855,45	49°21′39″	+0,758 826	−0,758 826			
1. A	6 371 371,17	9 428 552,42	155 59 43	−0,913 512	+0,406 812	2 121,53	6 369 433,13	9 429 415,48
2. B	69 946,57	7 696,97	106 38 04	−0,286 264	+0,958 150	1 793,57	14	48
3. C	67 423,20	8 913,89	14 00 44	+0,970 244	+0,242 129	2 071,58	14	48
	+2 523,37	+1 216,92	92 37 20	+0,998 953	−0,998 952	Mediile	6 369 433,14	9 429 415,48
$x_1 - x_3$; $y_3 - y_1$	+3 947,97 (controlul)	+ 361,47 (controlul)						

Calculat _____ „_____" _____ 19_____

Trapezul . . .



Exemplul 47. Intersecția înapoi (fig. 62) Rețeaua analitică

Punctul ce se determină I

1. Date inițiale

Punctele	Ordinul	Coordonatele		Unghiurile de orientare	Laturile
		x	y		
A	4	6 506 393,71	9 412 624,69	252°35′17″,5	2 473,96
B	4	6 505 653,41	9 410 264,09	0 18 38 ,6	2 490,23
C	4	6 508 143,61	9 410 277,59		
D	4	6 506 527,81	9 409 893,64		

Formulele pentru determinarea lui Q, φ și ψ

$$D_1 = \frac{c}{\sin \beta_2} \qquad D_2 = \frac{a}{\sin \beta_1} \qquad \operatorname{tg} Q = D_1 : D_2$$

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 180° - \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2 + \gamma_1 + \gamma_2);$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi \operatorname{ctg} (45° + Q);$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) + \frac{1}{2}(\varphi - \psi);$$

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) - \frac{1}{2}(\varphi - \psi);$$

2. Calculul unghiurilor Q, φ și ψ.

$\operatorname{tg} Q$	0,934 720	$(AB) - (CB) = \gamma_1 + \gamma_2$	72°16′39″
Q	43°04′03″	$\beta_1 + \beta_2$	228 12 39
$\operatorname{ctg} (45° + Q)$	0,033 741	2Σ	300 29 18
$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	0,571 682	Σ	150 14 39
$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	0,019 289	$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 180° - \Sigma$	29 45 21
		$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	1 06 18

Scanned with OKEN Scanner

Formarea și rezolvarea triunghiurilor

Nr. unghiurilor	Unghiurile	Sinusurile unghiurilor	Laturile
		D_1=2636,267	
β_2	110°12′36″	0,938 433	c = 2 473,96
(γ_1)	(38 55 45)	0,628 359	s_A = 1 656,62
φ	30 51 39	0,512 955	s_B = 1 352,29
		D_2 = 2820,381	
β_1	118 00 03	0,882 941	a = 2 490,23
(γ_2)	(33 20 54)	0,549 727	s_C = 1 550,44
ψ	28 39 03	0,479 471	s_B = 1 352,29

5. *Controlul*

a) $(\gamma_1) + (\gamma_2) = 72°16'39''$; b) $s_B = s'_B$

c) $\gamma_1 + \gamma_2 = (AB) - (CB) = 72°16'39''$

Punctul	x / Δx	y / Δy	tg α / α
I	6 506 779,00	9 411 013,60	4,458 62
D	6 506 527,81	9 409 893,64	$(DI) = 77°21'31''$
	+ 251,19	+1 119,96	$(BI) = 33\ 39\ 33$
			$\beta'_3 = 43\ 41\ 58$
			$\beta_3 = 43\ 41\ 40$
			$\delta\beta = +\ 18''$

4. *Calculul coordonatelor*

Elementele formulei	A	C
	I	
α_0	252°35′18″	180°18′39″
$<$	+ 30 51 39	— 28 39 03
α	283 26 57	151 39 36
x	6 506 778,99	6 506 779,00
x_0	6 506 393,71	6 508 143,61
Δx	+ 385,28	—1 364,61
cos α	0,232 583	0,880 146
s	1 656,52	1 550,44
sin α	0,972 577	0,474 703
Δy	—1 611,09	+ 736,00
y_0	9 412 624,69	9 410 277,59
y	9 411 013,60	9 411 013,59

Mediile $x = 6\ 506\ 779{,}00$
$y = 9\ 411\ 013{,}60$

6. *Calculul erorii medii pătratice a poziției punctului I*

$$m = \pm 15'';$$

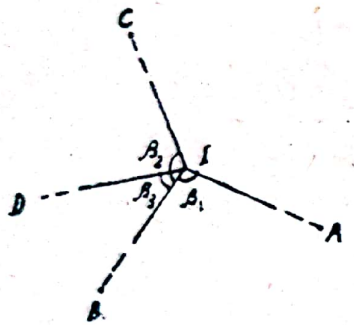
$$M = \frac{m s_B}{\rho \sin(\varphi + \psi)} \sqrt{\left(\frac{s_A}{c}\right)^2 + \left(\frac{s_C}{a}\right)^2} =$$

$$= \frac{15 \cdot 1{,}35}{206 \cdot 0{,}861} \sqrt{\left(\frac{1{,}66}{2{,}47}\right)^2 + \left(\frac{1{,}55}{2{,}49}\right)^2} = 0{,}10 \text{ m}$$

Calculat: _____

„____“ _____ 19____

Trapezul. . .



Formule:

1. $x_b - x_n = x_b - x_a + (y_b - y_a) \operatorname{ctg} \beta_1$;
2. $y_b - y_n = y_b - y_a - (x_b - x_a) \operatorname{ctg} \beta_1$;
3. $x_b - x_m = x_b - x_c - (y_b - y_c) \operatorname{ctg} \beta_2$;
4. $y_b - y_m = y_b - y_c + (x_b - x_c) \operatorname{ctg} \beta_2$;
5. $x_m - x_n = (x_b - x_n) - (x_b - x_m)$;
6. $y_m - y_n = (y_b - y_n) - (y_b - y_m)$;
7. $A = (y_b - y_n)(x_m - x_n) - (x_b - x_n)(y_m - y_n)$;
8. $B = (x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2$;
9. $k = \frac{A}{B}$
10. $x = x_b + k(y_m - y_n)$:
11. $y = y_b - k(x_m - x_n)$.

Exemplul 48. **Intersecția înapoi (fig. 63)** Punctul ce se determină I
Rețeaua analitică

1. *Date inițiale*

Punctele	Ordinul	Coordonatele x	Coordonatele y	Unghiurile de orientare	Laturile
A	4	6 506 393,71	9 412 624,69	252°35′17″,5	2 473,96
B	4	6 505 653,41	9 410 264,09	0 18 38 ,6	2 490,23
C	4	6 508 143,61	9 410 277,59		
D	4	6 506 527,81	9 409 893,64		

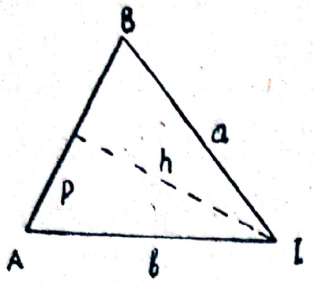
2. *Calculul coordonatelor*

x_a	6 506 393,71	y_a	9 412 624,69
x_b	6 505 653,41	y_b	9 410 264,09
x_c	6 508 143,61	y_c	9 410 277,59
β_1	110°12′36″	ctg β_1	−0,368 127
β_2	118 00 03	ctg β_2	−0,531 728
$x_b - x_a$	−740,30	$y_b - y_a$	−2 360,60
+		−	
$(y_b - y_a)$ ctg β_1	+869,00	$(x_b - x_a)$ ctg β_1	+ 272,52
$x_b - x_n$	+128,70	$y_b - y_m$	−2 633,12
$x_b - x_c$	−2 490,20	$y_b - y_c$	− 13,50
−		+	
$(y_b - y_c)$ ctg β_2	+7,18	$(x_b - x_c)$ ctg β_2	− 1 324,11
$x_b - x_m$	−2 497,38	$y_b - y_m$	+ 1 310,61
$x_m - x_n$	+2 626,08	$y_m - y_n$	− 3 943,73
A	−6 407 226	B	+22 449,302
k	−0,285 409		
x_b	6 505 653,41	y_b	9 410 264,09
+		+	
$k(y_m - y_n) = \Delta x_{BI}$	+1 125,58	$-k(x_m - x_n) = \Delta y_{BI}$	+ 749,51
x	6 506 778,99	y	9 411 013,60
$x - x_D$	+251,18	$y - y_D$	+1 119,96
tg (DI)	+4,458 79	(DI)	77°21′33″
tg (BI)	+0,665 888	(B)	33 39 33
		β_3'	43 42 00
		β_3	43 41 40
		$\delta\beta$	+20″

Calculat_____ „_____" 19_____

Scanned with OKEN Scanner

Trapezul



Exemplul 49. **Intersecția liniară (fig. 64)*** Punctul ce se determină I. Rețeaua analitică

Formule:

$$p = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}; \qquad h = \sqrt{b^2 - p^2};$$

$$\Delta x_{AI} = \frac{p(x_B - x_A) + h(y_A - y_B)}{c};$$

$$\Delta y_{AI} = \frac{p(y_B - y_A) + h(x_B - x_A)}{c};$$

Controlul: $\sqrt{\Delta x_{AI}(x_I - x_A) + \Delta y_{AI}(y_I - y_A)} = b.$

Observație: notările A și B se fac în așa fel ca punctul I să fie în dreapta față de direcția AB.

Notările	Numerele	Notările	Numerele	Notările	Numerele	Notările	Numerele
b	1055,2	p	433,89	x_B	5132,0	y_B	8437,0
c	951,8	h	961,83	x_A	4385,6	y_A	7846,3
a	1092,4	b_x	1055,2	Δx_{AI}	−256,6	Δy_{AI}	+1023,6
				x_I	4129,0	y_I	8869,8

* Formulele și schema sînt luate din manualul E. G. Larcenko [46] pag. 12—14.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul VI

COMPENSAREA DRUMUIRILOR CU TEODOLITUL ȘI A DRUMUIRILOR DE NIVELMENT

§ 25. OBSERVAȚII GENERALE

Drumuirile poligonometrice, executate cu precizia 1 : 25 000 și mai mare, se compensează riguros, adică unghiurile și creșterile coordonatelor se compensează împreună.

Drumuirile poligonometrice de precizie mai mică și drumuirile cu teodolitul se compensează separat, adică la început se compensează riguros unghiurile, iar pe urmă, creșterea coordonatelor. Totuși în măsura în care unghiurile și creșterile coordonatelor se compensează diferit, această metodă nu poate fi socotită ca fiind riguroasă.

Drumuirile de nivelment geometric și trigonometric se compensează ușor prin procedeele riguroase.

Pentru compensarea drumuirilor cu teodolitul și drumuirilor de nivelment există mai multe procedee; alegerea lor depinde în mare măsură de structura întregului sistem de drumuiri. Pentru aceste sisteme dăm două procedee* practice și comode.

1. Compensarea drumuirilor cu două puncte nodale cu ajutorul formulelor standard (cazul simplu al drumuirilor cu un singur punct nodal se omite). Procedeul este util în special pentru compensarea și aprecierea preciziei drumuirilor de nivelment.

2. Compensarea prin procedeul aproximațiilor. Acest procedeu este indicat în cazul cînd în interiorul sistemului de drumuiri există cîteva puncte tari.

§ 26. COMPENSAREA DRUMUIRII POLIGONOMETRICE

Mai întîi de toate examinăm compensarea riguroasă a drumuirii izolate de formă arbitrară după procedeul celor mai mici pătrate. Teoria acestui procedeu este dată în diferite manuale de geodezie **, iar aici dăm numai ordinea calculelor, formula și exemplul 50.

---

* Pentru rețeaua liberă de poligoane, după cum și pentru rețeaua compensată pe punctele de ordin superior, este avantajos procedeul lui V. V. Popov, care este dat în multe instrucțiuni.

** Vezi, spre exemplu [80], pag. 297—306 și [38].

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 50. **Compensarea drumuirii poligonometrice prin procedeul celor mai mici pătrate**

Nr. punctelor	Unghiurile măsurate β (în dreapta)	Unghiurile de orientare	sin α cos α	Distanțe reduse la orizont s	Creșterile coordonatelor		Corecțiile creșterilor, mm				Coordonatele	
							$v_{\Delta y}$		$v_{\Delta x}$			
					Δy	Δx	$v_s \sin\alpha$	$+\frac{\Delta x\, v\alpha}{\rho}$	$v_s \cos\alpha$	$-\frac{\Delta y\, v\alpha}{\rho}$	y	x
M												
	—1	58°34′31″										
A	93°48′53″	—1	+0,576 991	+8	+4	—4					5 573,126,029	6 113 824,783
	—2	144 45 39	—0,816 750	362,508	+209,164	—296,078	+3,3	+1,3	— 4,7	+0,9		
1	167 13 27	—2	+0,382 083	+6	+7	—5					335,197	528,701
	—2	157 32 14	—0,924 128	483,236	+184,636	—446,572	+2,9	+4,1	— 6,9	+1,6		
2	178 24 46	—2	+0,356 330	+9	+12	—9					519,840	084,124
	—2	159 07 30	—0,934 360	794,107	+282,964	—741,982	+4,3	+7,6	—11,4	+2,9		
3	189 38 51	—1	+0,507 869	+6	+4	—3					802,816	2 340,133
	—2	149 28 41	—0,861 434	305,431	+155,119	—263,109	+2,4	+1,4	— 4,1	+0,8		
B	287 19 35										957,939	077,021
		42 09 08										
N												

$\Sigma\beta_{\text{măs}} = 916\ 25\ 32$ [s] $= 1945{,}282 + 831{,}883 - 1747{,}741$

$f_\beta = +9''$ $\qquad f_y = -0{,}027;\ f_x = +0{,}021$

$f_{\beta\,\text{auxiliar}} = \pm 6''\sqrt{5} = \pm 13''$

Mărimile auxiliare

$$\mu = \pm 0{,}00030;\quad m_\beta = \pm 3'',0;\qquad q = \frac{m^2\,\beta}{\mu^2\,\rho} = 485;\ 1000\,\frac{q}{\rho} = 2{,}35.$$

Scanned with OKEN Scanner

Nr. punctelor	Mărimile auxiliare pentru calculul lui k_2 și k_3										Corecțiile v_β			Corecțiile v_α	Corecțiile v_s, mm		
	$\Delta x \cos\alpha = \frac{\Delta x^2}{s}$	$\Delta x \sin\alpha = \frac{\Delta x \Delta y}{s}$	$\Delta y \sin\alpha = \frac{\Delta y^2}{s}$	Coordonatele condiționate y'	Coordonatele condiționate x'	$\eta = y' - y_0$	$\xi = x' - x_0$	$\frac{\eta^2}{1000}$	$\frac{\xi^2}{1000}$	$\frac{\eta\xi}{1000}$	$-\eta k_2 q$	$+\xi k_3 q$	Totale		$\Delta y k_2$	$\Delta x k_2$	Totale
A				0	0	—422	+854	178,1	729,3	—360,4	—2″,7	+3″,6	+0″,9	—0″,9	+1,8	+3,9	+ 5,7
	242	—171	121														
1				+209	—296	—213	+558	45,4	311,4	—118,9	—1 ,4	+2 ,3	+0 ,9	— 1,8	+1,6	+5,9	+ 7,5
	413	—171	71														
2				+394	—743	— 28	+111	0,8	12,3	—3,1	—0 ,2	+0 ,5	+0 ,3	— 2,1	+2,4	+9,8	+12,2
	693	—264	101														
3				+677	—1485	+255	—631	65,0	398,2	—160,9	+1 .,6	—2 ,6	—1 ,0	— 1,1	+1,3	+3,5	+ 4,8
	227	—134	79														
B				+832	—1748	+410	—894	168,1	799,2	—366,5	+2 ,6	—3 ,7	—1 ,1				
	1575	—740	372	+2112	—4272	+ 2	— 2	457,4	2250,4	—1009,8							

$y_0 = +422$; $x_0 = -854$

$$A = \left[\frac{\Delta x^2}{s}\right] + \frac{q}{\rho}[\eta^2] = 650; \quad C = \left[\frac{\Delta y \Delta x}{s}\right] - \frac{q}{\rho}[\eta\xi] = +1633; \quad k_2 = \frac{1}{N}(Cf_y - Bf_x) = -1322 \cdot 10^{-8}; \quad k_2 q = -641 \cdot 10^{-5};$$

$$B = \left[\frac{\Delta y^2}{s}\right] + \frac{q}{\rho}[\xi^2] = 5660; \quad N = AB - C^2 = 1233\,0000; \quad k_3 = \frac{1}{N}(Cf_x - Af_y) = +858 \cdot 10^{-8}; \quad k_3 q = +416 \cdot 10^{-5}$$

Ordinea calculelor și formulelor în cazul compensării riguroase a drumuirii poligonometrice

1. Se întocmește schema drumuirii, pe care se scriu valorile medii ale unghiurilor drumuirii și trasele orizontale ale acesteia.

2. Se calculează suma unghiurilor în drumuire.

3. Se află eroarea de închidere unghiulară cu formula (pentru unghiurile din dreapta drumuirii):

$$f_\beta = \Sigma\beta - (\alpha_H + 18^\circ N - \alpha_k),$$

unde:

α_H, α_k — unghiurile de orientare de plecare,

$N = n + 1$ — numărul unghiurilor drumuirii (n — numărul laturilor) se compară eroarea de neînchidere obținută cu cea admisibilă (limită) cu formula:

$$f_{\beta\ \text{admisibil}} = 2m\sqrt{N}\ (\text{sau}\ 3m\sqrt{N}),$$

unde m — eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului.

Coeficientul 2 (sau 3) uneori se indică în instrucțiuni.

4. Dacă eroarea de neînchidere este admisibilă, ea se va repartiza cu semnul invers, în mod egal la toate unghiurile drumuirii.

Corecțiile prime se calculează cu formula:

$$v'_\beta = -\frac{f_\beta}{N}$$

și se controlează după formula

$$[v'_\beta] = -f_\beta.$$

5. Folosind unghiurile corectate provizoriu se calculează unghiurile de orientare.

6. În tabelele funcțiilor trigonometrice se găsesc sinusurile și cosinusurile unghiurilor de orientare și se scriu în schemă.

7. Folosindu-se sinusurile și cosinusurile determinate și lungimea laturilor reduse la orizont, se determină creșterile provizorii ale coordonatelor.

8. Se calculează sumele creșterilor.

9. Se află erorile de neînchidere în creșterile coordonatelor:

$$f_x = [\Delta x] - (x_B - x_A);$$

$$f_y = [\Delta y] - (y_B - y_A),$$

iar pe urmă erorile de neînchidere absolută și relativă:

$$f_{\text{absolut}} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \qquad f_{\text{relativ}} = \frac{f_{\text{absolut}}}{[s]}.$$

Pentru aprecierea calității măsurătorilor se compară eroarea de neînchidere relativă obținută cu cea admisibilă, după instrucțiuni.

10. Pentru determinarea coeficienților A, B și C ai ecuațiilor normale ale corelatelor se calculează:

Scanned with OKEN Scanner

a) mărimile

$$\frac{\Delta x^2}{s} = \Delta x \cos \alpha\,, \quad \frac{\Delta y^2}{s} = \Delta y \sin \alpha\,, \quad \frac{\Delta x \Delta y}{s} = \Delta x \sin \alpha = \Delta y \cos \alpha$$

și sumele lor:

$$\left[\frac{\Delta x^2}{s}\right], \left[\frac{\Delta y^2}{s}\right], \left[\frac{\Delta x\, \Delta y}{s}\right];$$

b) coordonatele aproximative ale punctelor drumuirii y' și x';

c) coordonatele centrului de greutate;:

$$y_0 = \frac{[y']}{N}, \quad x_0 = \frac{[x']}{N};$$

d) coordonatele centrale ale punctelor drumuirii cu originea coordonatelor în centrul de greutate a tuturor vîrfurilor

$$\eta_i = y_i - y_0; \quad \xi_i = x_i = x_0,$$

care se controlează după formulele

$$[\eta] = 0, \quad [\xi] = 0;$$

e) mărimile

$$\frac{\eta^2}{1000}, \quad \frac{\xi^2}{1000}, \quad \frac{\eta\xi}{1000}$$

și sumele lor

$$\left[\frac{\eta^2}{1000}\right], \left[\frac{\xi^2}{1000}\right], \left[\frac{\eta\xi}{1000}\right].$$

După aceasta se calculează coeficienții ecuațiilor normale a corelatelor:

$$A = \left[\frac{\Delta x^2}{s}\right] + \frac{q}{\rho}[\eta^2], \quad B = \left[\frac{\Delta y^2}{s}\right] + \frac{q}{\rho}[\xi^2]$$

$$C = \left[\frac{\Delta x\, \Delta y}{s}\right] - \frac{q}{\rho}[\eta\xi] \quad \text{și} \quad N = AB - C^2,$$

unde

$$q = \frac{m_\beta^2}{\mu_\varrho^2}$$

m_β — eroarea medie pătratică de măsurare a unghiului;

μ — coeficientul influenței erorilor întîmplătoare în măsurătorile liniare.

11. Se determină coeficienții:

$$k_2 = \frac{1}{N}(Cf_y - Bf_x) \quad \text{și} \quad k_3 = \frac{1}{N}(Cf_x - Af_y).$$

12. Se calculează corecțiile secunde, unghiulare:

$$v''_{\beta_i} = q\,(\eta_i k_2 - \xi_i k_3) \qquad (i = 1, 2 \ldots N).$$

13. Se află corecțiile unghiulare de orientare:

$$v''_{\alpha_i} = -\sum_{\nu=1}^{i} v''\beta_\nu$$

14. Se determină corecțiile în lungimile laturilor

$$v_{s_i} = \Delta x_i\, k_2 + \Delta y_i\, k_3\,,$$

ale căror valori se controlează după formula:

$$[v_s] = [\Delta x]\, k_2 + [\Delta y]\, k_3\,.$$

Corecțiile se scriu deasupra laturilor reduse la orizont.

15. Se calculează corecțiile creșterilor coordonatelor:

$$v_{\Delta y_i} = v_{si} \sin \alpha_i + \Delta x_i \frac{v''_{\alpha_i}}{\rho}\,, \quad v_{\Delta x_i} = v_{s_i} \cos \alpha_i - \Delta y_i \frac{v''_{\alpha_i}}{\rho} \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

și se controlează calculele cu formulele:

$$[v_{\Delta y}] = -f_y\,, \quad [v_{\Delta x}] = -f_x\,.$$

Corecțiile se scriu deasupra creșterilor corespunzătoare ale coordonatelor.

16. Folosind creșterile corectate, se calculează coordonatele definitive.

Coordonatele ultimului punct, calculate prin drumuire, trebuie să fie egale cu coordonatele punctului de ordin superior, care se găsește la sfîrșitul drumuirii.

Formulele privind aprecierea preciziei drumuirii poligonometrice închise, compensată strict după procedeul celor mai mici pătrate, sînt foarte complicate și pentru scopurile practice nu sînt utile. Din această cauză dăm numai cele mai simple formule riguroase pentru drumuirea întinsă cu laturile egale.

Pentru o astfel de drumuire erorile medii pătratice vor fi [80] (pag. 318—319):

eroarea longitudinală.

$$m_{t_{i+1}} = \mu \sqrt{\frac{i(n-i)}{n}}\, s\,,$$

unde

μ — eroarea unității de pondere:
$i+1$ — numărul vîrfului drumuirii;
s — lungimea laturilor;

eroarea transversală:

$$m_{u_{i+1}} = s \sqrt{\frac{i\,(i+1)\;\;(n-i)\;\;(n+1-i)}{6n\,(n+1)\;\;(n+2)}\,\{2\,(i+1)\;\;(n+1-i) - n\}\,\frac{m_\beta}{\rho}}\,;$$

eroarea unghiului de orientare

$$m_{\alpha_i} = \sqrt{\frac{i\,(n+1-i)}{n+1}\left\{1 - \frac{3i\,(n+1-i)}{n\,(n+2)}\right\}}\, m_\beta\,.$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru mijlocul drumuirii:

$$m_{t_{\frac{n}{2}+1}} = \frac{\mu}{2}\sqrt{L} \quad (L - \text{lungimea drumuirii};\ n - \text{par}),$$

$$m_{u_{\frac{n}{2}+1}} = \sqrt{\frac{n(n+2)\ (n^2+2n+4)}{192\ (n+1)}} \cdot \frac{m_\beta}{\rho}\ (n - \text{par});$$

$$m_{\alpha_{\frac{N-1}{2}}} = \frac{m_\beta}{4}\sqrt{N - \frac{1}{N}} \quad (N = n+1;\ n - \text{par});$$

$$m_{\alpha_{\frac{N}{2}}} = \frac{m_\beta}{4}\sqrt{N - \frac{3N}{N^2-1}} \approx \frac{m_\beta}{4}\sqrt{N} - \frac{3}{N}\ (N = n+1;\quad n - \text{impar}).$$

Vom vorbi pe scurt despre ordinea calculelor în cazul compensării neriguroase a drumuirii poligonometrice, atunci cînd unghiurile și creșterile coordonatelor se compensează separat. Nu se dă de exemplu pentru compensarea drumuirii în această carte, întrucît toate calculele se efectuează la fel ca la drumuirile izolate ale sistemelor de drumuiri (vezi pag. 322).

Ordinea calculelor și formulelor pentru compensarea neriguroasă a drumuirii poligonometrice

Se efectuează calculele de la punctele 1—9, pentru cazul calculelor după procedeul de compensare riguros, însă valorile sinusurilor și cosinusurilor (punctul 6) nu se scriu în schemă.

Erorile de neînchidere obținute se repartizează cu semnul invers la creșteri, proporțional cu lungimea laturilor reduse la orizont ale drumuirilor.

Corecțiile se calculează după formulele:

$$v_{\Delta x_i} = -\frac{f_x}{[s]}s_i \qquad v_{\Delta y_i} = -\frac{f_y}{[s]}s_i,$$

iar controlul lor se face cu formulele:

$$[v_{\Delta x}] = -f_x, \qquad [v_{\Delta y}] = -f_y.$$

Folosind creșterile corectate se calculează coordonatele tuturor vîrfurilor drumuirii. Coordonatele calculate ale ultimului punct trebuie să corespundă cu coordonatele punctelor de ordin superior.

Formulele privind aprecierea preciziei drumuirii închise, compensată riguros, sînt de asemenea destul de complicate.

Din această cauză dăm numai cele mai simple formule ale erorilor medii pătratice, pentru drumuirea cu laturile aproximativ egale [14]:
eroarea longitudinală:

$$m_{t_{i+1}} = \mu\sqrt{\frac{i\,(n-i)}{n}} \cdot s;$$

eroarea transversală

$$m_{u_{i+1}} = s\sqrt{\frac{i\,(n-i)}{12n}\left\{\frac{i(n-1)\ (n+4)}{n+1} + 2\right\}} \cdot \frac{m_\beta}{\rho};$$

eroarea unghiului de orientare

$$m_{a_i} = \sqrt{\frac{(n+1)(n+2)}{12n} - \frac{i(n+1-i)}{n(n+1)}} \cdot m_\beta .$$

Pentru mijlocul drumuirii, eroarea este dată de formula:

$$m_{t_{\frac{n}{2}+1}} = \frac{\mu}{2}\sqrt{L} \quad (L - \text{lungimea drumuirii}, \ n - \text{par}),$$

$$m_{u_{\frac{n}{2}+1}} = s\sqrt{\frac{(n+2)(n^2+2n+4)}{192\,n(n+1)}} \quad \frac{m_\beta}{\rho} \approx s\sqrt{\frac{n+3}{192}} \cdot \frac{m_\beta}{\rho} \ (n - \text{par})$$

$$m_{a_{\frac{n+1}{2}}} = \sqrt{\frac{1}{12}\left(n - \frac{1}{n}\right)} \cdot m_\beta \ (n - \text{impar}).$$

Erorile sistematice ale măsurătorilor liniare (constante pentru unitatea de lungime) din drumuirea alungită după compensare (atît în cazul compensării riguroase, cît și în cazul celei neriguroase) se anulează.

§ 27. COMPENSAREA SISTEMULUI DE DRUMUIRI DE NIVELMENT ȘI DRUMUIRILOR CU TEODOLITUL CU DOUĂ PUNCTE NODALE PRIN INTERMEDIUL COEFICIENȚILOR DE PONDERE

Luăm sistemul de drumuiri de nivelment (fig. 6), în care punctele A, B, C, D sînt date, iar punctele I, II sînt puncte ce se determină. În fiecare din cele cinci drumuiri sînt măsurate diferențele de nivel h, iar distanțele (numărul trepiedelor) s sînt cunoscute. Acestea, după cum și cotele punctelor date, se extrag din tabelele de pe schemă (fig. 6).

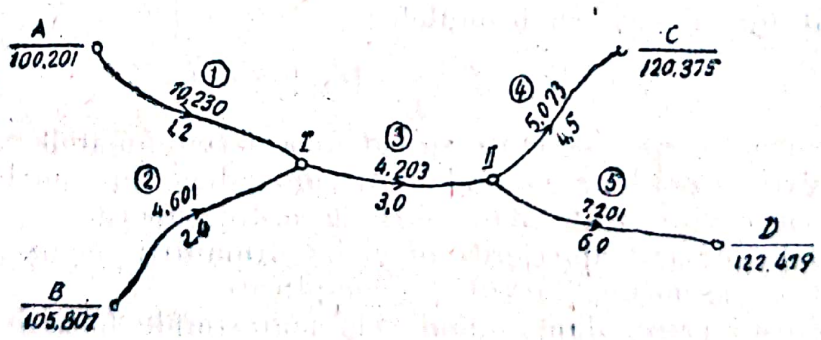


Fig. 6

Notăm valorile provizorii ale cotelor punctului I, obținute din drumuirile unu și doi, corespunzător cu H_1 și H_2 și ale punctului II, după prima și a treia drumuire, după cum și după drumuirile patru și cinci, prin H_{1+3}, H_4, H_5.

În acest caz:

$$H_i = H_{\text{inițial}} + h_i.$$

Luăm ca valoare aproximativă a cotelor punctelor I și II valorile H_1 și H_5. De asemenea luăm ponderea rezultatului, obținut după a treia drumuire, egal cu zero, adică:

$$p_3 = \frac{k}{s_3} = 1,$$

prin urmare, $k = s_3$ și $p_i = \frac{s_3}{s_i}$. De obicei: $p_{ij} = p_i + p_j$. Formînd ecuațiile de condiție și rezolvîndu-le prin intermediul coeficienților de pondere (sub condiția $[v^2] = \min$), obținem valorile necunoscutelor.

Formulele de lucru au forma:

$$l_1 = l_5 = 0; \qquad L_I = p_2 l_2 - l_3; \qquad Q_{I,II} = 1 : (p_{12}p_{45} + p_{12} + p_{45});$$

$$l_2 = H_1 - H_2 \qquad L_{II} = p_4 l_4 + l_3;$$

$$l_3 = H_5 - H_{1+3} \qquad Q_I = Q_{I\,II}(1 + p_{45});$$

$$l_4 = H_5 - H_4 \qquad Q_{II} = Q_{I\,II}(1 + p_{12});$$

$$v_1 = -(Q_I L_1 + Q_{I\,II} L_2); \qquad H_I = H_1 + v_1;$$

$$v_5 = -(Q_{I\,II} L_1 + Q_{II} L_2); \qquad H_{II} = H_5 + v_5;$$

$$v_2 = H_1 - H_2;$$

$$v_3 = -v_1 + v_5 + l_3;$$

$$v_4 = H_{II} - H_4.$$

Pentru aprecierea preciziei rezultatelor servesc formulele care se dau în exemplul 51 de compensare a cotelor.

Această schemă este dată pentru o mai bună claritate în ordinea calculării, adică cu notări explicative pe coloane și cu două rubrici de control (9) și (10).

Rubrica (9) se folosește de asemenea pentru calculul erorii medii pătratice a unității ponderii.

Ordinea calculelor

1. În coloana 2, folosind fig. 6, se scriu cotele punctelor I și II, calculate prin drumuiri izolate:

$$H_1 = 100{,}201 + 10{,}230 = 110{,}431 \text{ m};$$
$$H_2 = 105{,}802 + 4{,}601 = 110{,}403 \text{ m};$$
$$H_{1+3} = H_1 + h_3 = 110{,}431 + 4{,}903 = 115{,}334 \text{ m etc.}$$

2. În coloana 3 se scriu ponderile:

$$p_1 = \frac{S_3}{S_1} = \frac{3{,}0}{1{,}2} = 2{,}50;$$

$$p_2 = \frac{S_3}{S_2} = \frac{3{,}0}{2{,}4} = 1{,}25;$$

$$p_{12} = p_1 + p_2 = 3{,}75 \text{ etc.}$$

Exemplul 51. *Compensarea cotelor*

Nr. drumuirilor	Nr. punctelor I și II, m		p / $k = s_3$	l, mm		L, mm	Q	v, mm	$H_{definitiv}$, m	pvv, mm	pll, mm
1	2		3	4		5	6	7	8	9	10
1	H_1	110,431	2,5	0	0	+73	+0,232+0,107	−12,5	H_I=110,418	391	0
2	H_2	110,403	1,25	H_1-H_2	+ 28			+15,5		305	980
			p_{12}=3,75								
3	H_{1+3}	115,334	1,00	H_5-H_{1+3}	−38			−12,0		144	1444
4	H_4	115,302	0,67	H_5-H_4	−6			+ 7,5		38	24
5	H_5	115,296	0,50	0	0	−42	+0,107+0,510	+13,5	H_{II}=115,310	91	0
			p_{45}=1,17							[pvv]=969	[pll]=2448;

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{3}} = \pm\sqrt{\frac{969}{3}} = \pm 18 \text{ mm};$$

$$m_{km} = \frac{\mu}{\sqrt{s_3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = \pm 10 \text{ mm};$$

$$m_I = \mu\sqrt{Q_I} = 18\sqrt{0{,}23} = \pm 9 \text{ mm};$$

$$m_{II} = \mu\sqrt{Q_{II}} = 18\sqrt{0{,}51} = \pm 13 \text{ mm}.$$

$[vL] = -1479$

$[pll \cdot n] = 969.$

Scanned with OKEN Scanner

3. În coloana 4 se scriu termenii liberi l ai ecuațiilor de erori, de exemplu:

$$l_2 = H_1 - H_2 = 110{,}431 - 110{,}403 = +28 \text{ mm etc.}$$

4. În coloana 5 se scriu termenii liberi L ai ecuațiilor normale:

$$L_I = p_2 l_2 - l_3 = 35 - (-38) = +73 \text{ mm};$$
$$L_{II} = p_4 l_4 + l_3 = -4 - 38 = -42 \text{ mm}.$$

5. Se calculează coeficienții de pondere:

$$Q_{I\,II} = \frac{1}{3{,}75 \cdot 1{,}17 + 3{,}75 + 1{,}17} = 0{,}107;$$
$$Q_I = 0{,}107 \cdot 2{,}17 = 0{,}232;$$
$$Q_{II} = 0{,}107 \cdot 4{,}75 = 0{,}510.$$

În scopul ușurării calculului pentru mărimile v_1 și v_5, coeficienții de pondere se dispun în coloana 6 în două rubrici, conform schemei.

$$Q_I \quad Q_{III};$$
$$Q_{III} \quad Q_{II}.$$

6. În coloana 7 se scriu corecțiile diferențelor de nivel pe drumuiri. La început, înmulțind rubricile 5 și 6, se obține:

$$v_1 = -(0{,}232 \cdot 73 + 0{,}107 \cdot -42) = -12{,}5 \text{ mm};$$
$$v_5 = -(0{,}107 \cdot 73 + 0{,}510 \cdot -42) = +13{,}5 \text{ mm},$$

iar pe urmă cotele (compensate) definitive ale punctelor I și II, înscrise în coloana 8,

$$H_I = 110{,}431 - 12{,}5 = 110{,}418_5 \text{ m};$$
$$H_{II} = 115{,}296 + 13{,}5 = 115{,}309_5 \text{ m}.$$

După aceasta se scriu în coloana 7 corecțiile:

$$v_2 = 110{,}418_5 - 110{,}403 = +15{,}5 \text{ mm};$$
$$v_3 = 12{,}5 + 13{,}5 - 38 = -12 \text{ mm};$$
$$v_4 = 115{,}309_5 - 115{,}302 = +7{,}5 \text{ mm}.$$

7. În coloanele 9 și 10 se scriu mărimile pvv și pll, iar dedesubtul lor, sumele și controlul:

$$[pvv] = [pll \cdot n],$$
$$[pll \cdot n] = [pll] - [vL] \text{ și}$$
$$[vL] = v_1 L_I + v_5 L_{II} = (-12{,}5)\ (+73) + (13{,}5)\ (-42) = -1479,$$

valorile $[pvv]$ la fel se folosesc pentru calculul erorilor medii pătratice; pentru unitatea de pondere μ, erorile pentru un kilometru (m_{km}), erorile cotelor punctelor m_I și m_{II}.

Scanned with OKEN Scanner

Calculele din exemplul 51 s-au efectuat cu ajutorul riglei de calcul și al calculelor de birou.

La compensarea drumuirilor de nivelment trigonometric se iau:

$$p_i = \frac{[s^2]_3}{[s^2]_i},$$

unde s — lungimea unei linii izolate a drumuirii.

Mai jos se dă exemplul 52 de compensare a drumuirilor cu teodolitul (fig. 7). În acest caz unghiurile de orientare ale liniilor nodale 1—b și c—II se calculează după formulele generale:

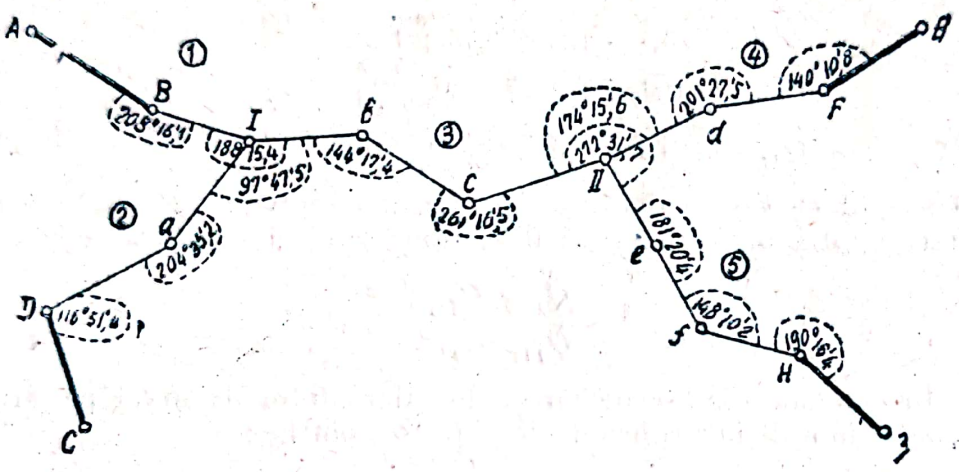


Fig. 7

$$\alpha_1 = \alpha_{AB} + n_1\,180° - \Sigma\beta_1 = 150°01',1 + 360° - 381°31',5 = 128°29',6;$$
$$\alpha_5 = \alpha_{GH} + n_5\,180° - \Sigma\beta_5 = 327°16',2 + 720° - 784°18',7 = 262°57',5;$$
$$\alpha_{1+3} = \alpha_1 + n_3\,180° - \Sigma\beta_3 = 128°29',6 + 360° - 405°33',9 = 82°55',7 \text{ etc.}$$

Sumele unghiurilor pe drumuiri se iau din tabelele calculelor coordonatelor. Calculul ponderilor se efectuează după numărul unghiurilor drumuirii $p_i = \frac{n_3}{n_i}$. Calculele de compensare sînt absolut analoge cu compensarea cotelor; în formule se schimbă numai notațiile, în cazul compensării unghiurilor, în locul cotelor H, va fi α, iar în cazul compensării coordonatelor în locul cotelor H vor fi x și y.

Aprecierea preciziei se face după regulile obținute, folosite la compensarea separată a drumuirilor cu teodolitul și cu scrierea în tabele a coordonatelor.

Formulele de lucru și schemele de calcule sînt simple, cer timp puțin pentru calcule și dau un control riguros, care în cazul altor procedee nu întotdeauna este sigur.

Acest rezultat s-a obținut prin folosirea coeficienților de pondere cu condiția $k = s_3$. Ultima condiție este avantajoasă și în cazul altor procedee de compensare, deoarece dă $p_3 = 1$ și $p_{1,2+3} = \frac{p_{1,2}}{p_{1,2} + 1}$, care pot fi folosite pentru control (de exemplu, în cazul procedeului înlocuirilor echivalente).

1. Schema compensării unghiurilor de orientare

Nr. drumu-irilor	a_{I-b} a_{c-II}	p $k=h_3$	l	L	Q	v	a definitiv	
1	128°29′,6	1,0	0	—2,7	0,45 0,23	+0,7	128°30′,3	
2	128 30 ,9	0,67	—1,3			—0,6		Controlul :
		$p_{12}=1,67$						$[pvv]=1,1$
3	$a_{1+3}=82°55′,7$	1,00	+1,8			+0,4		$[pll\cdot n]=1,1$
4	82 56 ,8	0,67	+0,7			0		
5	82 57 ,5	0,50	0	+2,3	0,23 0,56	—0,7	262°56′,8	
		$p_{45}=1,17$						

2. Schema compensării coordonatelor

Definitive x_I x_{II}	v_x	L_x	l_x	provizorii x_I x_{II}	Nr. drumu-irilor	p $k=s_3$	Q	provizorii y_I y_{II}	l_y	L_y	v_y	definitive y_I y_{II}
8365,15	—0,02	+0,22	0	8365,17	1	3,28	0,18 0,063	4718,44	0	—0,39	+0,17	4718,51
	+0,09		+0,11	8365,06	2	1,58		4718,61	—0,17		—0,10	
						$p_{12}=4,86$						
	+0,05		—0,06	$x_{1+3}=$ $=8039,76$	3	1,00		$y_{1+3}=$ $=5226,49$	+0,12		+0,07	
	—0,08		—0,17	8039,87	4	1,25		5226,69	—0,08		—0,06	
8039,79	+0,09	—0,27	0	8039,70	5	0,62	0,063 0,37	5226,61	0	+0,02	+0,02	5226,63
						$p_{45}=1,87$						

Controlul : $[pvv]_x=0,032$; $[pll.n]_x=0,030$;
$[pvv]_y=0,042$, $[pll.n]_y=0,041$

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 52. **Compensarea drumurilor cu teodolitul**

3. Tabelul cu calculul coordonatelor

Denumirea punctelor	Unghiurile măsurate	Unghiurile de orientare	Distanța redusă la orizont	Creșterile coordonatelor Δx	Creșterile coordonatelor Δy	Coordonatele x	Coordonatele y
			Drumuirea 1				
A						8503,78	4551,80
B	$200°16'{,}1^{-2}$	150°01′,1					
I	$181\ 15\ ,4^{-3}$	129 45 ,2	216,75	− 2	+ 7		
b		128 30,3		−138,61	+166,64	8365,15	4718,51
Σβ	381 31,5						
$\Sigma\beta_T$	381 30,8		216,75 Σ	−138,61	+166,64		
f_β	+0,7		Σ_T	−138,63	+166,71		
f_β suplimentar $=1'\sqrt{n}$	$=\pm1{,}4$		*f*	+ 0,02	− 0,07		
				$\frac{f_s}{s}=\frac{0{,}08}{220}=\frac{1}{2800}$			
			Drumuirea 2				
C						7914,62	4012,20
D	$116\ 51,4^{+2}$	7 45,0		+ 4	− 4		
a	$204\ 35,2^{+3}$	70 53,4	390,12	+127,72	+368,62		
I	$97\ 47,5^{+3}$	46 17,9	467,24	+ 5	− 6	8042,38	4380,78
b		128 30,3		+322,72	+337,79	8365,15	4718,51
Σβ	419 14,1						
$\Sigma\beta_T$	419 14,7		875,36 Σ	+450,44	+706,41		
β	−0,6		Σ_T	+450,53	+706,31		
f_β suplimentar $=1'\sqrt{n}$	$=\pm1{,}7$		*f*	− 0,09	+ 0,10		
				$\frac{f_s}{s}=\frac{0{,}13}{860}=\frac{1}{6600}$			
			Drumuirea 3				
I						8365,15	4718,51
b	$144{,}17\ 4^{-2}$	128 30,3	270,16	+ 2	+ 3		
C	$261\ 16{,}5^{-3}$	164 12,9	194,72	−168,18	+211,44	8196,99	4929,98
II		82 56,8	245,36	+ 1	+ 2	8009,63	4983,11
				−187,37	+ 53,11	8039,79	5226,63
				+ 2	+ 2		
				+30,14	+243,50		

Scanned with OKEN Scanner

$\Sigma\beta$	405 33,9		710,24 Σ	—325,41	+ 508,05		
$\Sigma\beta_T$	405 33,5		Σ_T	—325,36	+ 508,12		
f_β	= +0,4		f	— 0,05	— 0,07		
$f_{\beta\,supl.} = 1'\sqrt{n}$	=± 1,4			$\frac{f_s}{s} = \frac{0,09}{710} = \frac{1}{8000}$			

Drumuirea 4

E		238 50,7				7980,19	4659,62
F	140 10,8			— 3	— 2		
		98 39,9	184,18	— 27,75	+ 182,08		
d	201 27,5			— 5	— 4	7952,41	
		77 12,3	394,79	+ 87,43	+ 384,99	8039,79	5226,63
II	174 15,6						
C		262 56,8					
$\Sigma\beta$	515 53,9		578,97 Σ	+ 59,68	+ 567,07		
Σ_{β_T}	515 53,9		Σ_T	+ 59,60	+ 567,01		
f_β	0,0		f	+ 0,08	+ 0,06		
$f_{\beta supl.} = 1'\sqrt{n}$	=± 1,7			$\frac{f_s}{s} = \frac{0,10}{580} = \frac{1}{5800}$			

Drumuirea 5

G		327°16',2				7019,81	5584,61
H	$190°16'^{+2}_{,4}$			+ 2	+ 1		
		316 59 ,6	459,21	+ 335,81	— 313,22	7355,64	5271,40
f	$140\ 10'^{+2}_{,2}$			+ 3	+ 1		
		356 49 ,2	397,16	+ 396,55	— 22,03	7751,22	5249,38
l	$181\ 20'^{+2}_{,4}$			+ 4	— 0		
		355 28 ,6	288,43	+ 287,53	— 22,75		
II	$272\ 31'^{+2}_{,7}$					8039,79	5226,63
C		262 56 ,8					
$\Sigma\beta$	784 ,18,7		1144,80 Σ	+1019,89	— 358,00		
$\Sigma\beta_T$	784 ,19,4		Σ_T	+1019,98	— 357,98		
f_β	— 0,7		f	— 0,09	— 0,02		
$f_{\beta supl.} = 1'\sqrt{n}$	= ± 2,0			$\frac{f_s}{s} = \frac{0,09}{1100} = \frac{1}{12000}$			

Scanned with OKEN Scanner

§ 28. COMPENSAREA REȚELELOR DRUMUIRILOR DE NIVELMENT ȘI A DRUMUIRILOR CU TEODOLITUL, DUPĂ PROCEDEUL APROXIMAȚIILOR SUCCESIVE

Dacă rețelele drumuirilor de nivelment și ale drumuirilor cu teodolitul au mai mult de două puncte nodale și sînt legate la un număr mare de puncte de bază, geodezice, dispuse în diferite locuri ale rețelei, în acest caz este avantajos ca la compensare să se folosească procedeul aproximațiilor succesive. Examinăm acest procedeu prin cîteva exemple.

Compensarea rețelei drumuirilor de nivelment

1. Se întocmește schema rețelei, pe care se scriu toate mărimile necesare pentru compensare (vezi fig. 8).

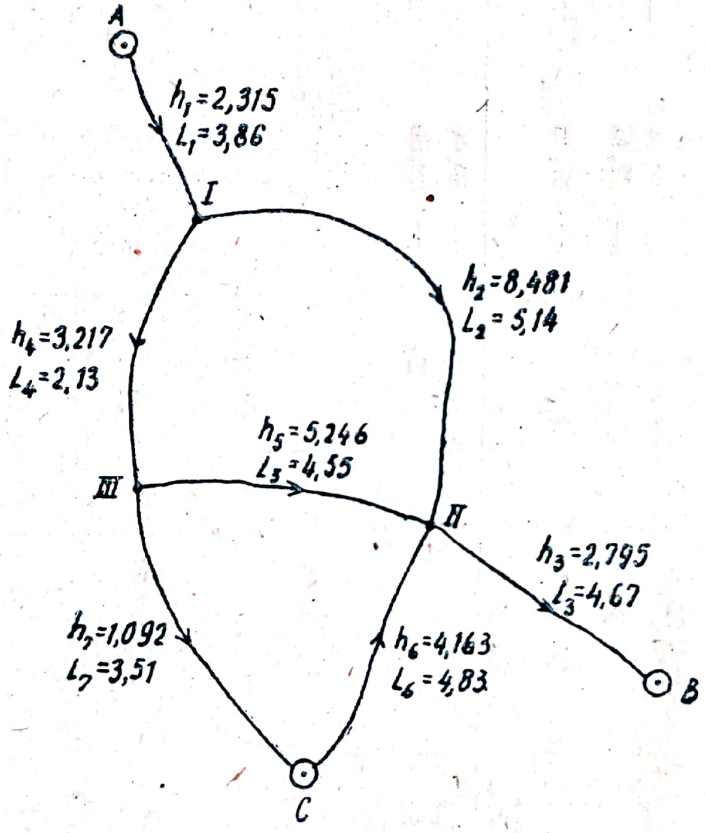


Fig. 8

2. Pe același desen se scriu erorile de neînchidere obținute și erorile limită pe poligoane și drumuiri și se determină admisibilitatea erorilor de închidere obținute.

3. În tabelele compensării (exemplul 53) se scriu: numărul punctelor ce se determină și de bază, suma diferențelor de nivel pe drumuiri și lungimile drumuirilor.

4. Se calculează ponderea $p = \frac{l}{L}$ (L în km) pentru suma diferențelor de nivel pe drumuiri, suma ponderilor $[p]$ pentru fiecare punct nodal, pon-

Exemplul 53. **Compensarea cotelor punctelor nodale în reţeaua drumuirilor de nivelment**

Date iniţiale $H_A = 124{,}586$ m

$H_B = 138{,}165$ m

$H_C = 131{,}197$ m

Punctele ce se determină	Datele iniţiale	Suma diferenţelor de nivel pe drumuiri m	Lungimile drumuiri-lor km.	Ponderea $p = \frac{1}{L}$	Ponderea p'	Aproximaţiile, m. 1	2	3	4	v, mm	pv	pv^2
I	A	+2,315	3,86	0,26	0,28	126,901	126,901	126,901	126,901	— 9	—2,34	21,1
	II	—8,487	5,14	0,19	0,21		883	878	879	+13	+2,47	32,1
	III	—3,217	2,13	0,47	0,51		888	893	898	— 1	—0,47	0,5
				0,92	1,00		126,891	126,892	126,892		—0,34	
	I	+4,487	5,14	0,19	0,23		135,378	135,379	135,379	—13	—2,47	—
	B	—2,795	4,67	0,21	0,25	135,370	370	370	370	— 4	—0,84	3,4
II	III	+5,246	4,55	0,22	0,27		351	356	356	+10	+2,20	22,0
	C	+4,163	4,83	0,21	0,25		360	360	360	+ 6	+1,26	7,6
				0,83	1,00		135,365	135,366	135,366		+0,15	
	I	+3,217	2,13	0,47	0,48		130,108	130,109	130,109	+ 1	+0,47	—
III	II	—5,246	4,55	0,22	0,23		119	120	120	—10	—2,20	—
	C	—1,092	3,51	0,28	0,29	130,105	105	105	105	+ 5	+1,40	7,0
				0,97	1,00						—0,33	93,7

$$m_{km} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{93{,}7}{7-3}} = \pm 4{,}8 \text{ mm};$$

Calculat _____

„____" _____ 19____

Scanned with OKEN Scanner

derile transformate ($p' = \frac{p}{[p]}$ (vezi exemplul 53 $p' = \frac{0{,}26}{0{,}92} = 0{,}28$). Suma ponderilor transformate $[p']$ pentru fiecare punct nodal trebuie să fie egală cu 1.

5. Se calculează cotele punctelor nodale prin aproximațiile succesive:

a) primele aproximații se obțin prin transmiterea cotelor la punctele nodale, din cele mai apropiate puncte de ordin superior (de exemplu, în exemplul 53 $H'_I = H_A + h_{AI} = 124{,}586 + 2{,}315 = 126{,}901$ m);

b) a doua aproximație se obține ca pondere medie din valorile cotelor, obținută în punctul nodal pentru toate drumuirile, care se întîlnesc în acest punct, de exemplu:

$$H''_I = (H_A + h_{AI})\, p'_{AI} + (H'_{II} + h_{II\,I})\, p'_{II-I} + (H'_{III} + h_{III-I})\, p'_{III-I} =$$
$$= 126{,}901 \cdot 0{,}28 + 126{,}883 \cdot 0{,}21 + 126{,}888 \cdot 0{,}51 = 126{,}891 \text{ m}$$

sau

$$H''_I = 126{,}8 + 0{,}101 \cdot 0{,}28 + 0{,}083 \cdot 0{,}21 + 0{,}088 \cdot 0{,}51 = 126{,}891 \text{ m}.$$

La calculul cotelor punctelor nodale următoare, pentru punctele alăturate, se iau ultimele aproximații calculate dinainte;

c) aproximațiile trei, patru etc. se obțin la fel ca pentru aproximația a doua.

Calculul aproximațiilor se continuă pînă cînd ultimele două aproximații vor fi la fel pentru toate punctele. Pentru aceste aproximații se iau valori definitive ale cotelor punctelor nodale.

6. Se face aprecierea preciziei măsurătorilor efectuate prin calculul erorii medii pătratice a diferenței de nivel pentru 1 km drumuire, după formula:

$$m_{km} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-k}},$$

unde n — numărul tuturor drumuirilor; k — numărul punctelor nodale; p — ponderea; v — corecțiile cele mai apropiate care sînt egale cu diferențele valorilor cotelor dispuse în ultima coloană a aproximațiilor și a valorii definitive a acestei cote (la fel ca în exemplul 53 126,901 m — 126 892 m = = — 9 mm).

Valorile v obținute se controlează după formula $[pv] = 0$ pentru fiecare punct nodal. Din cauza erorilor de rotunjire această egalitate nu va fi satisfăcută.

La calculul $[pv^2]$, mărimile pv^2 pentru direcțiile inverse nu se socotesc.

În cazul compensării rezultatelor nivelmentului de ordinul IV, ponderea deseori se calculează după formula $p_i = \frac{c}{n_i}$, unde n_i — numărul punctelor de stație din drumuire. În acest caz eroarea medie pătratică la 1 km drumuire se poate calcula după formula:

$$m_{km} = \sqrt{\frac{[n]}{c\,[L]} \cdot \frac{[pv^2]}{n-k}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Compensarea reţelei de drumuiri cu teodolitul

1. Se întocmeşte schema (fig. 9), pe care se scriu: denumirea punctelor de ordin superior, numerele punctelor nodale şi ale celor alăturate lor (la capetele liniilor nodale), unghiurile de orientare fixe, unghiurile interioare ale poligoanelor în cazul punctelor nodale, iar dacă ele se închid în tur de orizont, atunci se compensează în prealabil pentru ca suma lor să fie egală cu 360°.

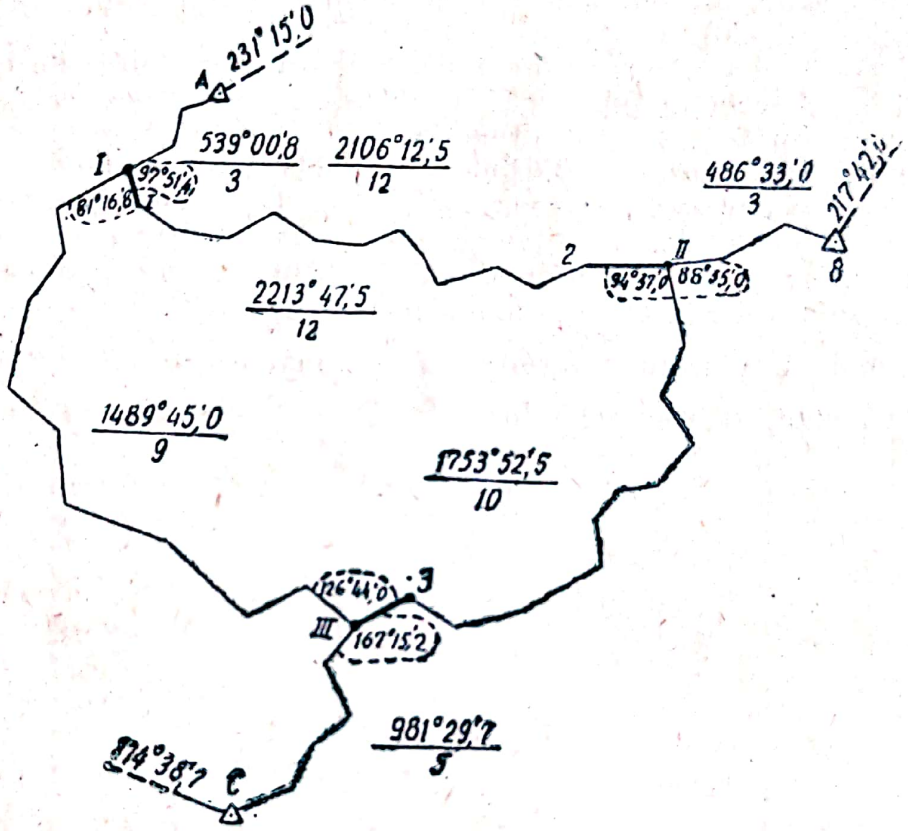


Fig. 9

2. Se calculează suma unghiurilor pentru fiecare drumuire (porţiune) în afară de cele scrise deja pe desen şi se scriu alături de drumuiri. Pentru drumuirile care aparţin la două poligoane alăturate, sumele unghiurilor Σ_1 şi Σ_2 se scriu pe ambele laturi ale drumuirilor, iar $\Sigma_2 = 360° n - \Sigma_1$.

Dedesubtul fiecărei sume se scrie numărul unghiurilor din drumuirea corespunzătoare.

3. Se calculează suma unghiurilor care rezultă practic şi teoretic în fiecare poligon şi se scriu pe desen. Se calculează erorile de neînchidere şi se compară cu cele admisibile. La fel se calculează suma unghiurilor şi erorile de neînchidere pe drumuiri între unghiurile de orientare fixe pentru a ne convinge de admisibilitatea erorilor de neînchidere.

4. În schema compensării (exemplul 54) se scriu denumirile liniilor nodale, liniilor iniţiale (tari), suma unghiurilor şi numărul lor pe drumuiri (în acest caz trebuie să se ia toate unghiurile pentru fiecare drumuire între

laturile inițială și finală ale drumuirii, latura inițială socotindu-se de la unghiul de orientare inițial, iar cea finală la unghiul de orientare care se caută).

5. Se calculează ponderea $p_i = \frac{c}{n_i}$ (c — număr arbitrar), iar pe urmă ponderile date p'_i, la fel ca în cazul compensării rețelei de nivelment (vezi pag. 326).

6. Se calculează aproximațiile succesive ale unghiurilor de orientare ale liniilor nodale, în același mod ca la calculul cotelor la rețeaua de nivelment (vezi pag. 326).

7. Valorile definitive ale unghiurilor de orientare (obținute în ultima aproximație) se scriu în tabelul de calcul al coordonatelor, care se întocmește separat pentru fiecare drumuire. În acest tabel se compensează unghiurile, se calculează orientările și creșterea coordonatelor.

Compensarea creșterilor coordonatelor se face în mod analog ca și compensarea diferențelor de nivel în rețeaua drumuirilor de nivelment (vezi pag. 326); de aceea aici nu se mai dă. Trebuie avut numai în vedere că ponderile coordonatelor punctelor nodale se calculează după formula $p_i = \frac{c}{L_i}$, unde c — un număr arbitrar, L_i — lungimea drumuirii după care s-a obținut valoarea coordonatelor.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 54. **Compensarea unghiurilor de orientare a liniilor nodale în rețeaua drumuirilor cu teodolitul**

Unghiurile de orientare inițiale { $(MA)=231°15',0$; $(NB)=217\ 42\ ,0$; $(KC)=114\ 38\ ,0$

Latura ce se determină	Latura inițială	Suma unghiurilor pe drumuire	Numărul de unghiuri pe drumuire	Ponderea		Aproximațiile			
				p	p'	1	2	3	4
I—I	*MA*	636°52',2 st *	4	2,50	0,59	148°07',2	148°07',2	148'07',2	148°07'.2
	II2	2106 12 ,5 dr.	12	0,83	0,20		08 ,5	08 ,7	08,6
	3III	1697 45 ,8 dr.	11	0,91	0,21		07 ,5	07 ,1	07 ,1
				4,24	1,00		148°07',5	148°07',5	148°07',5
II—2	*NB*	663 21 ,0 dr.	4	2,50	0,59	274'21°,0	274°21',0	274°21',0	274°21',0
	II	2106 12 ,5 st.	12	0,83	0,20		20 ,0	20,0	20,0
	III3	1848 29 ,5 st.	11	0,91	0,21		22 ,8	22,4	22 ,4
				4,24	1,00		274°21',2	274°21',4	274°21',4
III—3	*KC*	1148 44 ,9 dr.	6	1,67	0,48	45°53',3	45°53',3	45°53',3	45°53',3
	II	1697 45 ,8 st.	11	0,91	0,26		53 ,3	53 ,3	53 ,3
	2II	1848 29 ,5 dr.	11	0,91	0,26		51 ,7	51 ,6	51 ,6
				3,49	1,00		45°52',9	45°52',9	45°52',9

Calculat_____ „_____" 19_____

*) st. — unghiurile din stînga; dr. — unghiurile din dreapta

Scanned with OKEN Scanner

Anexa 1

TABELUL CREȘTERILOR LOGARITMILOR SINUSURILOR UNGHIURILOR CU 1″ (δ1″) ÎN UNITĂȚI DE ORDINUL ȘASE ZECIMAL

unghiurile	δ1″	unghiurile	δ1″	unghiurile	δ1″	unghiurile	δ1″	unghiurile	δ1″
5°00′	24,06	13°00′	9,12	20°00′	5,78	41°00′	2,42	77°00′	0,49
10	23,29	10	9,00	30	5,63	30	2,38	78 00	0,45
20	22,56	20	8,88					79 00	0,41
30	21,87	30	8,77	21 00	5,49	42 00	2,34		
40	21,22	40	8,66	30	5,34	30	2,30	80 00	0,37
50	20,61	50	8,55	22 00	5,21	43 00	2,26	81 00	0,34
				30	5,08	30	2,22	82 00	0,29
6 00	20,03	14 00	8,44						
10	19,49	10	8,34	23 00	4,96	44 00	2,18	83 00	0,26
20	18,97	20	8,24	30	4,84	30	2,14	84 00	0,23
30	18,48	30	8,14	24 00	4,73	45 00	2,11	85 00	0,19
40	18,02	40	8,05	30	4,62	30	2,06	86 00	0,15
50	17,57	50	7,95					87 00	0,11
				25 00	4,51	46 00	2,03	88 00	0,07
7 00	17,14	15 00	7,86	30	4,41	30	2,00	89 00	0,04
10	16,75	10	7,77	26 00	4,31	47 00	1,96		
20	16,36	20	7,67	30	4,23	30	1,93		
30	16,00	30	7,59	27 00	4,13	48 00	1,89		
40	15,64	40	7,51	30	4,04	30	1,87		
50	15,30	50	7,43						
				28 00	3,96	49 00	1,83		
8 00	14,98	16 00	7,34	30	3,88	30	1,80		
10	14,68	10	7,27	29 00	3,80	50 00	1,76		
20	14,38	20	7,18	30	3,72	51 00	1,70		
30	14,08	30	7,11	30 00	3,65	52 00	1,65		
40	13,82	40	7,03	30	3,58	53 00	1,59		
50	13,55	50	6,96						
				31 00	3,51	54 00	1,53		
9 00	13,30	17 00	6,89	30	3,44	55 00	1,48		
10	13,05	10	6,81	32 00	3,37	56 00	1,42		
20	12,81	20	6,74	30	3,30	57 00	1,37		
30	12,58	30	6,68	33 00	3,24	58 00	1,31		
40	12,36	40	6,61	30	3,18	59 00	1,27		
50	12,15	50	6,55			60 00	1,22		
				34 00	3,12	61 00	1,16		
10 00	11,94	18 00	6,48						
10	11,74	10	6,42	30	3,06	62 00	1,12		
20	11,55	20	6,35			63 00	1,07		
30	11,36	30	6,29	35 00	3,01	64 00	1,03		
40	11,18	40	6,23	30	2,95	65 00	0,98		
50	11,00	50	6,17	36 00	2,90	66 00	0,93		
				30	2,85	67 00	0,89		
11 00	10,83	19 00	6,11						
10	10,67	10	6,06	37 00	2,80	68 00	0,85		
20	10,50	20	6,00	30	2,75	69 00	0,81		
30	10,35	30	5,94	38 00	2,70	70 00	0,77		
40	10,20	40	5,89	30	2,65	71 00	0,72		
50	10,05	50	5,83			72 00	0,69		
				39 00	2,60	73 00	0,65		
12 00	9,91			30	2,55	74 00	0,61		
10	9,77			40 00	2,51	75 00	0,56		
20	9,63			30	2,47	76 00	0,53		
30	9,50								
40	9,37								
50	9,24								

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL MĂRIMILOR *R* (ÎN UNITĂȚI DE ORDINUL ȘASE ZECIMAL AL LOGARITMULUI)

Unghiuri	20°	22°	24°	26°	28°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
20°	100	91																
22	91	81	74															
24	83	74	67	61														
26	77	68	61	56	51													
28	72	63	57	51	47	43												
30	68	59	53	48	43	40	33											
35	60	52	46	41	37	33	27	23										
40	54	47	41	36	32	29	23	19	16									
45	50	43	37	32	28	25	20	16	13	11								
50	47	39	34	29	26	23	18	14	11	9	8							
55	44	37	32	27	24	21	16	12	10	8	7	5						
60	42	35	30	25	22	19	14	11	9	7	5	4	4					
65	40	33	28	24	21	18	13	10	7	6	5	4	3	2				
70	38	32	27	23	19	17	12	9	7	5	4	3	2	2	1			
75	37	30	25	21	18	16	11	8	6	4	3	2	2	1	1	1		
80	36	29	24	20	17	15	10	7	5	4	3	2	1	1	1	0	0	
85	34	28	23	19	16	14	10	7	5	3	2	2	1	1	0	0	0	0
90	33	27	22	19	16	13	9	6	4	3	2	1	1	1	0	0	0	0
95	32	26	22	18	15	13	9	6	4	3	2	1	1	0	0	0	0	
100	31	25	21	17	14	12	8	6	4	3	2	1	1	0	0	0		
105	30	25	20	17	14	12	8	5	4	2	2	1	1	0	0			
110	30	24	19	16	13	11	7	5	3	2	2	1	1	1				
115	29	23	19	15	13	11	7	5	3	2	2	1	1					
120	28	22	18	15	12	10	7	5	3	2	2	1						
125	27	22	18	14	12	10	7	5	4	3	2							
130	26	21	17	14	12	10	7	5	4	3								
135	26	21	17	14	12	10	7	5	4									
140	25	20	17	14	12	10	8	6										
145	25	21	17	15	13	11	9											
150	26	21	18	16	15	13												
152	26	22	19	17	16													
154	27	23	21	19														
156	28	25	22															
158	30	27																
160	33																	

Scanned with OKEN Scanner

ÎNDRUMĂRI PENTRU CALCULATORI *

Geodezul execută calcule cu mărimi relative.

Relative sînt datele inițiale (de bază) obținute ca rezultat al măsurătorilor și calculelor cu numere iraționale și numere rotunjite ca rezultat al operațiilor aritmetice. Toate aceste numere se iau cu un anumit număr de zecimale și cifre semnificative. În măsurătorile și calculele inginerești, se numesc cifre semnificative toate cifrele numărului în afară de zerorile din stînga primei alte cifre.

De exemplu, în numerele date mai jos se arată numărul de cifre semnificative:

0,04	1
0,043	2
0,0403	3
0,04030	4
4,0300	5

În aceste numere ultima cifră este rotunjită, eroarea de rotunjire este de 0,5 unități de ordinul ultimei zecimale.

Eroarea relativă limită a fiecărui termen este egală cu fracția care are la numărător 0,5, iar la numitor — numărul fără virgulă.

Cea mai grosolană din valorile date este numărul 0,04, deoarece eroarea lui relativ este egală $\frac{0,5}{4} = \frac{1}{8}$.

Regula pentru determinarea cifrelor sau a zecimalelor

În cazul adunării cu numere aproximative este necesar ca:

1) în urma adunării și scăderii să se păstreze acel număr de zecimale care există în numărul cu cel mai mic număr de zecimale, de exemplu:

$$40,796—13,62 + 31,0 = 58,2;$$

2. În urma înmulțirii și împărțirii să se păstreze acel număr de cifre semnificative care există în numărul cu cele mai puține cifre semnificative; de exemplu:

$$\frac{1,9 \cdot 46,016}{34,81} = \frac{1,9 \cdot 46,0}{34,8} = 2,4;$$

3. La ridicarea la pătrat trebuie să se păstreze acel număr de cifre semnificative care există în numărul ridicat la pătrat; de exemplu;

$$25,34^2 = 642,1156 = 642,1;$$

4. La extragerea rădăcinii pătrate să se păstreze în expresia de sub radical acel număr de cifre semnificative care trebuie să se obțină la rezultat: de exemplu:

$\sqrt{64726,1465}$ se reține cinci cifre semnificative.

$\sqrt{64726} = 245,41;$

5. La aflarea logaritmului expresiei trebuie să se folosească tablele de logaritmi, cu $n+1$ zecimale, față de numărul n al cifrelor semnificative din componentul celui mai mare număr.

6. La interpolarea după table este necesar ca să se lase în calcule o cifră în plus (pentru ca eroarea rezultatului să nu iasă din limita 0,5 a unității ultimei zecimale a numărului, dată în table).

---

* Întocmit de S. G. Sarupici după materialele lui E. G. Larcenko și I. M. Gherasimov [44], [28], [10].

Scanned with OKEN Scanner

Regula folosirii funcțiilor trigonometrice

1. Pentru o determinare mai precisă a unghiurilor după tablele de valori naturale ale funcțiilor trigonometrice trebuie să se folosească acea funcție a cărei diferență din tablă pentru 1″ este mai mare. De exemplu, dacă sin $\alpha = 0{,}01894$ și cos $\alpha = 0{,}99982$, obținem o valoare mai precisă a unghiului egală cu 1°05″,1, folosind sinusul, întrucît diferența lui de tablă este egală cu 29, în timp ce pentru cosinus este egală cu zero; atunci și valoarea unghiului nu va fi determinată în limitele 1°05′—1°06′.

2. Rezolvînd problema geodezică inversă, la fel trebuie să se folosească acea formulă în care numărătorul este mai mic decît numitorul: $\left(\operatorname{tg}\alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A};\ \operatorname{ctg}\alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}\right)$;

în formulele:

$s = \frac{\Delta x}{\cos\alpha}$; $s = \frac{\Delta y}{\sin\alpha}$; va trebui să se folosescă în cazul unghiurilor apropiate de 90°, funcția sin α, iar în cazul unghiurilor mici funcția cos α, adică este necesar să se folosească acea funcție a cărei valoare are un număr mare de cifre semnificative.

Exemple și recomandări în cazul calculelor

1. Operațiile cu numere mici se fac mintal. În cazul a două sau trei cifre semnificative ale numerelor se folosește rigla de calcul.

2. Folosirea operațiilor combinate la rigla de calcul și la mașina de calculat.

3. În cazul împărțirii la mașina de calcul, să se folosească regula de fixare a virgulei, astfel: numărul de zecimale (pe tamburul de înregistrare) este egal cu diferența dintre numărul zecimalelor deîmpărțitului (pe tamburul sumelor) și împărțitorului (tamburul cu pîrghiile de înregistrare sau

$$k_{tb.\ înreg.} = k_{tb.\ sumelor} - k_{tb.\ înregistrator}.$$

În acest caz, folosind procedeul calculului succesiv semnele de la mașina de calcul se fixează imediat după fixarea deîmpărțitului și împărțitorului. Folosind însă procedeul alegerii deîmpărțitului semnele se pun după obținerea rezultatului împărțirii.

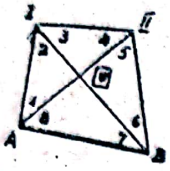
4. La adunarea a două numere cu mai multe cifre se recomandă ca însumarea cifrelor să se facă de la stînga la dreapta.

5. Înscrierea numerelor întotdeauna se face cu intervale între grupele de cifre.

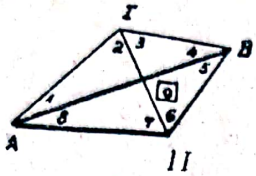
Scanned with OKEN Scanner

FIGURILE TIPICE DE TRIANGULAȚIE

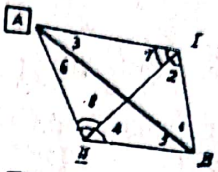
Figurile compensate riguros după unghiuri cu transformarea ecuațiilor de condiție (capitolul II)



1

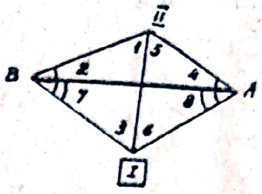


2

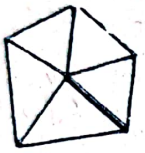


Polul... □

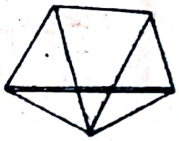
3



4

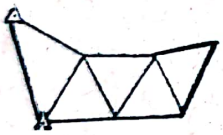


5



6

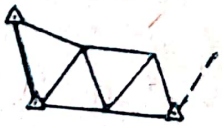
7



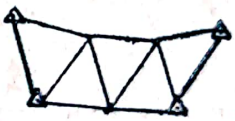
8

B, α

9



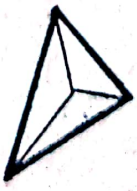
10



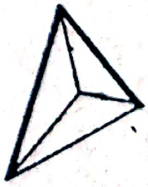
11

12

13



14

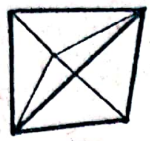


15

Scanned with OKEN Scanner

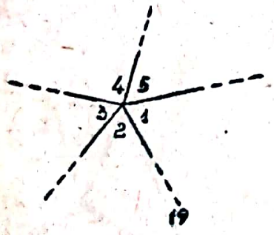
Figurile complexe constrînse, compensate riguros după unghiuri prin ecuațiile intermediare de erori (capitolul III)

Grupa „A"

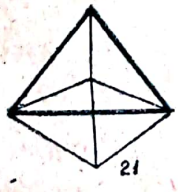


16

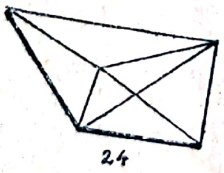
18



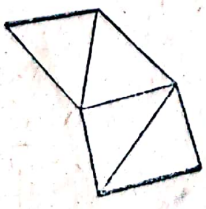
19



21

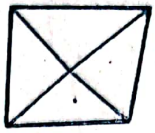


24

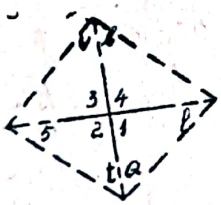


26

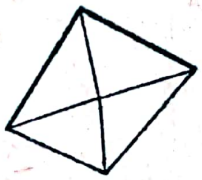
Grupa „B"



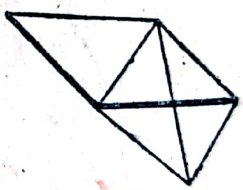
17



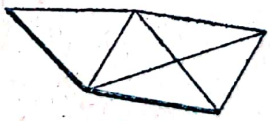
20



22

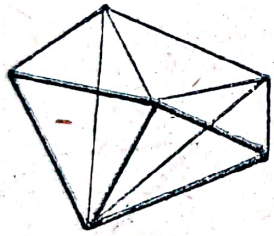
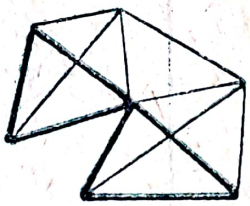
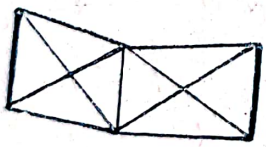
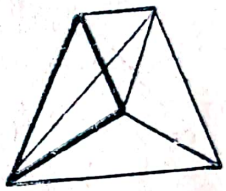


23



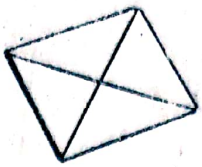
25

Scanned with OKEN Scanner

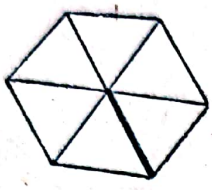
Grupa „A"	Grupa „B"
27	28
 29	 30
 32	 31

Scanned with OKEN Scanner

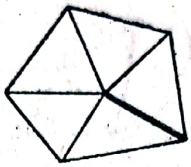
33



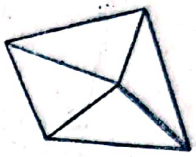
34



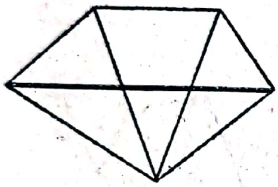
35



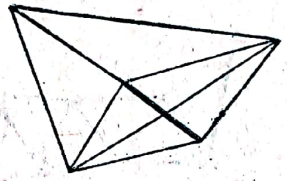
36



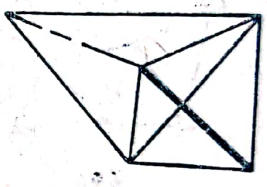
37



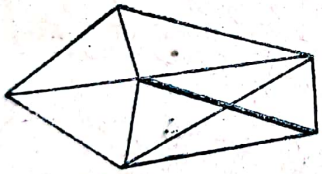
38



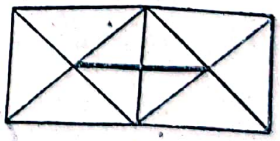
39



40



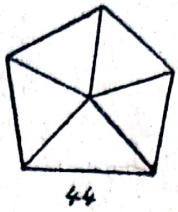
41



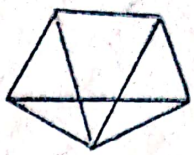
42

Figuri compensate prin metoda neriguroasă (capitolul V)

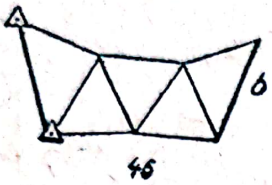
43



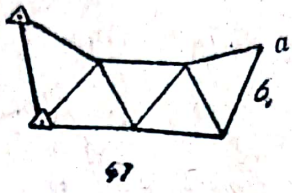
44



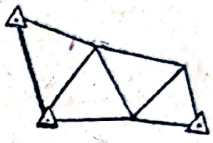
45



46

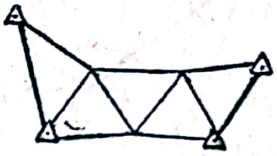


47

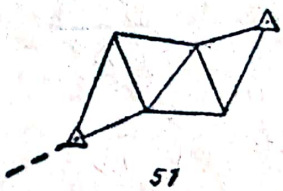


48

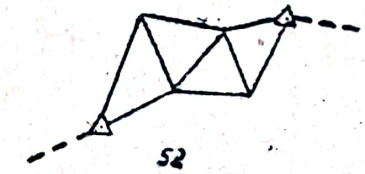
49



50

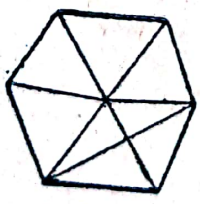


51

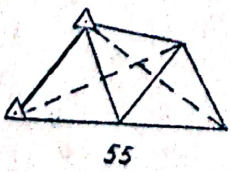


52

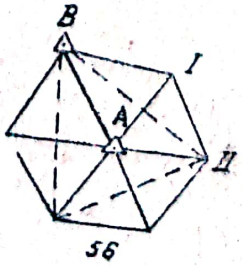
53



54



55



56

BIBLIOGRAFIE

1. *Agroskin A. I.* Uravnoveşivanie trianguleaţii po sposobu rascileneniea obiecta na bloki. Trudî Novosibirscovo institute injenerov gheodezii, aerofotosiomki i cartografii. T. XII, 1959.
2. *Anghelov S. L.* O vîbore tipovîh shem sguşceniea seti I classa punctemi II classa. Sbornik statei po gheodezii. Vîp II. M., gheodezizdat, 1952.
3. *Anghelov S. L.* O uravnivanii tipicinîh vstavokpunctov III classa. Sbornik statei po gheodezii. Vîp. 9 M. Gheodezizdat, 1955.
4. *Baranov A. N.*; *Egulov H. I. Zelţer E. I.*, *Lebedev N. N.*, *Slobodcikov D. A.* i Ceremisin N. S. Gheodezia v tonelestpoenii. M, Geodezizdat, 1952, i 1953.
5. *Burmistrov G. A.* Uravnoveşivanie trianguleaţii s ismerennîmi storonami i uglami (napravlenieami) metodom cosvennîh izmerenii na ploscosti. Trudî MIIGA i K. Vîp. 29 M, Geheodezizdat 1957.
6. *Vizghin A.* Oţenka tocinosti priblijonnîh metodov uravnivaniea „Gheodezia i cartografia", 1958, Nr. 1.
7. *Visoţkii A. N.* Mnogogruppovoe uravnivanie. Vestnik VIA, nr. 24 1939.
8. *Gaideev P. A.* Uravnivanie trianguleaţii metodom priblijenii. M, VIA, 1953.
9. *Ganşin V. N.* O vîcislenii coefiţientov normalnîh uravnenii pri posledovatelnom uravnivanii po sposobu Kriughera. „Gheodezist" 1953, nr. 1.
10. *Gherasimov I. M.* Practicescoie rukovodstvo po vicislenîiu trianguleaţii 2, 3 i 4 classov. M. Gheodezizdat, 1941.
11. *Gherasimov I. M.* Reşenie uslovnîh uravnenie i uravnenii oşibok po sposobu posledovatelnîh preobrazovanii. „Gheodezia i cartografia" 1958 nr. 7.
12. *Gherasimov N.* Opredelenie cisle uslovnîh uravnenii v gheodeziceskih seteah. „Gheodezia i cartografia", 1960, nr. 8.
13. *Gordeev A. V.* Ob uravnivanii prosteişih tipovîh figur trianguleaţii pri nalicii uslovii sum. Sbornic statei po gheodezii Vîp. 5. M., Gheodezizdat, 1953.
14. *Gordeev A. V.* Oţenka tocinosti teodolitnovo hoda uravnennovo uproşcionnîm sposobom. Trudî MIIZ. Vîp. 2 M, Gheodezizdat, 1957.
15. *Gordeev A. V.* Oţenka tocinosti lineinoi zaseciki. Trudî MIIZ Vîp. 2. M, Gheodezizdat. 1957.
16. *Gordeev A. V.* Uproşcionnîe vîvodî formul oţenki tocinosti zasecek. Trudî MIIZ. Vîp. 3 M, Gheodezizdat, 1959.
17. *Gordeev A. V.* Metod promejutocinîh funcţii dlea oţenki tocinosti funcţii velicin, uravnoveşennîh uproşcionnîm sposobom. Trudî MIIZ. Vîp. 10 M, Gheodezizdat, 1961.
18. *Gordeev A. V.* i *Şarupici S. G.* Uravnivanii tipovîh figur trianguleaţii. 2 — e izd. M, Gheodezizdat, 1956.
19. *Gordeev A. V.* i *Larcenko E. G.* O potere tocinosti pri reşenii sistem normalnîh uravnenii metodom posledovatelnovo iscliucenie neizvestnîh. Sbornik statei po gheodezii. Vîp 9 M, Gheodezizdat, 1955.
20. *Gordeev Iu. A* Obobşcenie priomov oţenki tocinosti polojenia punctov planovîh opornîh gheodeziceşkih setei. Ucionîe zapiski. LVIMU. Vîp. XV. L. 1959.
21. *Graur A. V.* Practiceskaia gheodezia. M. — L., ONTI, 1934.
22. *Durnev A. I.* **Novîie sistemî postrolenia gheodeziceskih setei.** M. Gheodezizdat, 1952.

23. *Durnev A. I.* Voprosî postroenia gheodeziceskih setei i oţenki ih tocinostei. Izvestia vîşşih ucebnîh zavedenii, nr. 1, 1957.
24. *Durnev A. I.* O postroenii i prinţipah uravnivania gosudarstvenih opornîh gheodeziceskih setei. Izvestia vîşşih ucebnîh zavedenii nr. 5., 1958.
25. *Zakatov P. S.* Curs vîşşei gheodezii. M. Gheodezizdat, 1953.
26. *Zdanovici V. G.* Oţenka tocinosti gheodeziceskovo opredelenii puncta s uciotom oşibok v polojenii ishodnîh dannîh. Sbornik XV VNIIMI, 1948.
27. *Zimovnov V. N.* Uravnivanie trigonometriceşkih setei metodom trioh grup. „Gheodezist", 1937, nr. 10.
28. *Izvecov M. M., Morozkov S. G., Pavlov V. F., Pcelina A. A.,* Posobie po vîcisleniu coordinat opoznakov. M, Gheodezizdat, 1960.
29. *Izotov A.* Oţenka tocinosti trianguleaţii. MGI, GUUZ. M., 1936.
30. *Izotov A.* K teorii posledovatelnovo reşenia sistem uslovnîh uravnenii „Gheodezist", 1937, nr. 10.
31. *Idelson N. I* Sposob naimenşih cvadratov i teoria matematicescoi obrabotki nabludenii. M, Gheodezizdat, 1947.
32. *Iordan Iu.* Rukovodstvo po gheodezii. T. 1. Pod redacţiei Zvonova V. I., 1939.
33. Instrucţia po trianguleaţii 1, 2, 3, i 4 classov. M., Gheodezizdat, 1953.
34. Instrucţia po topograficescoi siomke v maştabah 1 : 5000 i 1 : 2000. M. Gheodezizdat 1954.
35. Instrucţia po niveliroveniiu I, II, III i IV classov. M. Gheodezizdat 1958.
36. *Kobîlin A. I.* Grupovoie uravnivanie rudnicinoi trianguleaţii L., Metallurghizdat 1955.
37. *Krasovski F. M.* i *Danilov V. V.* Rukovodstvo po vîşşei gheodezii e. 1, Vîp. I i II. M, Redbiuro GUGK, 1938, 1939.
38. *Kuzin N. A., Lebedev N. N.,* Practicescoie rukovodstvo po gorodscoi i injenernoi poligonometrii. M., Gheodezizdat 1954.
39. *Kupcinov I. I.* Uravnoveşivanie poligonometriceskih setei po metodu uzlov. BIIJT. Vîp. III, 1958.
40. *Kupcinov I. I.* Uravnoveşivanie setei poligonometrii i trianguleaţii BIIJT. Vîp. VII. 1958.
41. *Kurocikin A. A.* O tipicinîh shemah postroienia gorodskih trianguleaţii. Isvestia vîşşih ucebnîh zavedenii nr. 5 1958.
42. *Larin A. D* Oţenka tocinosti trianguleaţii pri uciota oşibok ishodnîh danîh. Sbornik statei po gheodezii nr. 5 1948.
43. *Larin D. A.* Obşcii slucęai vîcislenia vesa funcţii. „Gheodezia cartăgrafia" nr. 3 1957.
44. *Laricenko E. G.* Mehanizaţie vîcislitelnîh rabot M. Gheodezizdat 1956.
45. *Laricenko E. G., Maslov A. V., Uraşev S. A.* Sostavlenie sbornîh planov zemlepolzovanii ucrupneonîh colhozov. Selhozaerosiomka, 1951.
46. *Laricenko E. G.* Piatiznacinîe tabliţî dlea reşenia gheodeziceskih zadacii na arifmometre. M. Gheodezizdat 1959.
47. *Laricenko E. G.* Analiz tocinośti reşenia sistem normalnîh uravnenii. Izvestia vîşşih ucebnîh zavedenii, nr. 1 1960.
48. *Lebedev N. N.* Osobenosti gheodeziceskih rabot na gorodskih teritoriah M. Gheodezizdat 1958.
49. *Lebedev N. N.* Injenernaia gheodezia M. Gheodezizdat 1959.
50. *Levciuc G. P.* Injenernaia gheodezia M. Gheodezizdat 1958.
51. *Mazmişvili A. I.* Necotorîe obobşcenia v oblasti alghebraicescoi teorii uravnivania i oţenki tocinosti gheodeziaeskih postroenii. Trudî MIIGA i K. Vîp. 24 M. Gheodezizdat 1957.
52. *Mazmişvilli A. I., Beleaev B. I.,* Sposob naimenşih kvadratov M. Gheodezizdat 1959
53. *Mazmişvili A. I.* Uravnovaşivanie i oţenka tocinosti po metodu grup. Izvestia vîşşih ucebînîh zavedenii, nr. 3 1959.
54. *Mazlov A. V., Laricenko E. G., Gordeev A. V., Alexandrov N. N.* Gheodezia. Ce. I. M. Gheodezizdat 1958.
55. *Mihnevici G. V., Reazanov V. P., Sibireakova D. A.* Gheodezia. Ce. II. M. Gheodezizdat 1959.
56. *Modrinsoi N. I.* Primenenie krakoviancv v gheodezicaskih vîcislenieah. M., Gheodezizdat 1959.
57. *Muzafarov M. H.* Opredelenie srednei vcvadraticescoi oşipki funcţii uravnoveşenîh velicin gheodezicescoi seti s uciotom oşiboc ishodnîh danîh. Sbornik statei po gheodezii. Vîp. XXXIII, 1950.
58. *Muraşev S. A., Paizanski N. A., Panova K. P.* Gheodezia selhozghiz, 1959.

Scanned with OKEN Scanner

59. Nastavlenie po topograficeskim siomkam v maştabah 1 : 10.000 i 1 : 25.000. Ca. I. M., Gheodezizdat, 1960
60. Nastavlenie po proizvodstvu menzulnîh i teodolitnîh siomok v maştabe 1 : 10.000. Gosudarstvenaia inspecţia po zemlepolzovaniu i zemleustroistvu MSH SSSR. M., Gheodezizdat 1960.
61. *Pavlov F. F.* Cislo uslovnîh uravnenii v zapolneaiuşcih setaah. „Gheodezist" 1937 nr. 2.
62. *Popov V. V.* Uravnoveşiavnie seti poligonov. M. Gheodezizdat 1954.
63. *Pranis-Prancvici I Iu.* Rukovodstvo po uravnitelnîm vîcisleniam trianguleaţii. M. Gheodezizdat 1956.
64. *Pranis-Pranievici I Iu.* Opredelenie srednei cvadratiscescoi oşibki funcţii s uciotom oşibok ishodnîh danîh pri uravnivanii trianguleaţii po sposobu naimenşih cvadratov. TNIIGA i K. Sbornik nr. 5, 1939.
65. *Provorov K. L.* O tocinosti sploşnîh setei trianguleaţii. M. Gheodezizdat, 1956.
66. *Provorov K. L.* Tocinost ţepi trianguleaţii s ismerenîmii storonami i uglami. Izvestia vîşşih ucebînîh zavedenii, nr. 3, 1959.
67. *Rabinovici B. N.* Practicum po vîşşei gheodezii. M. Gheodezizdat 1961.
68. *Rabinovici B. N.* Osnovî postroienia opornîh gheodeziciskih setei. M. Gheodezizdat 1954.
69. *Romanov V. A.* Teoria oşibok i sposob naimenşih cvadratov M. Ugletehizdat 1952.
70. *Rîtov A. V.* Mnogogrupovoie uravnivanie uglov trianguleaţii po sposobu uslovnîh ismerenii. Sbornik statei po gheodezii. Vîp. 7 M. Gheodezizdat, 1954.
71. *Reazanov V. P.* Oţenka tocinosti elementov trianguleaţionovo reada, uravnivaemovo po uglam, v sluciae izmerenia napravlenii. Sbornik statei po gheodezia. Vîp. II. M. Gheodezizdat 1952.
72. *Selihanovici V. G.* K voprosu o metodah uciota oşibok ishodnîh danîh pri uravnoveşivanii ismereonîh velicin. Trudî MIIGA i K. Vîp. Gheodezizdat 1951.
73. *Selihanovici V. G.* Vlianie oşibok ishodnîh danîh na elementî shematicescoi ţepi trianguleaţii. Trudî MIIGA I K. Vîp. 12 M Gheodezizdat 1961.
74. *Selihanovici V. G.* Uciot oşibok ishodnîh danîh v poligonometrii. Trudî MIIGA i K. Vîp. 25 M., Gheodezizdat 1957.
75. *Sosnov P.* Podsciot cisla uravnenii v nepvobodnîh seteah. „Gheodezist", 1938, nr. 10.
76. Tehniceskia polojenia po sosdaniu analiticeskih setei dlea gheodeziceskovo obosnovania konturnîh siomok v maştabah 1 : 10.000 — 1 : 25.000, vîpolniaemîh predprieatieami selhozaerosiomki. Izdanie Vsesoiuznoi kontorî „Selhozaerosiomka" M., 1959.
77. *Fadeev V. N.* Vîcislitelnîe metodî lineinoi alghebrî. Gosudarstvenoe izdatelstvo tehnico—teoreticescoi literaturî, 1950.
78. Cebotarev A. S. Oţenka tocinosti trianguleaţii. M. 1934.
79. *Cebotarev A. S.* Oţenka tocinosti poligonometriceskih hodov s uceotomoşi bok ishodnîh danîh. Trudî MIIGA i K. Vîp. I. M. Gheodezizdat, 1940.
80. *Cebotarev A. S.* Gheodezia Ce. II. M. Gheodezizdat 1949.
81. *Cebotarev A. S.* Sposob naimenşih cvadratov s osnovami teorii veroiatnostei. M. Gheodezizdat, 1958
82. *Sarupici S. G.* Uproşcionoe uravnoveşivanie analiticescoi seti pri metode cosvennîh ismerenii. Trudî MIIZ. Vîp. 10. M. Gheodezizdat, 1960.
83. *Sarupici S. G.* Grupovîie preobrazovania pri reşenii normalnîh i uslovnîh uravnenii Sbornik naucino-tehniceskih i proizvodstvenîh statei. Vîp. XXX, M, Gheodezizdat, 1950.
84. *Sarupici S. G.* Sviaz metodov uslovnîh i posredstvenîh izmerenii. Sbornik statei po gheodezii. Vîp. VIII, M., Gheodezizdat 1954.
85. *Sarupici S. G.* O cisle i vzaimozameniaemosti uslovnîh uravnenii. „Gheodezia" i cartografia" 1956. nr. 8.
86. *Sarupici S. G.* Escalatornîi metod pri grupovom uravnoveşivanii Izvestia vîşşih ucebnîh zavedenii, nr. 6 1961.
87. *Sarupici S. G.* Ispolzovanie uslovnîh vesovîh coefiţientov pri dvuhgruppovom uravnoveşivanii. Trudî MIIZ. Vîp. 9 M, Gheodezizdat 1960.
88. *Silov P. I.* O sguşcenii gosudarstvenoi opornoi seti v ţeliah ispolzovanie pri zemleustroistva Trudî MMI. T. 1 Vîp. I 1928.
89. *Silov P. I.* Sposob naimenşih cvadratov. M. Gheodezizdat 1941.
90. *Urmaiev N. A.* O posledovatelnom uravnivanii trigonometriceskih setei M., „Gheodezist" 1930 nr. 5.
91. *Urmaev N. A.* Rucovodstvo po obrabotka trianguleaţii UVT, 1932.

CUPRINSUL

Pag.

Cuvînt înainte 3

Capitolul I. **Generalităţi**

1. Explicaţii referitoare la folosirea procedeelor de compensare. . . . 5
2. Calculul aproximativ al influenţei erorilor datorită datelor iniţiale asupra mărimilor compensate 6
3. Formule pentru calcule preliminare a preciziei reţelei geodezice 28
4. Despre transcalcularea coordonatelor într-un sistem unic 49
5. Calculele preliminarii 52
6. Erorile de închidere pentru condiţiile de unghiuri şi de sinus. . . 57
7. Numărul ecuaţiilor de condiţie 59
8. Despre calculele logaritmice şi nelogaritmice în triangulaţie 61

Capitolul II. **Compensarea figurilor tipice de triangulaţie pe unghiuri cu transformarea ecuaţiilor de condiţie**

9. Teoria metodei de compensare 64
10. Aprecierea preciziei elementelor figurilor de triangulaţie compensate 74

Capitolul III. **Compensarea figurilor tipice de triangulaţie cu ajutorul ecuaţiilor intermediare de erori**

11. Expunerea teoretică a procedeului 134
12. Aprecierea preciziei poziţiei punctelor ce se determină 137
13. Ordinea de compensare 138
14. Compensarea figurilor tipice, în diferite variante 144

Capitolul IV. **Compensarea triangulaţiei prin metoda variaţiei direcţiilor (metoda măsurătorilor condiţionate)**

15. Generalităţi 189
16. Particularităţile de transformare a ecuaţiilor iniţiale şi normale . 190
17. Compensarea figurilor tipice de triangulaţie prin intermediul coeficienţilor de pondere convenţionali 199
18. Metoda de compensare pe grupe, în trepte (escalatorială). 231
19. Despre compensarea figurilor tipice de triangulaţie prin procedeul în trepte 242

Capitolul V. **Compensarea neriguroasă a reţelelor analitice şi calcularea intersecţiilor**

20. Compensarea neriguroasă a figurilor tipice cu introducerea condiţiilor suplimentare 249
21. Aprecierea preciziei funcţiilor mărimilor compensate prin procedeul neriguros (metoda funcţiilor intermediare) 253
22. Compensarea neriguroasă a reţelei analitice în cazul general . . . 289

Scanned with OKEN Scanner

Pag.

23. Calcularea celor mai simple figuri de triangulație 294
24. Calculul coordonatelor punctelor geodezice folosind metoda intersecțiilor 298

Capitolul VI. **Compensarea drumuirilor cu teodolitul și a drumuirilor de nivelment**

25. Observații generale 309
26. Compensarea drumuirii poligonometrice 309
27. Compensarea sistemului de drumuiri de nivelment și drumuirilor cu teodolitul cu două puncte nodale prin intermediul coeficienților de pondere 316
28. Compensarea rețelelor drumuirilor de nivelment și a drumuirilor cu teodolitul, după procedeul aproximațiilor succesive 324
Anexe 330
Bibliografie 339

Redactor responsabil : Mr. ing. BARA LAZĂR
Tehnoredactor : M. NICOLAE

Dat la cules 14.11.1963. Bun de tipar 23.06.1964. Apărut 1964. Hîrtie semivelină satinată de 63 g/m², 700×1000/16. B297. Coli de tipar 21½.

Intreprinderea poligrafică „Tiparul", str. Izvor, 137, București, R.P.R. c. 3910

P. c 173